



TITLE:

構造物の地震応答に関する基礎的研究(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

金多, 潔

CITATION:

金多, 潔. 構造物の地震応答に関する基礎的研究. 京都帝国大学, 1962, 工学博士

ISSUE DATE:

1962-03-13

URL:

<https://doi.org/10.14989/138528>

RIGHT:

構造物の地震応答に関する基礎的研究

昭和 36 年 8 月

京都大学防災研究所

金 多 潔

構造物の地震応答に関する基礎的研究

金 多 澤

目 次

	page
オ I 編 総 論	1
オ 1 章 序 論	1
オ 2 章 地震動の諸特性	5
1・2・1 地震計記録	5
1・2・2 地震動の特性	7
1・2・3 地震動と構造物の破壊	8
1・2・4 構造物に対して最も不利に働く地震動の選定	11
オ 3 章 地盤の特性	13
オ 4 章 構造物の諸特性	16
1・4・1 石造ならびに煉瓦造 (Masonry Structures)	16
1・4・2 木構造 (Wooden Structures)	17
1・4・3 鋼構造 (Steel Structures) - (鉄骨鉄筋 concrete 構造を含む)	17
1・4・4 鉄筋コンクリート構造 (Reinforced Concrete Structures)	18
1・4・5 構造物の動力学的性質一般	19
オ 5 章 耐震工学の立場から見た構造物設計上の諸問題	23
オ I 編の引用文献	26
オ II 編 線型振動理論における構造物の地震応答に関する諸問題	31
オ 1 章 序 論	31
オ 2 章 構造物の固有振動周期の算定法	34
2・2・1 建築物の固有振動周期を求める実験式	35
2・2・2 構造物の固有周期を理論的に算定する方法	36

	page
2・2・3 Rayleigh の方法	39
2・2・4 Rayleigh の方法の拡張と Southwell-Dunkerley の方法 孤立振動系	42
2・2・5 均一な片持ばりの固有振動数	45
2・2・6 高層多層間の構造物の固有振動周期	49
2・2・7 構造物の固有振動周期の収斂値	53
オ 3 章 構造物の振動周期に及ぼす弾性地盤の影響	56
オ 4 章 等価粘性減衰係数の評価	64
2・4・1 概 説	64
2・4・2 等価粘性減衰係数を求めるための Jacobsen の方法 定常振動の場合	66
2・4・3 実験で得られた自由振動記録から減衰係数を求めること	72
オ 5 章 連続体に抽象し得る構造物の非定常振動	75
2・5・1 概 説	75
2・5・2 連続体のせん断振動方程式の一般解(小堀博士の解)	77
2・5・3 Skyscraper の非定常振動	82
2・5・4 破壊的地震波の想定に基づく高層建築物の地震応答	86
2・5・5 関東大震災の記録に基づく設計震度の決定	91
オ 6 章 結 語	96
オ II 編の引用文献	100
オ III 編 構造物の非線型振動理論	105
オ 1 章 序 論	105
オ 2 章 1 質点系の地震応答解析法	109
3・2・1 構造物の運動方程式とその解法の概要	109
3・2・2 W. Ritz の近似法	113
3・2・3 Kryloff-Bogoliuboff の方法 (K-B Method) の略述	117
3・2・4 Step-by-Step 数値積分法	122
3・2・5 Meissner の図式解法	131

	page
3・2・6 Phase-plane-delta method と修正 delta 法	136
3・2・7 E 関数法	143
オ 3 章 多質点系の地震応答解析法	147
3・3・1 1 自由度系を対象とせる解析法の拡張	147
3・3・2 各種解法の比較と Analog computer による方法の概説	153
オ 4 章 地震応答 spectrum	157
3・4・1 概 説	157
3・4・2 弾塑性領域における構造物の挙動	158
3・4・3 Bi-linear, hysteretic な復元力特性をもつ 1 自由度振動系の地震応答 spectrum	166
3・4・4 Slip model に抽象され得る 1 自由度振動系の地震応答 spectrum	180
オ 5 章 結 論	188
オ II 編の引用文献	191
オ IV 編 構造物持台部の剛性と構造減衰	197
オ 1 章 序 論 既往の諸研究の成果の要約ならびに梗概	197
オ 2 章 構造物の振動の減衰性に関する一考察	209
4・2・1 概 説	209
4・2・2 自由減衰振動の表示法の比較	209
4・2・3 限界減衰係数を parameter としての specific damping capacity の図式表示	220
4・2・4 Specific damping capacity の図式表示の実験結果への応用	225
4・2・5 本章の結論	225
オ 3 章 鋼構造, 鉄筋 concrete 構造持台部の特性	227
4・3・1 概 説	227
4・3・2 鋼構造持台部の特性	228
4・3・3 鉄筋 concrete 構造の力学的特性	241

4.3.4	構造物の履歴特性を求む Jacobson 教授の Behavioristic Model	258
オ 4 章	木構造接合部の釘接合に関する一実験	263
4.4.1	序 論	263
4.4.2	釘接合部の構造減衰ひらびに剛性に関する理論的考察	264
4.4.3	釘接合部の構造減衰ひらびに剛性に関する実験的考察	270
4.4.4	結果の考察	277
4.4.5	本章の総論	285
オ 5 章	結 論	286
オ IV 編	引用文献	289
オ V 編	柔構の動的変形と耐震性との関連	293
オ 1 章	序 論	293
オ 2 章	構造物の振れ振動に関する理論的研究	297
5.2.1	線型振れ振動に関する鋼橋博士の研究概略(従来の研究)	297
5.2.2	非線型振動理論による解の誘導	300
5.2.3	算 例	303
オ 3 章	構造物の振れ変形による安定、不安定の問題	312
5.3.1	概 説	312
5.3.2	境界振れ角の存在と不安定現象	312
5.3.3	構造物の非線振れ振動の不安定領域を示す Energy 曲線	317
5.3.4	Energy 曲線の図式計算	323
オ 4 章	構造物の履歴形状とその振れ振動との関連	327
オ 5 章	結 論	333
オ V 編	引用文献	337
オ VI 編	耐震工学における電子計算機の利用	339
オ 1 章	序 論	339

	page
オ 2 章 Analog 型電子計算機の耐震工学への応用	345
6.2.1 模擬演算のための電気回路	345
6.2.2 電子管式 analog 計算機の概要	349
6.2.3 電子管式 analog 計算機の諸演算要素の動作原理	354
6.2.4 計算機の構成法	374
6.2.5 Analog computer による計算例	379
オ 3 章 Digital 型電子計算機の耐震工学への応用	386
6.3.1 その歴史的な回顧ならびに考察	386
6.3.2 Digital computer の持長ならびに構成の概要	393
6.3.3 Digital computer の programming について	398
オ 4 章 結 語	411
オ VI 編の引用文献	415
オ VII 編 構造物の地震応答に及ぼす地盤の影響	419
オ 1 章 序 論	419
オ 2 章 弾塑性地盤内における剛体の非定常振動	423
7.2.1 概 説	423
7.2.2 橋脚の振動の基礎微分方程式	424
7.2.3 基礎地盤の復元力-変位曲線の想定	426
7.2.4 Analog computer によって求められた橋脚の地震応答	429
オ 3 章 地盤内における振動 energy の吸収あるいは地下伝散に関して	437
7.3.1 振動中に消散される energy	437
7.3.2 橋脚の非線型過渡振動解析結果の考察	440
オ 4 章 結 語	450
オ VII 編の引用文献	454
オ VIII 編 構造物の地震応答と現行耐震設計規準	457

	page
第 1 章 序 論	457
第 2 章 現行の耐震設計規準の批判と耐震設計法の諸問題	465
第Ⅲ編の引用文献	471
附 録	475

構造物の地震応答に関する基礎的研究

第I編 総論

第1章 序論

地殻の地震活動は古くから Asia, 北南米大陸, New Zealand など太平洋にのぞむ地域において、また、印度や中近東諸国において特に活発であつて(1.01, 1.02, 1.03, 1.04, 1.05)*、各国の歴史上の記録を見ても地震発生地域の各種構造物に著るしい被害を与え数々の人命を奪つて来た。近年においても Morocco や南米 Chile の大地震(1.06)などの発生があつて、地球上の地震活動は現在ならびに将来においても決してその勢力を弱めるものではないことを明らかに示唆している(1.07)。

地震発生の原因や機構に関しては既往の地震後の調査から火山の噴火や地盤の陥没などであると推定せられている。すなわち、例えば 1906 年の San Francisco 大地震は San Andreas の断層が原因であり、また、1923 年の関東大震災は横浜市より約 100 km 南方の相模湾の海底の急激な変動(陥没、隆起)によるものであつたとされている(1.08)。しかし、地震の原因の探知という問題はきわめてむずかしく、また、その原因を人為的に排除することは不可能である。地盤内部の蓄時応力を観測しつゞけてその変動と地震エネルギーの蓄積との関連を求め、もつて地震予知を試みんとする企ても研究されてはいるが(1.09, 1.10)、しかし、これもまた非常に困難な問題で今後さらに継続的研究を必要とするものであるから、したがつて今日でも尚われわれは何時、何地で、どの程度の強さと規模をもつて地震が発生するかを明確に予報することはできない状態にあるといつて良い。すなわち地震という天然現象は凶災、積雪、洪水、雷災などの他の自然災害とは異なり、それが生ずる原因も多様ならば、またその現象発生の予知によつて構造物に対して緊急耐震策ともいふべき手段を講ずることも出来ないようなものである。この事実が過去において激震ごとに人命を奪ひ構造物の損失を著るしく多からしめた一因でもある。されば、かかる状況のもとでわれわれが構造物を設計するに當つて被害を最少ならしめるために、その構造物が何時、如何なる場合に地震が発生しようとも、これに対して構造物が安全であるようにしなければならぬことになる。

*) 括弧内の数字は各編の末尾にある引用文献を参照。

しかしながら、地震に耐えるように構造物を設計することは複雑な問題であって、このためには地震活動の現象を理解すること、地震時における構造物の挙動および構造物に用いられる諸材料の力学的性質に関する知識、さらには構造物が地震によって外部から伝達される energy を吸収する現象ととしてその構造物が耐え得る最大 energy の正しい認識などを必要とする。構造物はそれが使用される期間中、すなわち耐用年月中にしばしば経験する中程度以下の強さの地震に対しては構造物の如何なる部分も全く被害がなくて済むよう、そしてまた数百年を周期とする大地震に遭遇した場合でもその全般的な崩壊だけは免がれ得るように設計されねばならない。

歴史上に表われた震害の記録からは同一地域において比較的 intensity の小さい地震はしばしば発生するが、構造物を崩壊せしめ人命を奪うような地震は五十年ないし数百年に一度という割合で起ることが認められ、このことは殆んど地震工学における定説となっている。

従来行なわれて来たように地震の作用を単に経験的に得られた静力学的に等価な力に置き換えて耐震設計を行なうことはたとえ安全であるにしてもそれは必ずしも弊に満足すべき、そして最も経済的な方法であるとは限らない。過去の震害から判断して動力学的な考察の模範なしに、ある大きさの静的水平力に耐え得る構造物はまたある程度の強さの地震にも耐え得るだろうと云う考え方は、ある場合には危険な結果を招くこともあるであろうし、また大抵の場合に構造物に過大の剛性を要求することになり、ひいては相当な経済的損失をもたらす結果となるのである。耐震工学は過去数十年間に著るしい進歩を遂げたといわれてはいるが、しかし完全に満足し得る解答を求めるにはなおさらに数多くの研究の発展が望まれているのである。このことは世界の耐震工学者の耳しく痛感するところであって、このために従来は各国独立に構造物の耐震問題を研究されていたものが、今後これらの研究の成果や知識の交換、資料の提供などに便宜を図ることを目的として耐震工学者の世界的な集まりが企画され、すでに第1回世界地震工学会議が1956年6月に米国 California 州 Berkeley で、またその第2回目が1960年7月に日本で開かれ、これらの会議において多くの学術的な論文が発表、討議されたことは耐震工学の発展のために種々めづかしいものといわなければならない。たゞ、これらの会議で発表された研究は日程、費用、言語などの制約から各研究の全貌をつまびらかにすることができず、そして研究の内容も高度に細分類されているため、これらの研究成果を総括して新ら

しい耐震設計法に資せんとするには各国の特殊事情などを考え併せて、今後さらに慎重な考察や検討が加えられるべきである。

本研究は筆者が1953年以降京都大学で行なった構造物の地震応答の諸問題に關した一連の研究をまとめたもので、現行のわが国の耐震構造設計規準が動力学的な観点からは決して満足すべきものではないという前提に立って、より一層合理的な耐震設計法の確立に資する基礎的な考察が試みられている。すなわちⅠ編では地震動と構造物ならびに地盤のもう一般的特性について述べ、理論的な取り扱いを進める上に必要な抽象化の問題について検討が加えられ、そして耐震工学的な見地から今後の耐震構造設計において重要な関心を払われるべき諸問題について考察が行われている。

つぎにⅡ編では構造物の地震時の挙動を理論的にとらえる最初の段階として1自由度および多自由度振動系の非定常振動が線型振動理論によつて取り扱われる。それは構造物の振動振幅(変位)の小さい間はその振動は概ね線型理論に従い、また線型理論によつて解析された結果の多くは構造物の大振幅時の振動(非線型振動)の取り扱い上に必要な尺度あるいは *parameter* として用いられているからである。

Ⅲ編では破壊的な地震を受ける構造物を対象とし、その振動を非線型理論によつて解析して結果を示す。この場合の構造物の地震応答は数学的、物理的な意味においても線型理論によるものとは全く異なる。すなわち構造材料のもつ弾塑性の力学的特性は大振幅時には地震応答を求める線型理論の適用の妥当性を著るしく減ずるため、地震応答 *response* の定義も若干変えられなければならないことになる。しかし非線型振動理論によつて構造物の地震時の挙動がより忠実に把握せられ、構造材料の降伏、残留変形といった事柄が説明され得るから近年における耐震工学の研究の進展は挙げてこの振動理論の検討と応用の方向に向かうようになって来たのである。

Ⅳ編は主として構造物が振動時にその構造体内に吸収される *energy*、すなわち構造減衰の問題を取り扱ったものである。振動系に減衰が存在することはそれが振動時に系に過大な応力を生ぜしめないために望ましいものであり、そして構造物が地震時に外部より伝えられた *energy* を吸収するのは主に構造材料の弾塑性の性質によるものである。これをⅢ編で行なった非型振動と対応させて定性ならびに定量的な考察が進められている。

さて、地震時の構造物の動きは地震動の作用方向と構造物の剛性分布の如何によって大々並進的な変位のみを生ずると云う場合だけではない。たとえば一つの建築梁橋について見ても各橋面の質量や剛性に平面的な不均等があればその建物は各橋面内の動きのほかは建築物全体として振れるような運動を伴う。この場合の構造物の崩壊は振れが生じない場合よりも容易に行なわれることが考えられ、また震害記録にもこのような例は数多く報告されている。オV編はこの構造物の振れ振動の問題を理論的に取扱ったものである。

オVI編では耐震工学における電子計算機の応用について触れた。構造物の地震応答を理論的に求める場合には複雑かつ膨大な数値計算をすることが多く、しかも地震応答 spectrum を得るためにはその計算の労はさらに著るしいものとなる。とくに非線型振動系の応答は如何に抽象化を施しても解析的な方程式の取扱いはきわめて困難であって、従来は図解法などが比較的便利な方法として僅かに利用されて来たに過ぎなかったものである。しかるに最近の電子計算機の発達はその耐震工学に應用することを可能ならしめ、すでにその応用によって優れた研究成果が挙げられて来つゝある現状にある。

オVII編では構造物の地震応答に及ぼす地盤の影響についてその *Transient state* における傾向を論じた。構造物の振動性状は地盤の力学的性質によって大きく左右される。すなわち地盤そのものが一つの弾塑性振動系であり、地震動は地盤を伝わって構造物に作用するものであるからである。オVIII編では軟弱な地盤内の剛体の *rocking* 振動に注目し、これより得られた結論から一般的な構造物の地震応答の問題が検討されている。

最後にオIX編では今迄に得られた構造物の地震応答に關する諸成果を構造物の耐震設計に如何に反映させるべきかという問題について若干の検討を加えたものである。わが国および諸外国における現行の耐震設計基準を簡単に紹介し、さらに現在提案せられている二、三の改正基準案についても考察を加えてみた。

しかし冒頭に述べたように耐震工学において未だ今後研究されるべき問題は非常に多く、しかも相当に発展した部分もあれば、また漸く研究の目途がついたに過ぎない未解決の問題もあるので、今日早急に耐震設計基準を全面的に変更することは大局的に見て妥当なことであるとは筆者には思われない。よって筆者の試案は此処には提示しないことにする。たとへば、遠からずして我が国の耐震設計基準が改正される場合には本研究の成果も一部考慮されることが望ましいものと考えられる。

第2章 地震動の特性

1.2.1 地震計記録

地震による構造物の被害の様様については広く知られ、史上の文献にも載せられているものも多いが、これらの被害の原因となる地震動については乗り分っていなかった。たとえば 1906 年の San Francisco の大地震で生じた被害の算定のために基石のような簡単な物体の倒壊した例を観測して、これにもとづいて大ざっぱな地震加速度の評価が行なわれには過ぎなかった。(1.02)

1923年の関東大震災における東京、本郷の地震計記録は、

$$\text{最大振幅} = 88.6 \text{ mm (振幅)}$$

$$\text{主要周期} = 1.35 \text{ sec}$$

(1.2.1)

であったとされているが(1.10), これは変位地震計で記録されたもので、その地震加速度はこれら主要変位と主要周期をもとにして単弦振動と仮定して算出すれば、

$$\text{加速度} = 95.8 \text{ cm/sec}^2 \doteq 0.1 \times 980 \text{ cm/sec}^2 = 0.1g \quad (1.2.2)$$

として与えられる。こゝで得られた地動加速度の値, $0.1g$, がその後のわが国における構造物の耐震設計法の根拠をなす震度の値を決定する参考となったものである。しかしこのような単弦振動の仮定による地動加速度の求め方によれば必然的に計算された値は実際の地動加速度値よりも小さくなる。それは地震動の高次調和波成分を無視しているからである。

現在まで地震加速度を耐震設計上唯一の目標としていたにも拘らず実際の地震加速度についてはわが国では 1931年に東京大学地震研究所の故石本巳四雄博士が加速度地震による地震記象を明らかにされるまで(1.11, 1.12, 1.13) 何う知るところがなかったのである。

一方、米国では 1932年に米合衆国沿岸地形測量部(The United State Coast & Geodetic Survey, Washington, D.C. <以下 U.S.C.G.S と略称することにする>)

が地震被害を受けて地域における地動の様様を系統的に記録する目的から California 州

で強震計の計画を始めた。米国で強震記録をとろうとする計画は 1929 年東京で開催された万国工業会議がその契機となったもので、会議中に米人の参加者が東京大学地震研究所その他の研究機関を訪問し、そして構造物の設計に地震の知識を応用することを認識したのが最初であったとされている(1・14)。米国で強震計記録計画(strong motion program)が行なわれてから最初に 1933 年 3 月 10 日に Long Beach, California で地震動が記録されたが(1・15)、その記録はしかし地動加速度が強震計の記録し得る値を上回ったため不完全なものであった。そこで器械をさらに精密に設計し直して 1940 年 5 月 18 日に起きた El Centro, California の地震記録が得られたのである。この記録からはその地震動の速度が計算されているが(1・16)、これはその後今日まで北米大陸で記録された地震の中で最も激しかったものの一つとして構造物の地震応答を求める解析に使用されている(たとえば 1・17)。

今日 U. S. C. G. S. (米海軍沿岸地形測量部)の strong motion program に使用されている強震計は Coast & Geodetic Survey Strong-motion Seismograph Type I および Type II で、Type I には振子の周期が 0.035 ないし 0.1 sec, 倍率 120 倍, 地動加速度 $0.1g$ に対して最大 26 mm の感度を有する Wenner 式加速度計と、振子の周期が 2.5 ないし 6 sec, 静的倍率が約 1 倍の Carder 型変位計が備えられ、また Type II には振子の周期 0.18 sec, 静的倍率が約 7 倍, $0.1g$ 当り約 6 mm の感度をもつ Weed 型加速度計と振子周期 10 sec, 静的倍率が約 1 倍の変位計が取り付けられている(1・14)。

一方、わが国においている強震記録を求めようとする活動はかなり遅れ、1951 年に漸く SMAC Strong Motion Accelerograph を東京、大阪、名古屋に備えて強震記録の Network が形成された(1・18)。それは何時、如何なる所で発生するかわからない地震動を確実に記録するためには多くの地震計を各地に設置しておく必要があり、しかもその地震計は構造物に被害を与える程度の激震を記録し得るような強震計でなければならぬからであって、これに対する十分な計画がなかなか実施されなかったのである。日本全国の地震観測所がもっている地震計は精度に重点を置いた器械であったために、微小地震は正確に捉え得るけれども激震時には地震加速度が地震計の記録し得る加速度値を上回り、従って、今日まで日本で発生した強震の満足な地震計記録は皆無の状態にある。1951 年以後 SMAC 委員会(Strong

Motion Acceleration Committee) によって作られた SMAC Strong Motion Accelerograph の Network にはその後まだ日本で強震が発生していないので記録は採られていない。

SMAC 強震計は上下、水平、直交3成分の加速度計振子と、記録装置、時間記録筒時間および電気式 starter からなり、加速度振子は重量 4.3 kg の錘をもった振子と空気 damper から出来ている。

その加速度計振子の特性は次の通りである。

固有周期	0.1 sec
感度	記録上 1 mm 送り 25 gals
減衰	臨界減衰
測定域	10 ないし 1,000 gals
記録紙	特殊蠟紙 24 × 10 cm
記録速度	1 cm/sec

また電気式始動器は固有周期 0.3 sec の鉛直成分振子からなり、10 gals の地動加速度によって強震計は駆動を開始する。

1.2.2 地震動の特性

このような地震計によって記録せられた地震の記録を調べると、地震動はたとえ1方向成分の記録のみを採り上げても単純な動きではないことがわかる。地震動には初期微動と称せられる期間がその初期にあり、それから主要動と称せられる部分が続くのが普通である。これは地震動の震源と、地震動が記録せられる地点との間を地震波が伝播する際、その縦波と横波の伝播速度の間に差異のある所から生ずるものと考えられている。一般に地震計の位置が震源から遠ければ遠い程、初期微動の期間は長い。主要動はあたかも弾性的な衝撃と、それに続く自由振動が与えられて、それにその後の強制的な外力の作用が加わり、それらがすべて逐漸的に重ね合わさるようにも見受けられる(1.19)、従ってその周期も地震動の作用期間中変動しているのが普通である。以上の事柄は将来起るであろう地震についてもいえる。

ある点の地震記録は従って震源からの距離、震源において発生した地震 energy の大きさ、

観測点の近傍の地盤や構造物の存在によっても影響される。ゆえに同じ地震でも観測される場所が異なれば相当異った波型の地震記録が得られ、また同じ場所では遠地地震と近地地震とで全く違った傾向が記録される。この場合地震動を記録する点の近傍に大きな構造物があれば、地震によって惹起される構造物自身の振動も地震動を記録する点に伝わるから、この点の地震計は地震動そのものと構造物の振動の二つの要素を一括に記録してしまうことになる。M. P. White 教授はこの問題について論じられているが(1・20)、このことはもし強震計が大きな構造物の内部に設置されているときには、この強震計は地震動そのものとこの構造物の振動とを重畳してものを記録することになるため、前に述べた場合よりもっと構造物の影響を多く受け入れてしまう。構造物の動力学的特性がすでに十分判明しており、しかもその復元力特性が線型に近いものであるならば、地震計の示す記録から解析によって当該構造物の影響を取り除くことも不可能ではないが、しかうざる場合にはその強震計が記録したものは一体何を示すものであるかは全く疑問となる。

かゝる観点からは今日 SMAC Strong Motion Accelerograph が東京、大阪、名古屋の各都市のいずれも著名な建築物の内部あるいは一部に設置されていることは(TABLE 1・1 参照)(1・18)非常に重大な問題ではないだろうか？

1・2・3 地震動と構造物の規模

わが国の建築基準法および同施行令においては地震力に基づく構造物の破壊等因に対して設計用水平力の値が設計すべき建築物の建設地域や地盤条件ならびに建物の種類、形状などによって詳細に規定されている。(建築基準法施行令第88条、水平震度を減らす基準として建設省告示1074号がある)。けれどもその中には建築物の大きさ、規模という scale の概念は何ら織り込まれてはいない。規定の中に一貫して採られている考え方は立地条件の相等しい建築物はその大きさの如何に拘らず同じ割合の水平力を受けるということであつた。既往の震災の調査資料から種々の建築物の被害の模様を比較して見ると、各建物がもっている耐震力の差以外に建築物の大きさの違いによってその被害の程度を著るしく異にするという事実が観取されていること、同力にしても地震力にしてもその速度(風の速度 v 、地震波の velocity response spectrum value S_v (1・17)など)や加速度(震度、base shear co-

The distribution of SMAC accelerographs as of Jan. 1, 1956.

No.	Location	Date of Installation
1	Akashi Seisakusho Co., Ltd., Shinagawa Ward, Tokyo. Ground floor.	Nov. 1952
2	Osaka First Life Insurance Building, Osaka Basement floor.	Dec. 1953
3	Earthquake Research Institute, Bunkyo Ward, Tokyo. Underground vault.	Apr. 1954
4	Nagoya Culture Center, Nagoya Roof.	May 1954
5	Daimaru Department Store, Chiyoda Ward, Tokyo. Basement floor.	Dec. 1954
6	Ditto. Second floor.	Dec. 1954
7	Ditto. Sixth floor.	Dec. 1954
8	Toyoko Department Store, Shibuya Ward, Tokyo. Old Building, 5th floor.	Apr. 1955
9	Ditto. Connect-bridge. 5th fl.	Apr. 1955
10	Ditto. New Building. 5th fl.	Apr. 1955

TABLE 1-1

Ryutaro Takahashi. "The "SMAC" Strong Motion Accelerograph and Other Latest Instruments for Measuring Earthquakes and Building Vibrations", Proc. First World Conference on Earthquake Engineering, Berkeley, California, June 1956, pp. 3-1-11.

efficient) という【長さ；時間】の元 (dimension) を同様にして設計係数を定量的に規定している現行計算法（わが国のみならず諸外国のそれも）が何故に建築物の平面的な大きさを、すなわち【長さ】の元を問題から殆んど除外しているかという疑問から、現行耐震設計規準の考え方には若干不満足之感がある。

こゝで建築物の大きさの耐震安全性に対する効果について少し考察を試みよう。筆者らは既往の研究において (1.21), 同じ強さの地震動を受けた建築物の動的最大変形量を静的な水平力で押した場合の変形量に置換えたとき固有振動周期の長い建築物程小さい水平力が切くことに対応することから、耐震設計の際に与えるべき震度の値としては固有振動周期の長い建築物程小さい値を採るべきことを指摘してきた。同じような水平剛性を有する建築物では高さが高くなればなる程固有振動周期は長くなる。わが国の現行規定で震度を 0.2 として計算すれば高い建築物ではその底面で非常に大きな層せん断力を与えなければならぬことになるが、実際には建物が高くなると底面の層せん断力はさほど大きくはならず、震度の値を構造物の固有振動周期に反比例して小さく採っても良いことが明らかにされている。かゝる意味において建築構造物の鉛直方向の大きさが建物の耐震安全性に対して著るしい効果をもつものといえよう。具体的な例を挙げれば、われわれの直観的な想像からは日本の伝統的な木造の五重塔のようなものが地震に対して最も危険なように感じられるが、それは丁度同じような proportion をしたビンヤ墓石が地震ごとに倒れるところからこのように細長く背高いものを危険と見做す結果となるのであるが、古来五重塔が地震のために倒壊したという例はない。同じ proportion でもビンヤ墓石のような小さいものと五重塔のような大きなもの、耐震力には著るしい相違があるのであって、構造物の耐震性はその大きさによって左右されることを我々は改めて認識せねばならないであらう。(1.22)

つぎに構造物の平面的な広がりが大きくなった場合、すなわち地震波の波長に比べて建物の平面が無視できない位の大きさになると構造物は地震波の作用を平面的に一律に受けるものではなくて来る。地震波の波長は岩盤のような硬い地盤においても数十ないし数百 meter の order であつて、いま岩盤内の弾性波縦波の伝播速度を 5,000 ないし 5,000 %/sec とし岩石の Poisson 比を $1/4$ と仮定すれば縦波および Rayleigh 波の伝播速度はそれぞれ 1,700 ~ 2,900 %/sec, および 1,600 ~ 2,700 %/sec となり、他方このような地盤では地震波の卓越周期

が 0.1 ないし 0.3 sec 位であるから、これより弾性波の縦波、横波および Rayleigh 波の半波長は 150 ~ 750 m, 85 ~ 435 m, 80 ~ 450 m の範囲にあることが計算される。このことは大規模な構造物の両端で地震波の加速度の peak を受ける時刻にズレを生ずることを意味するもので、もし構造物の一回が地震波の $1/4$ 波長に等しければその一端の構面が最大加速度を受ける時刻に他端に作用する加速度が零であることが起り得るのである。またもし構造物の両端の構面が地震波半波長距に、っている場合には両構面はそれぞれ反対方向に変形するであろうことも考えられる。そしてこの場合に、この構面を結ぶ部材（床版など）は面内変形の剛性がなければ各構面はたゞ単に位相差（時間的なズレ）を伴って振動するだけで、おのものが単独に存在する場合の挙動と変わることはないが、実際には床版やはりなどの構面連結部の剛性は甚だ大きく、その回転慣性も非常に大なるものであるために、床版などによって連結された構造物各構面の振動は互いに他の構面の運動に影響を及ぼし合い、構造物全体として連成振動をなすものと見做される。

このような状態における構造物の変形は地震波が構造物全体に同位相で作用する場合に比べて小さくなるであろうことは容易に予想されるのである。しかし厳密な意味での連続体の 2 次元せん断振動および曲げ振動の解析が相当困難である所から、いま本研究でこの問題を定量的に論ずることは差控えるが、構造物の地震や風圧力に対する安全性について定量的な考察をなす際に構造物の多面的な振りを考えることは不可決であって今後の研究が期待される。

1・2・4 構造物に対して最も不利に働く地震動の選定

すでに述べて来たように構造物の耐震設計に重要な資料となるべき地震応答について解析するためには構造物に対して与えるべき過去の地震動記録が未だ十分ではないこと、またそれが記録せられた地点の周囲の構造物の影響を受けている可能性があつて、果して original な地震動、すなわち地面そのもの、動きが正確に記録せられているかが疑わしき点のあること、そしてさらにその記録はある特定の地震について求められたもので、将来において他の場所での記録されたもの同じ規模の類似の地震が起るとは断言出来ないことなどが過去に強震計で記録された特定の地震動による構造物の応答 spectrum を求める行き方（1・23）にある制約を与えているのではないかと思われる。もちろん、今日行なわれている構造物の地震応答 re-

responseの研究は過去の地震が抽象化された構造物に与える影響について一般的な回答を与えてくれるが、しかしその結果ある構造物が過去のいくつかの地震に対して耐え得る保証が得られとしても将来起る別の地震に対してその構造物が絶対に安全であるという保証がない。

過去の地震記録を多く集めてそこから統計的に地震の構造物に対する影響を調べようとする行き方、また地震動そのものを random な pulse の連続と見做して確率論的に取り扱って行く研究が多くの地震工学者によって試みられているが(1-24, 1-25), このような一連の研究は、あるものは構造物の特性を極端に抽象化し過ぎたりまたは地震動そのものの性質を歪曲してしまった取り扱いが見受けられるのである。

けれども問題は構造物が複雑な、しかしほぼ一定の力学的性質をもつ構造物を支える地盤もその強弱に従って固有の動力学的性状を示し、そこに地震動が transient な type の disturbance として、地盤を媒体として構造物に作用するのであるから、耐震設計を合理化しようという終局的の目的からは構造物の地震応答も構造物ならびに地盤のもつ性質をなるべく忠実に解析に反映させるべきであろうと筆者は考える。

構造物と地盤が右の各章で述べるような性質を有し、しかも耐震安全性が構造物の scale によって影響されることを考え併わせると、われわれがこれから設計しようとする構造物は地震記録にとられた過去の地震には耐え得ても、もっと別の type の disturbance に対して弱いかも知れない。い、換えれば、われわれの設計しようとするある特定の構造物にはそれ自身に対して最も不利な地震波が存在する筈である。そしてその最も不利な地震波はこの特定の構造物に固有の力学的性状によって規定されて来るべきものであろう。筆者のいう構造物に固有の力学的性状の中にはこの構造物の scale effect や周辺地盤の影響なども当然包含されるべきものである。

このような意味において筆者らが行なってきた一連の研究には構造物に作用する地震波がもつ破壊的な因子を採り出すことに常に注意が払われて来た。そして今日なおこの approach が合理的な耐震設計法の確立に最も近い一つの行き方であると筆者は信ずるのである。

第3章 地盤の特性

既往の地震による各種構造物の被害と、その被害地の地盤との関係を調べると、建築物の被害は堅固な地盤や岩盤の上にある場合よりも沖積層や土盛り（土留）の地盤の方が大きいということが一般に認められている。記録を見ると柔らかい地盤では大きな地動をなし、加速度もより大きい。しかしまた、ある剛な建物についてはそれが堅固な地盤の上にあるよりも軟弱な地盤の上にあった方が良好であったという事実も認められている。この事実は1923年の関東大地震の際に東京山手の堅い地盤と、下町の沖積層地盤に建てられた各種構造物の被害の比較調査から明らかにされたものである。また1943年9月10日に起った鳥取地震においても、その後の被害調査で判明した被害分布からは建物の被害のほとんどはなかつた地域から僅か2km離れた地域で家屋が9%も倒壊せることが認められた(1・26)。これらのことから推論すれば地震による構造物の被害は決してその震央からの距離に関係するものではなくて、むしろ地盤の性状による影響が支配的であるといえよう。多くの調査・研究の結果から構造物の被害は沖積層地盤において特に著るしいとされているが、鳥取地震の後に観取された上記の事実は同じ沖積層地の地域において認められにものであったため、これよりさらにこの沖積層の厚さならびに硬さが震央にある程度密接な関連をもつ要素として注目せられるに至ったのである(1・01)。

この問題を解明するために、その後、三河・東海および鳥取地区など過去の震災地域において dynamite の地中爆破による地盤の弾性波試験が行なわれ、この人工地震の結果から地震による構造物の被害分布と地盤の力学的性質との間の関係が段々と明らかにされて来た。すなわち過去の地震で構造物の被害の多かった地区と少なかつた地区との地盤の弾性波の伝播速度を比較すると、これら両地域の縦波（longitudinal wave）の速度 V_p が同じであっても横波（transverse wave）ならびに表面波（surface wave）の伝播速度 V_L の値に歴然と差があることが認められた。そして含水率の少ない古い沖積層では木造構造物の被害が含水率の多い沖積層上の木造の被害よりも大きく、その横波や表面波の速度 V_L もまた他の沖積層に比べて大きかつた。弾性波の伝播速度および沖積層の深さを調べることはかようにして、地盤のもつ動力学的な性状を推定し得、われわれは地震によって構造物が被害を受け易い地盤と、しからざる地盤との区別をある程度はっきりとつけることが出来る。この線に沿って今日まで主として京都大学防災研究所員によって京都・大阪・高知・福井・名古屋などの諸都市の各地表で簡単な弾性

減試験による地盤性状の判定が続けられて来たのである(1.26, 1.27)。

一方、地盤の動的性状の差によって生ずる地震動の差異を明らかにする目的から東京大学地震研究所の政石本己四郎博士は地盤の常時微動を測定すると、ある特定の周期をもった波が卓越し、地震時の地動もまたその周期に等しいかあるいはきわめて近い周期のものが作用することを認めて、その周期を地盤の卓越周期と称せられた。すなわち地盤の常時微動(その振動源にはあらゆる frequency の波が含まれているものと見做される)から観測された波の周期を横軸にその周期の波が表われた回数(頻度)を縦軸にとって plot すると、得られた曲線には明らかな peak が存在することが見られるが、それがこの地盤の卓越周期と呼ばれるものである。今日もこの常時微動による地盤調査は東京大学地震研究所員によって全国各地において続けられ(1.28)、その成果はわが国の建築物耐震設計、すなわち建築基準法施行令第88条および建設省告示1074号にも反映されている。

地盤は一般的に弾塑性の力学的性質を示すものと考えられるが、地盤に何く外部荷重の値が小さく、従って変形が微小なときには地盤の弾性的性質が多く現われ、また大変形時には塑性性質が顕著になる。建築物は地震時に横面のねわみによる振動の他に地盤の弾塑性のために全体として Rocking 振動を起すが、振動中の建物がその基礎の上で回転することはその建物の固有振動周期、とくに弾性時の基本周期を長くするという非常に重要な効果がある。この回転は柔な建物よりも剛な建物に対してより大きな効果を与える。建物が基礎の周りに回転することは地盤による cushion 作用となり、その作用は建物のすべての弾性振動 mode について断然せん断力と曲げ moment を減少させることとなる。この事実も末広恭二博士によって指摘せられ、物部長徳博士、岡 隆一氏らによって若干の考察が試みられたが、構造物の弾性的な振動と地盤上の Rolling とを同時に視野に入れて構造物の振動を数学的に取り扱うことが1937年に筆者の恩師橋本博士によってなされた(1.29)。すなわち、均等な弦型梁構造物が弾性地盤上にある場合を数学的に解かれた結果つぎのような結論が得られている。地盤の弾性的のために梁構の1次固有振動周期はそれを無視した場合よりも長くせられ、地盤が柔くなれば剛体として Rolling の周期に近づいて行く。それに反して高次振動は地盤の弾性の影響を殆んど受けない。2次振動以上のものを梁構の安全に対して致命的なものと考えないならば弾性地盤は緩衝的作用を有し、かつまた、地盤の弾性的のために構造物全体の1次振動周期が土地の卓越

周期よりも長くせられるような場合にとくに地盤の弾性は構造物の耐震安全性のために有効である。

近年、筆者らはこの地盤の弾性に基づく構造物の振動周期の変化を問題にして、同様の解析を行なった結果(1・30)地盤の弾性によって長くせられる構造物全体の固有周期は量的には1次振動が最も大きく、高次振動は著るしく小さいけれども、その周期の伸びる量と元の、すなわち地盤の弾性がなく地盤が完全に剛なる場合の、周期との比を取れば1次振動も2次、3次の振動もそれぞれ同じ割合で周期の伸長が見られることを示した。従って地盤の弾性の高次振動に及ぼす影響に関する棚橋博士の結論はあくまでも、周期の伸長の絶対量に関して妥当性をもつものと解釈しなければならない。

地盤の弾性による影響に関して東京大学地震研究所の故妹沢克雄博士と金井 清博士の「勢力の地下遷散のために生ずる高層建築物の震動減衰」に関する一連の研究がある(1・31)。地震動によって構造物に与えられた勢力(運動 energy)が弾性波として再び地中へ遷散するものとして両博士は地盤の弾性に基づく構造物の見掛けの減衰を高度の数学的取扱いをもって評価した。この問題は地中から構造物に投射された地震波が構造物頂部で反射して再び地中に入射する波動現象によって起った残留自由振動の energy もまた地中へ遷散するものと見做してよい。しかし地盤が弾塑性の性質を帯びると、この energy の地下遷散による構造物の減衰以外に構造物の周回の地盤が cyclic な塑性変形を行なうためにこゝに地盤の塑性履歴による energy の吸収も見られる。そしてこの量が構造物と地盤との全体としての振動周期と地震波の大きさ、形状によって関係づけられていることは才Ⅱ篇および才Ⅲ篇で示される。

第4章 構造物の諸特性

広く一般に構造物といわれるものは、その種類、用途、規模、形状、主体構造材料、各種荷重、立地条件、地盤条件ならびに老朽度など多くの点について実に千差万別であるから、実際の個々の構造物についてその力学的な特性を精密に評価算定することは決して容易なことではない。しかし大きく分類された構造物の一般的力学性質、あるいはその傾向はすでに膨大な数にのぼる観測や研究によってかなり判然とし知識が得られている。

構造物の規模すなわち大きさが耐震安全性に対してかなり重大な影響をもつであろうことは欄橋博士によって既に指摘されてけれども(1-32)、それが如何程の効果を与えるものであるかはまだ定量的に明らかにされる段階には至っていない。

地震時の構造物の挙動は構造物の形状によって一定の mode を示すことは広く知られ、梁橋の形状が比較的単純な場合には理論的な解析がなされて来たが、梁橋の形状が複雑になるにつれて解析的な取扱いは極めて困難になるので、構造物全体に適當な抽象化を施して問題を簡化することが行なわれている。橋造物をその主体構造別に見ると、つぎのような

分類がなされ、たとえば既往の震害の整理、考察にはその各項についてなされて来た。

1-4-1 石造ならびに煉瓦造 (Masonry structures)

一般に古い形式の建築構造物や橋梁下部構造、壁道、などの土木構造物に見られるように石または煉瓦を主な構造体を使用した系積構造であって、その力学的特性は静的な圧縮荷重に対しては相當な強度を示すけれども変形の限界が極めて小さく、脆性であって、さらに構造部材に引張力が作用する場合には著るしく破壊し易くなる。かゝる系積構造は 1906 年の San Francisco 地震や関東大震災(1923年)の際には最も多く地震の被害を受け、従って人命の損失も大きかった。そして亀裂を生じても建物は完全に崩壊に至るために 1906 年には ASCE の委員をして、この種の構造は「見込みのないほど耐震的には不適当」であるといわしめたのである。わが国でも関東大震災以降かゝる煉瓦造、石造などの純粹な系積構造の使用に対してほとんど禁止的な命令が出され(1-22)、今日ではかゝる構造は次第にかえりみられなくなつて来た。

1・4・2 木構造 (Wooden structures)

施工が比較的容易であり、費用も低廉であることから、一般の住宅建築を始めとして、多くの建築、土木構造物にこの構造が採用されて来た。構造用木材はその自重に比して、かなり大きい積載荷重に耐え比較的高い靱性を示す。釘などをを用いた各部材の接合部は地震時に Slip または回転を起して木材自身の変形と共に架構は全体として大きな変形に耐え得る。この変形が大きいと云う性質のために激震時に建物の硝子が破れたり、壁 plaster に亀裂が入ったり、その他盛土や不安定な地震が動いたことによって生じた変形などを除けば木構造には一般に小さな被害しか認められていない。木造家屋の損失は地震による破壊よりもむしろ、その直後の火災のための炎焼によるものの方が多かったのである。

日本の木造住宅は中国から伝えられた木構造の技法をもとにして、日本の“住”の習慣に適応した独自の構造形式をもって発展したものであり、それはとくに耐震的にしようとして作られたものでなく、たゞそのあるがままの性質によって相当に高い耐震性を具えているのであるが、これは要するに、材料と構造法が変形に耐える性質が大きいことに起因していると思われる(1・22)。日本の木造住宅の変形の限界が大きいことは既往のいくつかの実験によって示されるが、また同時に水平力に抵抗する土の壁に筋交を入れたり接合部を鋼の特殊金物で補強したりすることは木造構造物の力学的特性を耐震的に望ましいものにする上に非常に有効であることが示されている。

木構造の重要な性質の一つとして、上に挙げたもの、他に、木構造の接合部が地震灯のような繰返し荷重の作用によって段々と deteriorate して行くこと、そしてその際に荷重—変形の関係を plot した図形は特有な履歴 loop を示すことが挙げられる。このため構造物全体として振動中に相当多量の energy を吸収する。すなわち、木構造の振動減衰率は他の構造に比してかなり高いものと見做されるのである(1・33)。

1・4・3 鋼構造 (Steel structures) —— (鉄骨鉄筋 concrete 構造を含む)

1906年の San Francisco地震、1923年の関東大震災をはじめとして、その後の激震においても鋼の軸組で壁と床とのすべての荷重を支持する架構はそれ自体かなりの利点を有することが明らかにされている。もちろん、面仕切壁や外壁面、その他の附属物には多少の被害が

見られるが、鉄骨骨組の被害は常に最小であった。B-型の筋交は設計時の考慮が不十分で脆性の材料を用いたものを除けばほとんど損傷が認められず、耐火的（防火的）であることが地震後の火災による焚焼を免がれるため耐震的には最も有利なものといえよう。地震時の構造材の微小な変形時には鋼骨組はほとんど完全弾性の性状を示すが、架構の振幅が大となれば部材各部の応力は降伏点を超え、その弾性率は低下する。この場合の材料の力学的性質は弾性に塑性の関係を示すものと想定せられている。鋼構造の建築物は一般に高次の不静定架構が多いから、架構の部材のある点の応力が降伏点応力を超過して以後 plastic flow を伴う変形をしても、架構は単に不静定次数を一つ下げるのみで、架構全体としての剛性は少し低下するに過ぎない。同様に架構の振動時の変形が増大すると架構骨組の各所にその応力が降伏点応力を超過する状態がおこり、いわゆる plastic hinge が発生する。Plastic hinge の増加に伴って架構はその不静定次数を低下してゆき、遂にある数の plastic hinge の形成の後に架構は崩壊することになる（1・34）。鋼構造建築物が崩壊に至るまでの変形量は相当大であって、架構の力学的性状には望ましい靱性が期待せられる。架構に plastic hinge が発生するまでは架構全体としての荷重—変形曲線は直線形であるが、それ以後は曲線的になり、曲線の勾配は変形の増大と共に低下する。架構が崩壊に近づくとき荷重—変形曲線はほとんど水平に近く、このために多くの解析には鋼構造の建築物の力学的特性を ideal elasto-plastic なものに抽象せられている。鋼構造に荷重を加え、さらに荷重を除去するとき、一般に荷重が相当大であれば減力時の荷重—変形曲線は加力時のそれとは別の経路を辿り、載荷重の繰返しによって履歴現象が明確に認められる。この履歴現象は鉄骨構造では鋼材自身の内部塑性変形に基づくものよりも、各部材の接合部の塑性変型に起因する場合が多いので、接合部の曲げ試験から得られる荷重—変形曲線も鉄接の場合と溶接の場合とで傾向を異にするのが普通である（1・35, 1・36）。

1・4・4 鉄筋 concrete 構造 (Reinforced Concrete structures)

Monolithic な鉄筋 concrete 構造は過去の地震において比較的良好的な耐震性を示している。1906年の San Francisco ではまだ鉄筋 concrete は技術的にごく幼稚であったが、しかし慎重に設計された架構はすべて優秀であったと報告されている。関東大震災では約 700 以上の東京の鉄筋 concrete 造の建築物の 2% は完全に破壊し、23% が大なり小なりの被害を受

けた。鉄筋 concrete 造の建物でその後に drastic な被害を受けたものは 1948 年 6 月の福井地震で崩壊した福井市内の大和 Building であったが、これは福井地震が内陸地震で震源が割分に近く、地動の最大加速度も $0.3g$ 、ないし $0.4g$ と推定され、設計耐力以上の耐力が作用したために崩壊したものとされているが、しかし実際はこの建物が 1945 年に戦災に遭い、その際建物の内容物が 3 日 3 晩燃え続け、そのために架構骨組の鉄筋 concrete の強度が著るしく低下していたことやこの建物の形状の特異性による架構剛性の偏在もその崩壊の原因であると筆者は考えている。

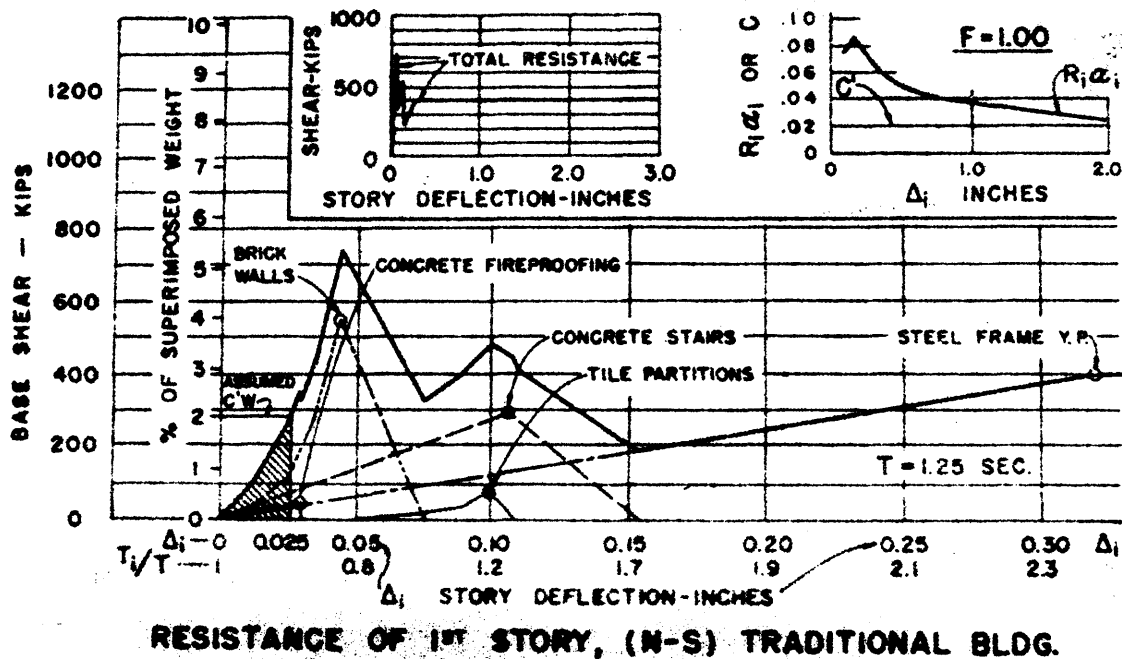
concrete の力学的性質が動的に粘弾性的ないしは塑性的な傾向を強く有しており、大変形時には亀裂を生じ易いために激震によって架構各部材に Plastic hinge が発生し易いことは当然予想され、架構全体としての動力学特性は履歴を伴った elasto-plastic な復元力をもつものと考えられている。たゞ鉄骨構造に比べると plastic hinge の回転限界が少く、架構全体としての許容変形量も小さい。

最近の鉄筋 concrete 工学の発展は prestressed concrete structures を主むに至ったが、この構造の特質は prestress の導入による許容載荷能力の増進と高度の弾性賦与にあるが、さらにもう一つの特質としては亀裂荷重以上の大きい荷重が作用して大亀裂が発生しても部材が破壊しなければ荷重除去後は高度の弾性が賦与されているから、もとに復して亀裂は小さがり再びもと、同じ性質を示すこと、すなわち復元性の高いことである。これは他の鋼構造または鉄筋 concrete 構造には見られぬ有利な特質であって地震時においても優れた耐震性が期待できるものと思われる。この構造を建物の耐震壁に利用してその耐震安全性を高めることも研究され、すでに実施されている例も少なくない (1・37)。

1・4・5 構造物の動力学特性一般

以上にあげた事項は構造物の主体構造材料による分類に従ってその動力学特性の大略を述べたものであるが、実際の構造物のもつ力学特性、すなわち水平荷重—水平にわきの関係を定量的に評価算定した結果が J.A. Blume 氏によって示されている (1・38)。これは San Francisco にある 15 階建の Alexander Building についてなされたもので、その才 1 層の層せん断力と変形との関係をこの層の構造要素すなわち curtain wall、煉瓦間仕切壁、concrete

の板壁、タイルの面仕切壁、concrete の階段、および鉄骨骨組のすべてを考慮に入れて図示したものである。(オ1・4・1 図)



第 1・4・1 図

図に見られるごとく、地震時の架構の変形が小さい間はすべての構造要素が協力して復元力を与える結果建築物の剛性は高く、ゆえに、建物全体の振動周期は最も短くなる。しかし、架構の変形が大きくなり構造要素の中の若干が破壊ないし亀裂を生じた後は建物の復元力は低下する。すなわち、たとえばオ1・4・1 図で層の水平変形量 Δ_1 が 0.5 吋を超えると建物の復元力は鉄骨骨組のみによって支えられることになる。このような範囲での建物の周期はその微小振幅時の 1.7 倍以上となり架構の変形が大となるにつれて振動周期はますます伸びることが認められる。この事実は関東大震災前後において測定された東京の各建築物の固有振動周期を見てみると(オ1・2 表)明らかにされる(1・39)。地震によって構造要素の若干が、降伏、亀裂、または破壊を生じた結果、かなり異なる振動周期の伸長が懸念され、そして震災後の復旧・補修工事によって振動周期が短くなったことに注目すべきであろう。

建築物は一般に大幅な振動においてその自己振動周期が伸びることから soft spring type

實際の建物の振動測定

建築物固有震動週期

略東 振動週期	略南 振動週期	観測者	名 稱	層数	新 測 年 月 日		工 事 中 完 成 後 補 強 後 大 震 直 後 補 強 後 補 強 後 大 震 前 大 震 後 大 震 前 大 震 前 大 震 後 大 震 前 大 震 直 後 完 成 後 鐵 骨 打 終 完 成 後 鐵 骨 組 立 終 大 震 前 大 震
------------	------------	-----	-----	----	-----------	--	--

の復元力特性をもつものと見做され得る。それにも拘らず過去数十年間、構造物の耐震解析が構造材料は弾性時で Hooke の法則にしたがい架構の復元力はその変形量に比例すると仮定した線型理論によって行なわれて来たことは、その間、数多くの重要な実際の現象を説明づけることができなかった一つの理由でもあった。第2次世界大戦以後、架構の非弾性の性質を正しく認識し、非線型振動として構造物の過渡振動が世界各国の研究者によって調じられて来たことは耐震工学上重大な epoch を画すものといわなければならない。しかしこれによって解析自体は著るしく困難となることも容易に考えられる。従来の線型振動理論ではたとえば煙突のような細長い構造物は簡単な棒の曲げ振動として取扱われ、形状が太短かくなるとせん断変形の要素が加味せられた。建築物のような framed structure ではその水平方向の振動の形があたかも弦の振動に似ていることから1自由度の剪断振動として解析される場合も多く、また別の抽象化として床版および壁の剛性が高いと仮定し distribute した壁の質量を床版の質量と共に建物の床面の位置に lump させ、また架構の剛性はそれを質量のない弾性の仮想的な spring のそれに置換えた lumped parameter system すなわち質点系について、その運動による response が問題にされて来た(1.40)。

こゝで、架構の復元力特性が非1次型となれば構造物を連続体と考えるの取扱いは運動の偏微分方程式が弾性理論で通常行なわれているように、時間的要素と、変形の要素を別個に含んだ二つの常微分方程式にわけ、いわゆる変数分離の操作が不可能になってしまうので解析はしばしばそこで行詰るのである。このことが構造物の力学的特性が比較的早くから知られていたにも拘らず、解析的な非線型振動の取扱いがなかなかされなかった原因でもあるのであって、今日、多くの研究者によって行なわれている研究はすべて lumped parameter system についてであり、仮想的な spring が elasto-plastic な動力学的特性をもつものと想定されている。

第5章 耐震工学の立場から見た構造物設計上の諸注意

これまでの各章で略述してきた事柄は、地震動、地盤および構造物の力学的特徴の一般的事項についてであった。しかし、これらの事柄は実際の個々の場合については非常な特殊性を示し、時として全く例外的とさえ考えられる場合も多い。極端ない、方をすれば、過去に起った地震動と同じものが将来もまた起るであろうことは断定できないし、千差万別の地盤性状によって構造物の受ける地震応答にもかなりのバラツキが認められるのは当然考え得る事柄である。とくに市街地において構造物が多く隣接している所では、これらが相互に干渉し合い簡単な解析によっては究明できない現象も起ることは容易に予想される。

しかしながら、地震に対して構造物の倒壊を防ぎ貴重な人命を保護することは耐震工学者に課せられた重大な使命であるから、われわれが新しく設計する構造物はすべて地震に対して信頼できるものでなければならぬ。構造成料の強度がわかり、構造物の応力算定法が進歩しても、肝心の地震動の作用の大きさの限界が判明しない現状では、当然ある大きさの地震力を仮定して、それに対してある程度の安全率を加味することは誰しもが考える事柄であるが、各人によって安全率の概念を材料安全率と考えるか、構造安全率と考えるか、その定義に若干の意見の相違があるにせよ、安全率の定量的な値、すなわち具体的な数字の決定には常に重大な結果を伴うのである。それは経済性の問題とも直接関連し、ひいては構造物の基本計画、構造設計の難易に影響するからである。今日世界各国の構造物耐震設計規定に採り入れられている安全率には人々の経験と工学的判断とによってなされているが、それはあくまでも判断に過ぎないのであって、理論的な裏付けが十分になされたものとはいえないのである。安全率の問題について詳述するのは本研究の目的ではないからこゝではこれ以上触れないことにするが、しかし、わが国の構造物耐震規定(1.41)と、San Francisco の Joint Committee (1.02) の案とを比較すると、前者は如何なる建築物も、その大きさ(規模)の如何に拘らず同じ値の震度を採用して構造物を設計せよというのに対して、后者では建物に作用せしむべき Base Shear Coefficient の値を構造物の自己振動周期に従って変化するように規定している。すなわち背の低い固有振動周期の短い建物では設計用 Base shear を大きく、並に背が高く flexible な固有振動周期の長い建物では Base Shear を小さく採るよう規定したことは、筆者が前の各章で述べてきた地震動と構造物との間の一般的な関連性を規定の中に取り入れたものとして

相当に高く評価すべきものと思われる。たゞこの場合の固有周期は建物の幅と高さのとの値から実験的に定められた算定式によって推定されるもので実用計算としては便利であるが、その理論的な根拠、裏付けが若干乏しいのが惜まれる。

Elasto-plastic な力学的性質を持つ構造部では非弾性域に入るとその固有周期が伸びることは地震動との同調の問題と関連して一つの重要な性質であるが、それ以前に構造体の弾性域に於ける固有振動周期がその架構の剛性、規模、形状といった諸量を implicit に、しかも最も簡潔に表現したものであるか、これを合理的にすること、そしてそれを容易な実用計算法にまで持っていくことは耐震工学の現在および未来における重要な問題の一つであると考えられるのである。この問題に関する若干の考察は才五編で行なわれる構造物の平面的な振がりの耐震安全性に対する効果についても別に研究を重ねて設計規定の中に反映されなければならないものと考えられるが、同時に構造物の質量と剛性の平面的な偏在によって地震時に誘発されるであろうところの床れ振動に関する規定の明文化も必要と思われる。平面的に重心と剛心が一致しない構造物は1方向の translational な地動によって床面の回転を生じ、そしてこの床れ振動を伴う場合の架構の崩壊は著るしく早められることは既に認識されているにも拘らず、その対策としてはいまのところ構造計画上、重心と剛心とをなるべく合致せしめるよう配慮する以外に何も考えられないというのが米国の耐震工学者の一致した意見である。(Prof. L. S. Jacobsen 談)とされているが建物の計画上から重心と剛心を建物各階について一致せしめることは不可能な場合も多く、従って何らかの対策が考えられなければならないものと思われる。本研究ではこのために才五編で構造物の床れ振動について若干の解析が行なわれ、設計に際して参考となる若干の方策について詳ぜられた。

最後に、こゝで最も大切な問題を議論しなければならない。それは現行の我が国の構造物の耐震設計の考え方、つまり philosophy に関するものであって、構造物に何れ地震力を震度とその自重を掛け合わせて静的な力が水平方向に作用するという点に対してわれわれは常に不満を抱いて来たのであった。問題はこの規定が実際計算に適用されるとき procedure にあるのではなく、その規定の背景をなす根本概念にある。つまり現行の規定は、基石などの物体が地震時に転倒することをあらかじめ水平力によるもの、ざとくに考えて、転倒に必要な水平加速度を求め、これを建物の設計に適用したものである。かゝる純静力学的な考え方はその中に地

震動や構造物の特性（たとえば周期）といった時間要素が介入する余地がなく、そのために筆者がいま、すでに述べて来た多くの重要な因子を規定の中に合理的に盛り込むことを不可能ならしめていたのである。如何に簡結な規定であるとはいえ動的な現象を静力学的な立場から観察された結果は、たとえ、設計されに構造物がその後の地震で重大な被害を受けなくとも、それは決してその規定が正しいものであると云う証拠にはならない。むしろかゝる立場より導かれた結果は背の高い建物に対して必要以上の剛性を要求しわが国における skyscraper の出現を阻止してきたといつても差支えないものと思われる。

われわれは地震動に起因する種々の問題を率直に動力学的な立場から解析してゆく立場をとるものである。構造物の設計には、従つて地震動によって生じた構造物の response、すなわち地震時の構造物の変形や内部応力が当然根本的な基準となるのである。地震時の構造物各部が受ける変形、あるいは部材応力の最大値はその構造物の地震時に如何なる挙動をなすかが知らなければ求められない。このために構造物の地震応答を出来るだけ正しく把握することが何よりも大切であつて、本研究の意義もまたここに存在するのである。

構造物の地震応答に関する多くの information の蓄積によって地震時の構造物はどの部分に如何なる応力が働き、したがつて如何に変形するかという総合的な知識が得られるよう。そして耐震設計上の実用計算にとられるべき procedure としては斯くして得られた知識に基づいて、このような応力、変形を構造物に対してなさしめるような等価的な力を仮定し、これから現行の震度と匹敵する地震荷重の大きさと、その分布を合理的に定めなければならないものである。

第I編の引用文献：

- 1.01) Ryo Tanabashi, "On the Safety of Structures against Earthquakes", Bull. of the Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University, No. 35, Aug., 1960.
- 1.02) Joint Committee of the San Francisco, California Section, A. S. C. E., and the Structural Engineers Association of Northern California, "Lateral Forces of Earthquake and Wind", Proc. A. S. C. E., Vol. 77, Separate No. 66, April 1951.
- 1.03) Takuzo Hirono, "Seismicity of Japan", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 116-1-11, July 1960.
- 1.04) J. A. R. Johnston, "A Brief History of Damaging Earthquakes in Wellington City and Developments in Multi-storied Building Construction in New Zealand", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 22-1-15, July 1960.
- 1.05) J. Ferry Borges, "Portuguese Studies on Earthquake Resistant Structures", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 25-1-10, July 1960.
- 1.06) J. Despeyroux, "The Agadir Earthquake of February 29th, 1960. Behavior of Modern Buildings During the Earthquake", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 139-1-20, July 1960.
- 1.07) K. V. Steinbrugge and V. R. Bush, "Earthquake Experience in North America 1950-1959", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 34-1-16, July 1960.
- 1.08) Leander M. Hoskins and John D. Galloway, "Earthquakes and Struc-

tures", Trans. A. S. C. E., Vol. 105, pp. 269-322, 1940.

1.09) 佐々憲三, 「地震予知に関する2, 3の問題」, 京都大学防災研究所報告1, pp. 13~30, 1948.

1.10) 佐々憲三, 「地震予知に関する2, 3の問題(Ⅱ)(地殻変動観測について)」, 京都大学防災研究所創立5周年記念論文集, pp. 1~7, Nov. 1956.

1.11) 橋樑 諒, 「構造物の耐震力」, オ7回土木工学研究会講演原稿, pp. 1~34, June. 1936.

1.12) M. Ishimoto, "Etude preliminaire sur l'acceleration des seismes", Bull. of the Earthquake Research Institute, Tokyo Imperial University, Vol. IX, 1931.

1.13) M. Ishimoto, "Un sismographe accelerometrique et ses enregistrements", Bull. of the Earthquake Research Institute, Tokyo Imperial University, Vol. IX, 1931.

1.14) M. Ishimoto, "Carateristiques des ondes seismiques d'opres les enregistrements accelerometriques", Bull. of the Earthquake Research Institute, Tokyo Imperial University, Vol. IX, 1931.

1.15) W. K. Cloud and D. S. Carder, "The Strong Motion Program of the Coast and Geodetic Surveys", Proc. First World Conference on Earthquake Engineering, Berkeley, California, pp. 2-1-10, June 1956.

1.16) U. S. Dept. of Commerce, Coast and Geodetic Survey, Washington, D. C., "Earthquake Investigations in California 1934-35", Special Publication No. 201, 1936.

1.17) 萩原尊禮, 「振動測定」, 室文館, pp. 91~97, 1945.

- 1.18) George W. Housner, "Limit Design of Structures to Resist Earthquakes", Proc. First World Conference on Earthquake Engineering, Berkeley, California, pp. 5-1-13, June 1956.
- 1.19) Ryutaro Takahashi, "The 'SMAC' Strong Motion Accelerograph and Other Latest Instruments for Measuring Earthquake and Building Vibrations", Proc. First World Conference on Earthquake Engineering, Berkeley, California, pp. 3-1-11, June 1956.
- 1.20) Lydik S. Jacobsen, "Vibration Research at Stanford University", Bull. of the Seismological Society of America, Vol. 19, No. 1, pp. 1-27, March 1929.
- 1.21) Merit P. White, "The Meaning of Spectra of Earthquake Records Obtained in or Near Structures", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 126-1-5, July 1960.
- 1.22) Ryo Tanabashi, Takuji Kobori and Kiyoshi Kaneta, "Vibration Problems of Skyscraper. Destructive Elements of Seismic Waves for Structures", Bull. of the Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University, Kyoto, Japan, No. 7, pp. 1-24, March 1954.
- 1.23) Ryo Tanabashi, "Earthquake Resistance of Traditional Japanese Wooden Structures", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 02-1-13, July 1960.
- 1.24) T. K. Caughey, D. E. Hudson, and R. V. Powell, "The C. I. T. Mark II Response Spectrum Analyzer for Earthquake Engineering Studies", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 130-1-12, July 1960.
- 1.25) M. Rodriguez C., "Aseismic Design of Simple Plastic Steel Structures Founded on Firm Ground", Proc. First World Conference on Earthquake Engineering, Berkeley, California, pp. 15-1-12, June 1956.

- 1.26) Emilio Rosenblueth, "Some Appl. cation of Probability Theory in A-seismic Design", Proc. First World Conference on Earthquake Engineering, Berkeley, California, pp. 8-1-18, June 1956.
- 1.27) Ryo Tanabashi and Hatsuo Ishizaki, "Earthquake Damages and Elastic Properties of the Ground", Bull. of the Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University, Kyoto, Japan, No.4, May 1953.
- 1.28) 棚橋 謙, 「弾性測定による地盤の性質と震害の関係」, 建築雑誌才66輯 773号, 昭和26年4月.
- 1.29) 棚橋 謙, 石崎虎雄, 山崎邦男, 「地盤の強制振動に関する若干の実験」, 日本建築学会研究報告才31号, pp 123~124, 昭和35年5月.
- 1.30) 金井 清, 河角 広, 田中寅二, 「常時微動による大阪市内の地盤調査概報」, 東京大学地震研究所 (Mimeographed report), Nov. 1959.
- 1.31) 棚橋 謙, 「地盤の弾性の累積の周波数に振動性状に及ぼす影響につきて」, 日本建築学会論文集才5号, pp. 173~178, 昭和12年3月.
- 1.32) 小堀輝二, 金多 深, 「建物の振動と地盤の固定度との間の較まうれ易い結論について」, 日本建築学会研究報告才21号 (近畿支部), 昭和28年2月.
- 1.33) Katsutada Sezawa and Kiyoshi Kanai, "Decay in the Seismic Vibrations of a Simple or Tall Structure by Dissipation of Their Energy into the Ground", Bull. of the Earthquake Research Institute, Tokyo Imperial University, Vol. XIII, No. 5, 1935.
- 1.34) 棚橋 謙, 「建物の大きさの安全性に対する効果」, 日本建築学会研究報告才31号, pp. 235~236, 昭和30年10月.

1.35) 金多 澤, 「肘接合部の構造減衰並びに剛性に関する研究」, 京都大学防災研究所年報
第3号, pp. 111~126, 昭和34年12月.

1.36) Ryo Tanabashi, "Analysis of Statically Indeterminate Structures in
the Ultimate State", Bull. of the Disaster Prevention Research
Institute, Kyoto University, Kyoto, Japan, No. 20, pp. 1-17, 1958.

1.37) 橋本 謙, 「鉄骨柱梁接合部分の振動実験の報告」, 建築学研究, 昭和11年
11月.

1.38) 橋本 謙, 「端接柱梁接合部分の正負曲げ試験」, 建築協会雑誌, p. 587. 昭和14年1
2月.

1.39) 坂 靜雄, 六車 照, 前田米穂, 「プレストレストコンクリートの建築への応用」, 日
本建築協会誌「建築と社会」, 第37輯, 第4号, pp. 41-57, 1956.

1.40) John A. Blume, "A Reserve Energy Technique for the Earthquake Design
and Rating of Structures in the Inelastic Range", Proc. Second World
Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp.
1061-1084, July 1960.

1.41) 妹沢克惟, 「振動学」, 岩波書店, p. 631. 昭和7年12月.

1.42) Lydik S. Jacobsen and Robert S. Ayre, "ENGINEERING VIBRATIONS with
Applications to Structures and Machinery", McGraw-Hill Book Co., Inc.,
New York, N.Y., pp. 1-564, 1958.

1.43) Structural Standard Committee, Architectural Institute of Japan,
"AIJ Structural Standards", 1960.

要 約

第II編では構造物の地震時の挙動を理論的に捉える最初の step として多自由度振動系の非定常振動が線型振動理論によって取扱われる。それは構造物の振動振幅(変位)が小さい間は、その振動は概ね線型理論に従い、また線型理論によって解析された結果の多くは構造物の大振幅時の振動(非線型振動)の取扱い上必要な尺度、あるいは parameter として用いられるからである。

第1章 序 論

地震による構造物の挙動を解析的に取扱う試みは相当古くから行なわれているが、比較的近年までになされた広汎な研究の多くは構造物の構元が原則としてその変形量、すなわちひずみの大きさには比例する、い、換えれば架構を構成している材料は完全弾性で Hooke の法則に従うと云う仮定に基づいたものである。そしてまた種々の原因によって構造物の振動を減衰せしめる力は振動速度の1乗に比例するものと見做して仮定も多くの場合用いられて来た。これらの仮定によって得られた構造物の運動方程式はその変数変換と導関数のそれぞれ1次の冪しか含まない、いわゆる、線型微分方程式として記述される。このような取扱いを線型振動理論と称するが構造物の自由振動の解は多くの場合容易に求められ、また繰返し外力を受ける場合の架構の定常振動の解は Fourier 級数を用いて表現され、transient な状態における解には Laplace 変換が用いられて抽象化された構造物の振動性状が色々な場合について研究されている(2.01)。線型振動理論による問題の取扱いには変数分離が可能であって振動の時間要素と振動の mode の要素を各々別個に切離して考えられ得ること、解の重畳が可能であるという極めて重要、かつ有用な法則が成立するために美しく体系づけられた線型振動理論の著書が多く見られるところである。そしてこの理論によってなされて来た多くの研究の結果は構造物の振幅が余り大きくない場合に限り実原の現象をかなりよく説明し得たし、またそれゆえに構造物の振動実験の結果などにも線型振動理論によって解析されることが多かったのである。

しかし、上記の仮定は厳密には実際の構造物の振動に対して当てはまらないことは早くから認められており、そのために現実と理論上の仮定との差異 (discrepancy) を等価的な復元剛性や等価減衰係数を考えることによって現実と理論的解析結果との一致を見ようとする企ても多くなされてはいるが、それは構造物の性質をできるだけありのまゝに想定して解析するには最近まで適当な、そして有力な解法手段が見当らなかつたためであるといつて良い。

上記の理由から、今日では地震を対象として線型理論によって構造物の地震 response を求めることの不合理性は明らかになって来たのであるが、しかしながら新しい非線型振動の解法手段で構造物の地震 response を求める場合に結果の解釈、検討、推論などにおいて線型理論の terminology はある程度そのまゝ踏襲せられているのである。一例を挙げれば、現実の構造物の振動周期は厳密にいえばその振動振幅の大きさによって変化するし、見掛けの減衰係数にしても同様であるから線型理論で説明された意味における共振の現象は実際の構造物の地震 response 中には起り得ないにも拘らず「架構の周期と地震波のそれが共振する場合」などといわれることが多い。1960 年の第 2 回世界地震工学会議において Housner 博士や Jacobsen 博士をして「今年は elasto-plastic year であり、そしてまた hysteretic year でもある。」といわしめたほど最近の耐震工学では構造物の地震応答を取扱うのに線型理論によらざる研究が多い情勢になって来たが、かゝる最近の諸研究においてもそこに取扱われる maximax distortion spectrum や average velocity response spectrum などにはあくまでも従来の線型振動の既成概念である「微小振動時の架構の固有振動周期」であり「その時の減衰定数」が主要な parameter となっているのであって、これらの parameter は今後なにか別のさらに合理的なものに取換えられることがない限り現在ならびに将来の耐震工学における研究の中では重要な役割を示すものと思われる。特に構造物の微小振動時の周期は架構の形状、寸法、質量、初期剛性、その他あらゆる重要な要素のすべてに関連しそれらを代表し得る量であつて架構の復元力の非線型特性によって構造物の振動性状に変化が見られたときにそれを評価する際の基本的なものであるからそれは線型振動理論によって求められる一つの大切な parameter といわなければならない。

本稿は、かゝる意味において線型振動の諸問題の中から構造物の地震応答を非線型振動理論に基づいて解析する際の背景ともなるべきいくつかのものについて考察を行なう。そこに登場

する諸量の若干は、非線型理論の立場からはその定義を少し変更する必要を認められるものもあり、またあるものはその存在意義を完全に失なうものも出て来るであろう。本編ではこの異も併わせて検討される。

第2章 構造物の固有振動周期の算定法

線型理論によれば、架構が初期変位または初速度を与えられて自由振動をなすとき、架構は一定の mode で一定の時間に 1 cycle の振動を行なう。架構の振動を減衰せしめようとする作用が小さければ、自由振動は相当長時間継続する。その場合、ある瞬間の構造物の動的な応答曲線の形状は normal mode の組合せと解釈され、各 mode の相対的な大きさ、あるいはその割合は、最初に構造物の各部に与えられた初期変位、または速度の distribution に関係する。そして一般に高次の mode 程減衰が早く、基本振動型が一番遅く減衰するものとされている。この各 mode に対応して固有振動周期が一つづつ定まり、もし構造物が基本振動型で振動するように start させられると構造物は最低次の固有振動周期（これは一般には一番長い）で自由振動を行なう。

normal mode の概念は構造物の運動方程式が前に述べたように変数分離型であることから導かれたものであるから、構造物の復元力特性が elasto-plastic と見做される場合や減衰が大きい場合にはこの概念は当然意義を失なうべきものである。したがって elastic な架構を対象とした modal analysis は transient disturbance による線型振動系の応答を求めるには有用な一方法ではあっても、架構が elasto-plastic な復元力特性をもつ場合にはその存在意義を完全に失なうのである。

非線型 response の一般的な傾向、すなわち実際に近い構造物の地震応答の普遍的な傾向を知るには、ある elasto-plastic な動力学的特性をもつ振動系が特定の地動によって得られた解（特殊解）を種々の量を parameter として数多く求め、その結果を spectrum に画くことにより判定せられている。この場合の重要な parameter の一つとして、構造物の微小振動時の周期（いわゆる弾性周期）が挙げられる。1951 年に出版された San Francisco の Joint Committee^{*} による構造物耐震設計規準案（2・02）にも、架構の周期は重要な element として登場しているし、筆着りの既往の研究の結集もそうであった（2・03）。そしてまた、上記のような研究成果を基礎においた耐震設計法が違わらず樹立するとすれば、そこに含まれる parameter の

*) The Joint Committee of the San Francisco, California Section, A.S.C.E. and The Structural Engineers Association of Northern California を本研究ではこのように略称する。

一つはやはり架構の動的性狀を總括的に、しかも簡括に代表するところの架構の彈性時の固有振動周期であらうと考えられる。

ゆえに、われわれがこゝでまず問題とすべきことは、構造物の微小振動時の周期をできるだけ忠実に算定する方法について論ずることであらう。

2・2・1 建築物の固有周期を求める実験式

設計すべき構造物の固有周期（彈性時の基本振動周期）を評價する手段として、現存の構造物の固有振動周期を実測した資料から、その規模、立地条件などの類似せるもの、値を参考として想定する実験的方法と、架構の質量、剛性、地盤の性狀などの諸量から近似計算で求める方法とに大別できよう。San Francisco Joint Committee 案は U. S. Coast and Geodetic Survey（単に U. S. C. G. S. と略称する）によつてなされた多くの建築物の振動周期の実測 data から

$$T = 0.05 \sqrt{H^2/b} \quad (\text{sec}) \quad (2-2-1)$$

なる実験式を示している（2・02）。こゝに H は建築物の地盤面以上の高さであり、 b は振動方向の建築物の幅である。また、谷口博士は我が国に於ける鉄骨構造、および鉄筋コンクリート構造の高層建築の振動周期は、建築物の地上階数を N とするとき近似的に

$$T = 0.07N \sim 0.09N \quad (\text{sec}) \quad (2-2-2)$$

となることを提案された（2・04, 2・05）。

しかし、San Francisco Joint Committee の採用せる周期算定式（2・2・1）に關しては、同委員会は U. S. C. G. S. の実測記録を plot した各案の中で 80% は安全側に收まるが、10% の案は危険側ではあるが 25% 以下の誤差範囲を持ち、そして残りの 10% は 25% ないし 40% の誤差が危険側に出てくることを認めており、また、これに關して日本の耐震工學者の意見として、この振動周期式は東京の丸ビルその他の建築物の実測周期と全然合わない（2・06）ことも明らかにされている。（註）→ 次頁

一方谷口博士の式(2・2・2)は構造物の振動周期は、その階数に比例するという簡明なものであるが、これとてまた例えば第1・2表の実測値の中では合わない建物もあり、さらに最近の構造物の一般的傾向として重量の割合に剛性の高い建物についてはこの式を適用することに疑問の生ずる場合さえ出て来るのである。

これらの実験式に関していえることは、それが建物の規模のみを parameter に採用しているに過ぎず、構造物の重量、剛性の分布、形状、地盤の性質など、振動周期に直接関係した量には全く触れていないということである。もちろん、実際の構造計算上使用すべき算式としては簡単な形ほど望ましいには違いないが、これらの実験式と実際の構造物を測定して求めた周期との差異はすべて上の理由によるものであると考えられるから、合理的な振動周期式は、純実験的なものではなく、ある程度理論的な背景の裏付けをもったものでなければならぬものと思われる。

2・2・2 構造物の固有周期を理論的に算定する方法

振動系の固有振動数または固有周期を理論的に求めるのに、大別して、振動系の自由振動の運動方程式から求める方法と、振動系の運動 energy ならびに potential energy の関係から求めようとする方法の二つがある(2・01)。最も簡単な場合、すなわち、単振子、物理振子、ばね振子、質点-ばね系、あるいは集中荷重をもつばりの振動などのように、その振幅が小さく、摩擦がなく弾性振動をなすと見做し得る1自由度振動系に対しては、その自由振動の運動方程式はすべて m を系の等価な質量、 ω を等価ばね剛さと考えたとき、

註) San Francisco Joint Committee の案に対して日本の耐震工学者が問題とした点の中に同委員会は「標準とした周期式は微振動のものを標準としているが、日本の耐震試験委員会では1,000万円以上の経費を使って行った実物家屋の終局大振動実験の結果によると、大振動のときの周期は微振動のそれよりも著るしく大きくなる(2倍以上)ことが明らかになり、これから考えても周期式に疑問がある。」とされているが、この事実こそ構造物のもつ非線型復元力特性のなせる業に他ならず、大振幅のときは周期が伸びることは当然考慮すべきことであるが、それはそれとして、微小振動時の周期そのものは構造物の動的特性の一部を忠実に代表するものとして考慮すべきであると筆者は考える。

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

(2.2.3)

と書くことができ、こゝに x はその時間に関する2階の導函数であることは熟知のことであるが、この2階の常微分方程式の解から、系の円振動数は

$$p = \sqrt{k/m} \quad (\text{rad/sec}) \quad (2.2.4)$$

したがって、振動の周期は

$$T = 2\pi/p \quad (\text{sec}) \quad (2.2.5)$$

となることが容易に知られる。また、簡単な無限自由度系、たとえば、図2.2.1図に示すように剛な地盤上に垂直に立てられた均一な片持ばりや煙突の横振動の場合には自由振動の微分方程式は、

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{EI \eta g}{W} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0 \quad (2.2.6)$$

と書かれ、 y は振幅、 EI ははりの曲げ剛性、 W は重量、 l ははりの長さ、 g は重力加速度を表わすが、いま、 $m = \frac{4\pi^2 W}{EI \eta g T^2}$ とおけば、この片持ばりの自由振動の周期算定式は、

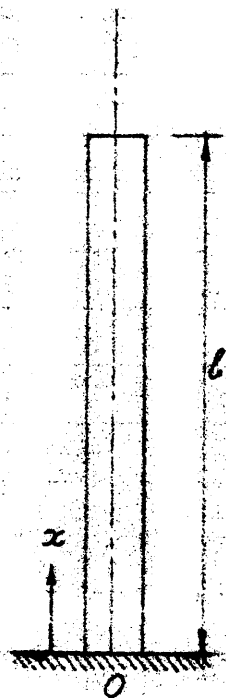


図 2.2.1

$$1 + \cos mh \cdot \cosh mh = 0 \quad (2.2.7)$$

となり、これより最低次の周期 T_1 は、

$$T_1 = \frac{2\pi}{m_1^2} \sqrt{\frac{W}{EI \eta g}} = \frac{2\pi}{(1.8751)^2} \sqrt{\frac{W \eta^3}{EI g}} = 1.787 \sqrt{\frac{W \eta^3}{EI g}} \quad (2.2.8)$$

として求められる(2.01, 2.07, 2.08, 2.09)。

しかしながら、多自由度の振動系の形状が複雑になって来ると、その自由振動の方程式は(2.2.3)や(2.2.6)式のように単純ではなく、従ってその周期も(2.2.5)や(2.2.8)式のごとく簡単に求められるものではない。ゆえに、架構の周期をその運動方程式から求めようとする方法は正攻法ではあっても、実用上はなかなか容易な方法ではないとい、得るのである。適度に抽象化し得る構造物の振動周期は多くの場合、energy法によって、あるいはそれを拡張した幾つかの方法によって求められるのが普通である。よって、つぎにその原理と応用法について若干の説明を加えよう。この場合には振動系の運動方程式は必要ではない。

energy保存則の成立する振動系——実際の構造物においてもそれが極めて微小な振幅での自由振動を行なうときにはこの法則は成立するものと見做される——では、その自由振動時の最大運動energy量と最大potential energy量を相等しいと置いて

$$P = K p^2 \quad (2.2.9)$$

なる関係が成立する。こゝに P は振動系の動的たわみ曲線の形状を仮定することによって計算される系の最大potential energyであり、 K はその場合の系の最大運動energyを系の振動数の自乗で割ったものであって、系が調和振動をなすという仮定のもとに系の最大動的たわみ量から計算される。もしこれら二つのenergyが種々の成分からなる場合には p^2 の一般式として、

$$p^2 = \frac{\sum P_i}{\sum K_i} \quad (2.2.10)$$

が与えられ、これから振動系の弾性周期が計算される。

このenergy法をばりような分布質量系に適用する際には運動energyとpotential energy量を計算するのに系のたわみ曲線を仮定する必要があるが、この仮定したたわみ曲線と真のた

わみ曲線との誤差が振動数の計算値に及ぼす影響は非常に小さいことが認められている。Lord Rayleighによれば、かゝる系の基本振動周期は任意のもっともらしい曲線を想定すれば、良い精度で計算され得ることを示し、そして、その場合の振動数はこの系の眞の振動数に相等しいか、またはそれより高くなることを証明した(2・10)。すなわち、この振動系の眞のたわみ曲線を想定した場合、われわれは正しい値を得るが、それ以外のたわみ曲線を仮定する場合は、それが眞のたわみ曲線とは異なるために系が仮定された通りの曲線形をもって振動するためには系に付加的な拘束があることを要し、従つて過大な剛性を仮想的に与える結果、振動数は高くなると説明されている。このように energy を考慮して振動系の基本振動数を求める方法は Rayleighの方法と名付けられているが、その特別な、そして最も実用的な場合としての「静たわみ法」は系の最大 energy 量を求めるのに振動系の静的たわみ曲線を用いるところに特色があり、しかもこれは精度の失からいつて工学的な目的に使い得る。われわれはこの(2・2・6)式で取扱った例題について静たわみ法(Rayleighの方法)を適用してその振動周期の近似値を求めて見よう。

2・2・3 Rayleighの方法

剛な遊盤上に鉛直に立てられた均一な片持ばり —— (や2・2・1図)

最初、最も rough な仮定として、固定端から x なる点の片持ばりの振幅が十分な精度ではりの全重量 W がその自由端に集中荷重として水平方向にかゝった場合の重量のない片持ばりの静的たわみ曲線で表わされるものと仮定しよう。これを方程式の形に書けば

$$y = \frac{1}{2} y_0 \left[3 \left(\frac{x}{l} \right)^2 - \left(\frac{x}{l} \right)^3 \right] \quad (2 \cdot 2 \cdot 11)$$

となり、ここに y_0 は自由端における片持ばりの振幅で、したがって自由端で考えたはりのばね剛性は $k = W/y_0 = 3EI/l^3$ である。potential energy は荷重 W によつてなされた仕事に等しく、ゆえに、はりのこの静的たわみ曲線の仮定から、

$$P_{\max} = \frac{1}{2} k y_0^2 = \frac{3EI}{2l^3} y_0^2 \quad (2 \cdot 2 \cdot 12)$$

となる。

運動 energy は質量と速度の自乗の積をはり全体にわたって積分すれば得られるから、調和振動の仮定に従って

$$\begin{aligned}(Kp^2)_{\max} &= \frac{W}{2gh} \int_0^L (py^2) dx = \frac{W}{2gh} \left(\frac{py_0}{2} \right)^2 \int_0^L \left[3 \left(\frac{x}{L} \right)^2 - \left(\frac{x}{L} \right)^3 \right]^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{33W}{140g} \right) p^2 y_0^2\end{aligned}\quad (2.2.13)$$

である。これら2種の最大 energy 量を等置すれば、

$$p = \sqrt{\frac{(3EI/2h^3)g}{\frac{33}{140}W}} = 3.56 \sqrt{\frac{EIg}{Wh^3}}\quad (2.2.13)$$

となり、よって片持ばりの固有振動周期の近似値は

$$T = \frac{2\pi}{p} = 1.764 \sqrt{\frac{Wh^3}{EIg}}\quad (2.2.15)$$

として得られる。これを(2.2.8)式の厳正值と比較すると、約-1.29%の誤差をもつことがわかる。ところが、一方片持ばりのにわみ曲線の形状をこのはりが等分布荷重を受けの場合の静かにわみ曲線、

$$y = y_0 \left[2 \left(\frac{x}{L} \right)^2 - \frac{4}{3} \left(\frac{x}{L} \right)^3 + \frac{1}{3} \left(\frac{x}{L} \right)^4 \right]\quad (2.2.16)$$

と仮定して同様な計算を行なうと、片持ばりの固有円振動数の近似値として

$$p = 3.535 \sqrt{\frac{EIg}{Wh^3}}\quad (2.2.17)$$

が得られ、これより基本振動の固有周期は、

$$T = \frac{2R}{P} = 1.775 \sqrt{\frac{Wl^3}{EIg}} \quad (2.2.18)$$

となって、これは厳正值と比較すると約-0.67%の誤差をもつ。

一般に分布質量と n 個の集中荷重を有するはりの振動数の近似値は静たわみ法によって、

$$p^2 = g \frac{\int_0^l wy dx + \sum_{i=1}^n W_i \Delta_i}{\int_0^l wy^2 dx + \sum_{i=1}^n W_i \Delta_i^2} \quad (2.2.19)$$

なる式から計算される。ここに Δ_i は荷重 W_i の静たわみ量である。(2.2.19)式の表示の中には、はりの曲げ変形のみならずせん断変形やはり支端の弾性変形の量を考慮に入れることができる。また、はりの荷重 W に対して自重 w が省略され得るときには(図2.2.2図)。

はりの振動数は、

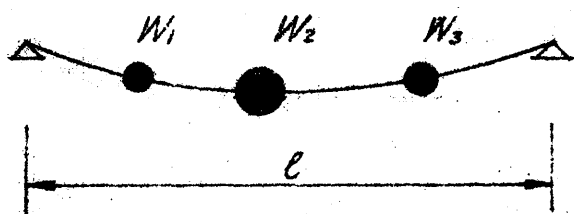


図 2.2.2

$$\left. \begin{matrix} p \\ f \\ N \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 19.65 \\ 3.127 \\ 187.7 \end{matrix} \right\} \sqrt{\frac{\sum W \Delta}{\sum W \Delta^2}} \left\{ \begin{matrix} (\text{rad/sec}) \\ (\text{cycle/sec}) \\ (\text{cycle/sec}) \end{matrix} \right.$$

(2.2.20)

で与えられ、ゆえに固有周期は

$$T = 0.319 \sqrt{\frac{\sum W \Delta^2}{\sum W \Delta}} \quad (\text{sec}) \quad (2.2.21)$$

となる。

Rayleighの方法によって得られた固有振動数の近似値が前に述べたように真の値に等しいかまたはそれより高い値を与えるのに対して、つぎに述べる Southwell-Dunkerley の近似法は真の値に等しいかまたはそれより低い固有振動数が計算される。したがって Rayleigh の方法によって得た値は近似値の上限を、そして Southwell-Dunkerley の近似法は下限を示すことに

なつて、振動系の眞の振動数はこの上下限の範囲内にあることが知られるのである。Southwell-Dunkerley の方法の大概は以下に示すが、Rayleigh の方法と Southwell-Dunkerley の方法は共に高い精度をもつた優れたものである。

2・2・4 Rayleigh の方法の拡張と Southwell-Dunkerley の方法 —— 孤立振動系

Rayleigh の方法によって構造物の振動周期を算定する場合に最も困ることの一つは振動系の最大 potential energy と最大運動 energy を計算する際に介入して来る色々な因子の相互関連ということである。すなわち曲げの potential energy に対しては曲げに基づくたわみ曲線を使用しなければならないし、せん断による potential energy に対してはたわみ曲線のせん断に基づく成分だけが考慮される。しかしこれら二つが組合せられた場合のたわみ曲線から運動の energy を求める場合には一般にたわみ曲線の曲げによる部分のみが関与しているにすぎない。この意味で仮想的な性質の、多くの隔離された系 (isolated system) の振動成分の振動数 (isolated frequency) を加え合わせて、それらの成分が組合わされた眞の系の振動数を合成する方法、すなわち Rayleigh の方法の拡張がこゝで提示される。すなわち一般的な振動数方程式 (2・2・10) において、振動系の全運動 energy が n 個の積分の形で表現され、また、potential energy は数項の積分の和の形で表わされる場合がある。その場合振動数方程式

$$p^2 = \frac{\sum P_i}{\sum K_i} \quad (2・2・10)$$

$$p^2 = \frac{P_1 + P_2 + \dots + P_n}{K} \quad (2・2・22)$$

と書き表わされる。振動系の暫定的たわみ曲線を各孤立振動成分のたわみ曲線の和

$$y = y_1 + y_2 + \dots + y_n \quad (2・2・23)$$

と考えるとき、Rayleigh の近似法によれば P_1, P_2, \dots, P_n の各 potential energy を求める場合には (2・2・23) 式の y を用い、また K を求める場合も同様であるが、Southwell-

Dunkerley の近似法では, potential energy の源の連成, すなわち相互に影響し合う拘束を解除して, 元の振動系を n 個の全く孤立せる系に置換えると各孤立系の振動数は n 個の孤立せるたねみ曲線, y_1, y_2, \dots, y_n を仮想することによって求められる。すなわち

$$\left. \begin{array}{l} y = y_1 \text{ と考えれば} \\ y = y_2 \text{ について} \\ \dots\dots\dots \\ y = y_n \text{ について} \end{array} \right\} \begin{array}{l} p_1^2 = \left(\frac{P_1}{K} \right)_1 \\ p_2^2 = \left(\frac{P_2}{K} \right)_2 \\ \dots\dots\dots \\ p_n^2 = \left(\frac{P_n}{K} \right)_n \end{array} \quad (2.2.24)$$

となる。 p_1, p_2, \dots, p_n を求める段階では仮想されたたねみ曲線 y_1, y_2, \dots, y_n に対して Rayleigh の方法を用いるのであるから, 求められた孤立振動数 p_1, p_2, \dots, p_n の値は各孤立系の真の振動数に相等しいか, またはそれよりも高くなるといえる。そして一つの孤立系の厳正なたねみ曲線を知ることは, 組合わされた場合のたねみ曲線を求めるよりもはるかに容易である。

こゝで, いま仮りに, n 個の厳密な孤立系のたねみ曲線 y_1, y_2, \dots, y_n の代りに, われわれは何らかの別の方法で組合わされたたねみ曲線 y を厳密に知り得たとして, これを用いてすべての孤立せる系の振動数の近似値を求める際に用いるとすれば, 明らかに

$$p_1^2 = \left(\frac{P_1}{K} \right)_1 \leq \frac{P_1}{K}, \quad p_2^2 = \left(\frac{P_2}{K} \right)_2 \leq \frac{P_2}{K}, \quad \dots\dots\dots p_n^2 = \left(\frac{P_n}{K} \right)_n \leq \frac{P_n}{K} \quad (2.2.25)$$

であって, これらの不等式を辺々相加えると, 右辺には元の振動系の真の固有振動数が得られる。

$$\begin{aligned} p_1^2 + p_2^2 + \dots + p_n^2 &= \left(\frac{P_1}{K} \right)_1 + \left(\frac{P_2}{K} \right)_2 + \dots + \left(\frac{P_n}{K} \right)_n \\ &\leq \frac{P_1 + P_2 + \dots + P_n}{K} = p^2_{true} \end{aligned} \quad (2.2.26)$$

なる関係は, 孤立系の真の振動数が求められるとき, これらの自乗の和は元の振動系の真の振

動数の自乗に等しいかまたは小さくなることを示している。2の Rayleigh の方法の拡張は R. V. Southwell によってなされ、それは単に Rayleigh の近似法が一般に真の値より高い値を与えたのに比べて、真の値より低い値を計算する方法を示したのみならず、また、色々の形の potential energy を考えることの重要性をより明確にしたのであった。

つぎに、振動数方程式 (2.2.10) において、potential energy がたゞ一つの項よりない、運動 energy が色々の慣性部分から成り立っている場合には、真の振動数

$$p^2 = \frac{P}{K_1 + K_2 + \dots + K_n} \quad (2.2.27)$$

の下限を求めることができる。その場合、前と同様に、つぎの不等式

$$\begin{aligned} \frac{1}{P_1^2} + \frac{1}{P_2^2} + \dots + \frac{1}{P_n^2} &= \left(\frac{K_1}{P}\right)_1 + \left(\frac{K_2}{P}\right)_2 + \dots + \left(\frac{K_n}{P}\right)_n \\ &\geq \frac{K_1 + K_2 + \dots + K_n}{P} = \frac{1}{P_{true}^2} \end{aligned} \quad (2.2.28)$$

を導くことによって p^2 の上限、つまり p^2 の下限は孤立振動系の振動数の逆数の自乗の和を求めれば得られることが示される。2の Rayleigh の方法の拡張は R. V. Southwell が理論的に実証したときより大都以前に S. Dunkerley によって実験的に発見されていたものである (2.11)。すなわち 1894 年に S. Dunkerley はある複雑な系の合成周期 T_r はかなりの精度でその孤立振動成分 (isolated component) の周期 T_a, T_b, \dots, T_u を用いて

$$T_r^2 = T_a^2 + T_b^2 + \dots + T_u^2 \quad (2.2.29)$$

のように表わせることを実験的に示したのである。2の方法を Southwell-Dunkerley の近似法というが、これによっても、2種の型の energy が共に数値で表わされるような一般的な場合には元の振動系をいくつかの独立系に置換して考えても果し効果はなく、真の振動数の下限の値を知ることはできないことを、で注意しておく必要がある。

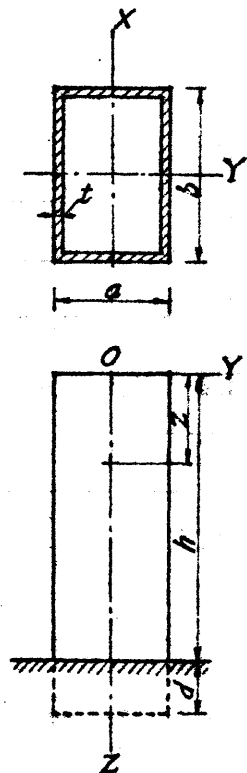
振動系の真の基本振動数と、その上限の間を Rayleigh の近似法で限界を究め、また下限との

差を Southwell-Dunkerley の近似法によって知ることは、これらの近似法がいずれも工学上の目的に役立つものであるだけに実際的というよりむしろ理論的な興味深いものである。多くの場合、Southwell-Dunkerley 法によって得た近似値は Rayleigh の方法によるものよりもさらに真に近い値を与え、とくに Dunkerley の実験式(2.2.29)は実際の構造物の振動周期を求める際には有用なものである。

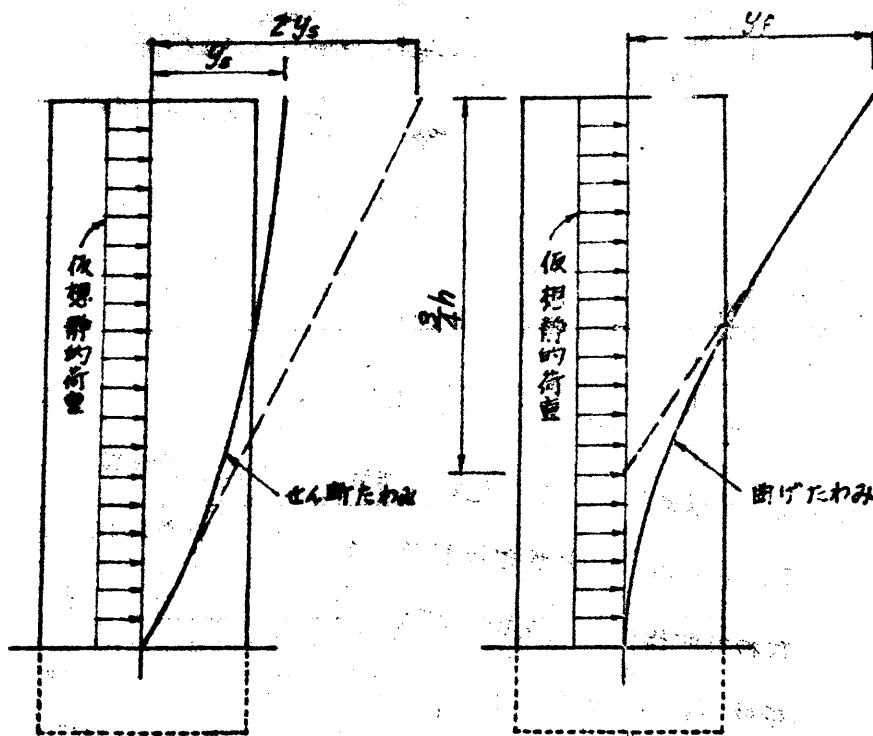
以上の議論によれば、実際の構造物の固有振動周期の算定には、その構造物が振動中に行う変形の型に従って、曲げ変形、せん断変形、回転、捻れ変形などのいくつかの独立振動系に分解し、その各々について厳密な基本振動周期を求め得たとき、元の構造物の基本振動周期は個々の独立振動数の自乗の和の平方根として与えられることが知られる。そして、各独立振動周期を求めるとには、その各 mode の静的たわみ曲線の形状を知ればよいことがわかるから、構造物の固有振動周期を求めることは、各変形 mode に対応する静たわみ量を算出することによって帰着しよう。各独立振動系の静たわみは構造物の形状、質量ならびに剛性の分布、地盤の弾性などに関与するから、かくして得られた構造物の基本振動周期は上のすべての影響を包括することになるのである。

2.2.5 均一な片持ばりの固有振動数

いま、簡単な例題(2.11)について、この方法による固有振動周期の算定を行なって見よう。先 2.2.3 図に示すような対称な矩形断面をもつ中空の鉛直片持ばりが弾性地盤内に深さ d だけ埋込まれているものとする。地盤の弾性の影響は次章で考察し、こゝではばりは完全に固定されていると考えることにしても、この片持ばりの弾性性状がその振動に関連するから、最初の段階としては、図示の Y 方向に均一なばり自重が水平に作用するものと仮想した場合にばり自身に生ずる静的たわみを求めることになる。ばりは水平にたわみ、従って先 2.2.4 図に示すようにせん断たわみ Δ_s と曲げ変形によるたわみ Δ_f を生ずる。片持ばりの系の頂部に原点をとり、 z を下向きに正に測れば、剛に固



先 2.2.3 図
振動系の座標



(a) せん断により

(b) 曲げにより

※ 2.2.4 図

等分布荷重を受ける片持ばりの静的たわみ。

定された片持ばりの各たわみ量は次式で与えられる。

$$\Delta_s = \frac{k w}{2 A G} (h^2 - z^2) \quad (2.2.30a)$$

$$(\Delta_s)_{\max} = y_s = \frac{k w h^2}{2 A G} \quad (2.2.30b)$$

$$\Delta_f = \frac{w}{24 E I_x} (3 h^3 - 4 h z^2 + z^4) \quad (2.2.30c)$$

$$(\Delta_f)_{\max} = y_f = \frac{w h^4}{8 E I_x} \quad (2.2.30d)$$

2.12.

w は片持ばりの単位長さ当たりの重量、 A ははり断面積、 I ははりの X 軸に関する慣性 moment、 E および G ははりの曲げおよびせん断弾性係数で、 k はせん断たわみ係数と呼ばれる無次元の係数である。このせん断たわみ係数 k は本来片持ばりの材料の Poisson 比および断面形に関連した量であって、Theodor von Kármán と F. Seewald によれば、細い幅の矩形断面に対してそのせん断たわみ係数 k は、せん断分布係数 1.5 と、はりの軸方向応力および軸に垂直な応力による影響を入ると、

$$k = \frac{3}{2} - \frac{3m}{10(m+1)} - \frac{3}{4(m+1)} \quad (2.2.31)$$

で表わされる(2.11)。2.12 m は材料の Poisson 数である。はりの断面形がせん断たわ

み係数に及ぼす影響を考慮に入れる場合には一般の材料力学の 1 次 moment の式から対称断面に対しては,

$$k = \frac{A \int_0^{h/2} y^2 dA}{t_0 I_x} \quad (2.2.32)$$

を用いればよい。2.12 に t_0 は断面の中立軸における幅である(2.12)。

さて、つぎの段階はこのようにして得られた片持ばりの各種変形成分の静たわみ量を用いて基礎が完全に固定された片持ばりの独立振動数を求めることになる。

せん断変形のみを想定した片持ばりの横振動の運動方程式は衆知のごとく、

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \alpha^2 \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \quad (2.2.33)$$

であり、2.12 に $\alpha^2 = \frac{kW}{gAG}$ であって、2 の方程式からわれわれは

$$\cos \alpha p h = 0 \quad (2.2.34)$$

なる振動数方程式を得る。(2.2.34) 式を常に満足せしめる解 p は

$$\alpha p h = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \dots \quad (2.2.35)$$

から求められるから、片持ばり自身のせん断振動周期 T_s は

$$(T_s)_1 = \frac{2\pi}{p_1} = 4\alpha h = 4 \sqrt{\frac{kWh^3}{gAG}} = \frac{4}{\sqrt{g/2}} \sqrt{y_s} \\ \div 0.1805 \sqrt{y_s} \quad (\text{sec, when } y_s: \text{cm}) \quad (2.2.36a)$$

$$(T_s)_2 = 1/3 (T_s)_1 \quad (2.2.36b)$$

$$(T_s)_3 = 1/5 (T_s)_1 \quad (2.2.36c)$$

$$(T_s)_4 = 1/7 (T_s)_1 \quad (2.2.36d)$$

として表わされる。(2.2.36a)式の $(T_s)_1$ は y_s がcmの単位で測られる場合の値である。

曲げ変形のみを想定した片持ばりの横振動の運動方程式は、

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -\beta^2 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \quad \beta^2 = \frac{w}{g I_z E} \quad (2.2.37)$$

となり、これより振動数方程式は

$$1 + \cos \sqrt{\beta p h^2} \cosh \sqrt{\beta p h^2} = 0 \quad (2.2.38)$$

が得られるから、この場合の独立振動基本周期としては前の(2.2.7)式と対比して

$$\begin{aligned} \sqrt{\beta p h^2} &= 1.8751 \quad \text{から} & \beta &= \frac{(1.8751)^2}{\beta h^2} \\ \text{ゆえに} & & & \\ (T_f)_1 &= \frac{2\pi}{p_1} = \frac{2\pi}{(1.8751)^2} \sqrt{\frac{w h^4}{g I_z E}} = \frac{1.787}{\sqrt{g/8}} \sqrt{y_f} \\ &= 0.1615 \sqrt{y_f} \quad (\text{sec, when } y_f: \text{cm}) \end{aligned} \quad (2.2.39a)$$

$$(T_f)_2 = \frac{1}{6.27} (T_f)_1 \quad (2.2.39b)$$

$$(T_f)_3 = \frac{1}{17.6} (T_f)_1 \quad (2.2.39c)$$

$$(T_f)_4 = \frac{1}{34.4} (T_f)_1 \quad (2.2.39d)$$

が与えられる。

したがって、Southwell-Dunkerleyの近似解法を用いると、上に求めたせん断ばり及び曲げの独立振動周期 $(T_s)_1$ および $(T_f)_1$ から、片持ばりの曲げとせん断が共に存在する場合の基本固有振動周期 T_{sf} は

$$T_{sf}^2 = T_s^2 + T_f^2 = 0.1805^2 y_s + 0.1615^2 y_f \quad (2.2.40)$$

$$\text{よって} \quad \frac{T_{sf}}{T_s} = \sqrt{1 + 0.803 \frac{y_f}{y_s}} \quad (2.2.41)$$

と書き表わすことができる。(2.2.40)、(2.2.41)式を見ればわかるように、片持ばり自

質の振動周期 T_{sf} は曲げおよびせん断変形を独立に生ぜしめたときの変形量 y_1 と y_2 の大きさによって支配され、(2.2.41) 式では T_{sf} と T_0 の比はたわみ量の比 y_1/y_2 の値によって変化する。ゆえに、地盤の弾性の影響を考慮する以前に地面に完全に固定された片持ばりの梁振動の周期に対して、曲げとせん断のたわみ量が如何なる重要性を有するかを検討しておくことは必要であろう。一般に極端な太短いはりに対してはせん断振動が支配的であり、そして細長いはりに対しては曲げ振動の結果が適用される。しかし、はりの形がその中間であれば、厳密に言えば、曲げ成分とせん断変形の成分が共に存在する場合の運動方程式を立て、これよりその振動数を求めて検討しなければならない。いま、曲げとせん断のたわみ量の比 $y_1/y_2 = \mu$ を定義し、その量の変化による片持ばりの振動周期の変動の様相を見ると(2.11)、その基本振動周期に因しては Dunkerley の近似式(2.2.41)は厳密な解析結果と著るしく良く一致していることがわかる。

いま、で取扱った例題、すなわち中空の矩形断面の片持ばりに類似した構造物は実際には多いとはいえないけれども、たとえば壁式構造の建築物や、鉛直方向に同一断面の耐震壁が連続する場合などにはこの例題は実用面的な価値を多分にもっている。

2.2.6 高層多層向の構造物の固有振動周期

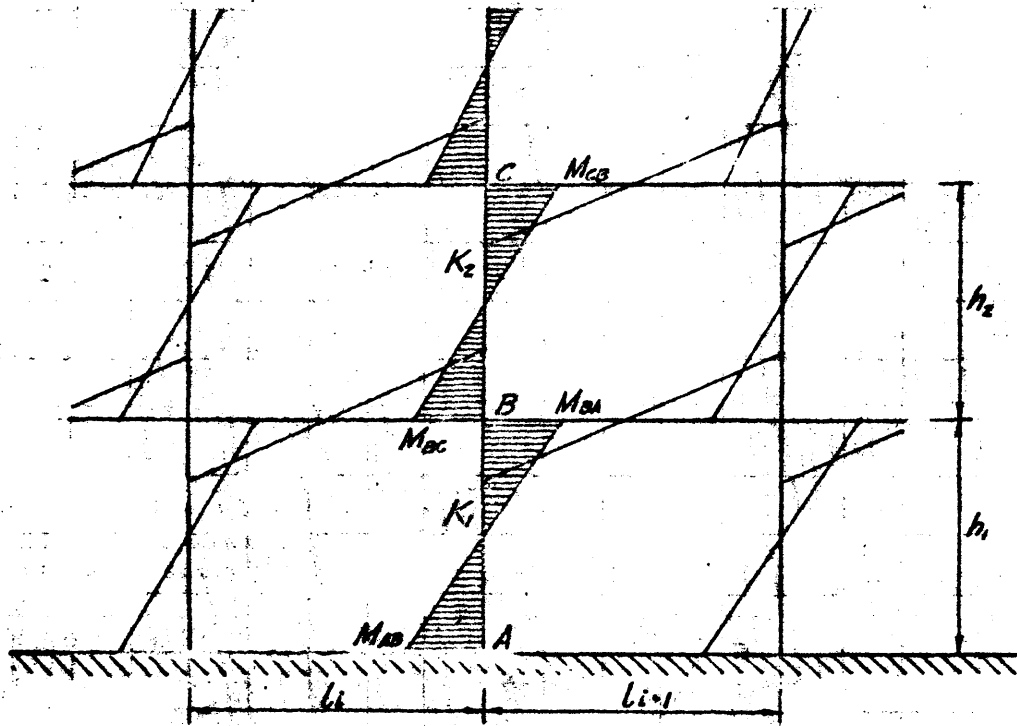
柱、はり、床版を主体とし、側壁や間仕切壁が従属的な構造要素である一般的な建築物に対しては上で取扱った均一的な片持ばりの仮定は適用できないが、振動系の固有振動数を求める Rayleigh の方法、ならびに Southwell-Dunkerley の方法は高層建築物の固有振動周期の算定に広く用いられている。その場合に建築物はその階数と等しい個数の質量をもち、これらを結合する spring をもった多自由度の質量-ばね系に抽象される。計算の過程としては、建築物各階の重量を算出し、それがその階の床面の位置に集中して作用するものと考え、また、ばねの剛性は、各階の柱および壁によって与えられる水平せん断剛性であるが、これは各階に単位の水平方を加えるとそのせん断たわみ量を計算すれば求められる。

かゝる質量系の基本振動周期は各階の床面に、各階の重量に等しい水平方 W_i が作用したと仮定して、そのときの静たわみ量を求めれば、Rayleigh の方法に従ってつぎの式から計算することができ(2.13)。

$$N = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n W_i d_i}{\sum_{i=1}^n W_i d_i^2}} \quad (2.2.42)$$

$$T_1 = \frac{60}{N} \quad (2.2.43)$$

これとは別に、通常の高層多層向架構の固有周期算定にはつぎに述べる方法が最も簡単かつ合理的であると考え(2.14)。すなわち第2.2.5図に示されるような高層多層向の架構



※ 2.2.5 図

について、架構の振動中のたわみ曲線を近似的にその静的たわみ曲線に置換する Rayleigh の方法に従えば、この構造物の基本振動周期を求める問題は、ある水平力を想定して、それによって生ずる架構の静たわみ δ_{st} を求める問題に帰着する。さらに Rahmen 計算の際のばりの部材回転角は零であり、各部材の伸縮はないものとする仮説に従って同一層については柱の部材回転角 R は均一であることを考慮すれば、問題は架構の中のある一つの連続柱列 A, B, C, ... (※2.2.5図) のたわみについて論ずれば良いことになる。その際作用せしめるべき水平力

の分布については、その想定がたとえ正しいものから著るしく違っていても得られる結果の精度には余り影響しないことは前に述べた。したがってこゝでは仮に筆者らが前に提案した震度分布(2.03, 2.15)を用いることにしよう。これは弾性構造物の過渡的な地動に基づく response から見出されたものであって、構造物の耐震計算の際に採用すべき震度は自己振動周期の長いものほど小さい値をとり、周期 T 秒の架構に対しては

$$K = \frac{0.2}{T} \sin \frac{\pi x}{2H} = \bar{K} \sin \frac{\pi x}{2H}, \quad \text{or} \quad \bar{K} = \frac{0.2}{T} \quad (2.2.44)$$

なる分布を与えたものであって、 H は架構の高さを、また x は架構の任意階の高さを示す。(2.2.44) 式は K を求めるためには必然的に“設計しようとする建物”の周期 T を合理的に定める問題が付随することを示すが、いま述べている方法を実行するについてもさしあたり建物の周期の値が必要となる。その場合の周期 T_0 はより合理的な周期を求めるためのいわば第1次近似値にも該当すべきものであるから、それはたとえば前に示した

$$T = 0.05 \sqrt{H^3/b} \quad (2.2.1)$$

または、谷口博士の式

$$T = 0.07N \sim 0.09N \quad (2.2.2)$$

から直ちに求められるものである。

2 のような第1次近似周期 T_0 に対応する震度 K_0 によって算出された水平力を架構に作用せしめるとき、この水平力による架構各部材に働く曲げ moment は撓角撓度法, moment 分配法などの種々の方法によって算定せられる。いま、柱列 A, B, C …… について撓角撓度法の基本式は周知のどく

$$M_{AB} = 2EK_1(2\theta_A + \theta_B - 3R_1) \quad (2.2.45a)$$

$$\begin{cases} M_{BA} = 2EK_1(2\theta_B + \theta_A - 3R_1) & (2.2.45b) \\ M_{BC} = 2EK_2(2\theta_B + \theta_C - 3R_2) & (2.2.45c) \\ M_{CB} = 2EK_2(2\theta_C + \theta_B - 3R_2) & (2.2.45d) \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

と書かれる。こゝに E は梁橋部材の弾性係数、 K_i は柱材の剛度、 θ は節点回転角、 R_i は部材回転角を表わし、 M_{AB} , M_{BA} は柱材の柱端における曲げ moment である。

各柱の柱端 moment はすべて算定せられる。すなわち、ある水平力を作用させた場合の柱の柱端 moment は通常の構造計算の過程に従って求められ、いまの振動周期算定の段階ではすべて既知の値となっている。そこでさらに、簡単のため $\theta_A = 0$ (基礎完全固定) とすれば (2.2.45a) と (2.2.45b) 式から B 点の部材回転角 θ_B は

$$\theta_B = \frac{M_{BA} - M_{AB}}{2EK_1} \quad (2.2.46)$$

として、 M_{AB} と M_{BA} の値によって定められ、そしてこれを (2.2.43a) 式に代入すれば R_1 が容易に求められる。(2.2.45c), (2.2.45d) 式についても θ_B が既知であるから、 θ_C と R_2 の値を求めることができる。かようにして、いま考えている行列については部材回転角 R_i が逐次求められるから、各階の階高を h_i とすれば梁橋上部の静たわひ量は

$$\delta_{st} = \sum_{i=1}^n R_i h_i \quad (2.2.47)$$

で与えられることになる。ゆえにこの梁橋の基本振動周期 T_1 は

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\delta_{st} / (0.8 \bar{K} \cdot g)} \quad (2.2.48)$$

を用いて算出される。こゝに \bar{K} は第 1 次近次周期 T_1 によって定まる \bar{K} の値であり、数値 0.8 は震度の distribution を sinusoidal に規定したことによる修正係数、 g は重力の加速

度である。

高層多層間の梁橋が連続した耐震壁を有する場合は、壁体のせん断振動が、また建物の高さ
と底面幅の比が 5 以上であるような細長い場合には曲げ振動が支配的となるから、梁橋の剛
性が各階で比較的に均一の場合には前に述べた片持ばりの取扱いがなされ、その結果を利用すべ
い。しかし一般には梁橋のせん断あるいは曲げ剛性は各階について段階的に変化する。か
ゝる場合の構造物の振動周期算定は Vianello-Stodola の逐次近似法 (2.16), (2.17) に
よるのが良いと思われる。変断面の弾性ばりが p なる円振動数で曲げ振動あるいはせん断振動
をなす場合、振動の慣性力による単位長さ当りの荷重は

$$g(x) = -mp^2y \quad (2.2.49)$$

で表わされる。振動中のばりのたわみ曲線を仮定して $y_1(x)$ (第1次近似) とすると、荷重
 $g(x) = -mp^2y_1$ によるばりのたわみ曲線の第2次近似値は通常のばり理論から求められる。
梁橋の剛性の不連続性を考慮して梁橋の高さ H を等分し、 $\Delta x = H/n$ なる区間に分割す
る。ばりのたわみ曲線の第 j 次近似は2の場合、

$$y_j = \frac{p^2}{9E} \int_0^H \int_0^H \left\{ \int_0^H (w_x/l_x) y_{x(j-1)} \Delta x \Delta x \right\} \Delta x \Delta x \quad \text{曲げ振動} \quad (2.2.50a)$$

$$y_j = \frac{Kp^2}{9G} \int_0^H \left\{ \int_0^H (w_x/A_x) y_{x(j-1)} \Delta x \right\} \Delta x \quad \text{せん断振動} \quad (2.2.50b)$$

となり、 K はばりの断面形状によって定まるせん断たわみ係数である。また \int_0^H は積分記号を
表わす。

2.2.7 構造物の固有振動周期の収斂値

われわれが上で求めて来たものは梁橋の第1次近似振動周期 T_0 で規定された水圧力に耐え
得るよう設計された梁橋の固有振動周期 T_1 であつた。構造物に作用せしむべき水圧力は (2.
2.44) 式のとく、周期の関数であり、しかも T_0 と T_1 の値は通常相異なるから、最初に
仮定した構造物の補強断面のもつ抵抗能力は、新しい周期 T_1 で規定される水圧力が要求す

る応力と同じ値でないことは容易に予想せられる。したがってもし、構造物の部材断面が、周期 T_1 の場合の部材応力を安全に、かつ最も経済的に支持し得るように架構全体の部材断面を変更すれば、部材剛性は当然変化するため、そのときの架構の振動周期 T_2 はまた T_1 と相異ってくる。

架構の経済的設計をあくまでも追求するならば、部材断面が架構全体の周期 T_1 で規定される水平力に耐え得るような最小断面であることが望ましいが、それはしかし、上に述べた操作を実際計算では有限回繰返すことを要求される結果となるであろう。そして、この操作は個々の建物を設計する場合、計算者に過大の労を強要することをも意味するから、そこに何等かの折衷策が必要となり、さらに考察が望まれるのである。

構造物が弾性であって Hooke の法則に従うものと見做される限り、架構各部材の個々について部材の反曲角は水平荷重を proportional に増減させてもその位置を変えることはないとい、降るから、各部材個々の断面積を一様に变化させても、部材の振動変態、すなわち架構の動的たわみ曲線の形状分布には全く影響がないといことができる。そして、別の考察からは、これら各部材の断面、剛性を变化せしめて、その個々の部材の周期を均しく n 倍にすると架構全体としての周期もまた n 倍になることが容易に証明される。

そこでいまかりに、架構のある部材 i の断面寸法、すなわち断面の幅および背丈を b, d としたときその部材の断面積、抵抗 moment、および中立軸に関する断面 2 次 moment はそれぞれ $A_i = bd$, $M_i = cbd^2$ (c : 定数), $I_i = bd^3/12$ で表わされるが、2 の材の弾性曲げ振動を考えると、2 の部材のある定まった振動 mode に対しては常に

$$\frac{\rho^2 p A_i}{E} = \text{const.} \quad (2.2.51)$$

なる関係がある。2、に ρ は 2 の部材の比重であり、 p は 2 の振動 mode に対応する部材固有円振動数である。よって、いま部材の抵抗 moment の値を変える目的からその部材の断面寸法を幅 b を一定のまゝ、背丈 d を $d(1+\Delta)$ に変更したとすれば、

$$A_i^{(1)} = A_i^{(0)}(1+\Delta), \quad M_i^{(1)} = M_i^{(0)}(1+\Delta)^2, \quad I_i^{(1)} = I_i^{(0)}(1+\Delta)^3 \quad (2.2.52)$$

となるから、修正後のこの部材の円振動数は(2.2.51)式から

$$\frac{P_{\omega}^2 P A_i^{(1)}}{E I_i^{(1)}} = \frac{P_{\omega}^2 P A_i^{(0)} (1+\Delta)}{E I_i^{(0)} (1+\Delta)^2} = \frac{P_{\omega}^2 P A_i^{(0)}}{E I_i^{(0)}} \quad (2.2.51a)$$

$$\therefore P_{\omega}^2 = P_{\omega}^2 (1+\Delta)^2 \quad (2.2.53)$$

となり、ゆえにこの部材の円振動数は(1+Δ)倍となることが見られる。

このことは部材の背式を変更してその抵抗 moment を(1+Δ)²倍にすると、部材の周波数は1/(1+Δ)倍になり、もし架構のすべての部材に対して一様に断面寸法の変更を施せば、架構全体としての振動周期も1/(1+Δ)倍になることを意味するのである。その結果、新しく $T_1 = T_0 / (1+\Delta)$ の振動周期をもつようになつて架構に対して採用すべき設計用水平力は(2.2.44)ないしは1951年の San Francisco Joint Committee の規定(2.02)によれば元の(1+Δ)倍として与えられるから、この新しい設計用地震荷重に対して架構各部材の抵抗 moment もさらに(1+Δ)倍せねばならないことになる。(2.2.44)式などのように設計用地震の値が架構の振動周期に逆比例するという関係式を適用する限り、このことは当然必要な計算過程となるが、しかし部材の抵抗 moment を(1+Δ)倍するには部材の寸法 d を $\sqrt{(1+\Delta)}$ 倍すればよいということから、この計算の操作をかりに無限回繰返した後の周期 T は

$$T = T_0 \times \frac{1}{(1+\Delta)} \times \frac{1}{(1+\Delta)^{\frac{1}{2}}} \times \frac{1}{(1+\Delta)^{\frac{1}{4}}} \times \dots$$

$$= T_0 \times (1+\Delta)^{-(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\dots)} = T_0 \times (1+\Delta)^{-2} \quad (2.2.54)$$

のごとく収斂することがわかる。そして $T_1 = T_0 / (1+\Delta)$ であるから(2.2.54)式は

$$T = T_0 \times (1+\Delta)^{-2} = T_0 \times \left(\frac{T_1}{T_0} \right)^2 = T_1^2 / T_0 \quad (2.2.55)$$

と書き表わすことができる。このことは設計すべき構造物の振動周期の第1次近似値 T_0 をたとえば(2.2.1)や(2.2.2)式のような実験式から求め、これに基づいて、上に述べた方法で第2次近似周期 T_1 を算定すれば、これら二つの値からその最終的な固有振動周期 T は(2.2.55)式で与えられることを示すものである。

第3章 構造物の振動周期に及ぼす弾性地盤の影響

前章では説明の簡単のために、構造物の固有振動周期を求める際その構造物は完全弾性の力学性質をもつものと考え、そして構造物を支持する地盤はこれを完全に剛なるものと仮定された。しかし構造物の弾性性質は本来地盤のそれと切り離して考えられるものではなく、構造物—地盤系の一体としての動的性状を予測するには両者を同時に考慮に入れるべきことはいうまでもない。この問題は前にも述べたごとく、半無限弾性地盤における多種多様な表面層を伝播する地震波の伝播特性や地表面上の媒体による地震波の分散や反射に関する広汎な知識が必要とされるのであるが、構造物の微小振動周期を簡単に求めようとする場合には通常相当の抽象化がなされている。すなわち、一種の等価な片持ばりと見なされる構造物が植え込まれてく(*planted*) 弾性地盤は構造物の下端で弾性の復元力ならびに復元 *moment* を生ずるが(図 2.3)、いまさし当り、その地盤土壌の慣性を無視し、そして、この媒体の復元力と復元 *moment* の大きさは静的試験から評価されるものと仮定して考察を進めることにしよう。

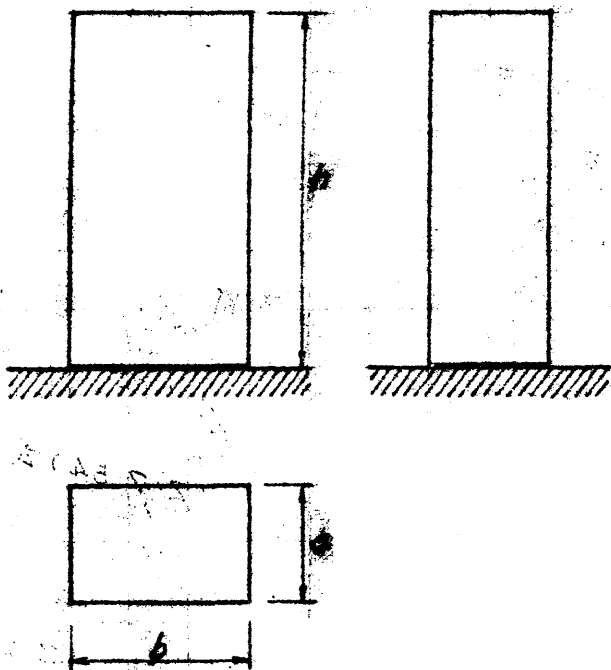


図 2.3. I 図

建築物の水平方向の振動に対しては、建築物の一般的形状からみて、そのせん断たわみが基本振動周期に及ぼす影響が大きいと考えられるが、梁橋の基本振動数は梁橋基礎の形状、弾性地盤の性質、とくに建物の近傍の表面近くの土壌の剛性定数に関連し、そして梁橋が完全に剛な地盤上にある場合よりも常に低下する。

解析の都合上われわれは構造物の基礎とその周辺の土壌との相互作用から生ずる地盤の効果を二つの剛性で代表されることができ(2.01)、その一つは垂直的な変位に対する地盤剛性で、これは植え込み深さ、すなわち、構造物の地中部分の高さと、土壌固有の水平せん断剛性に関係する。もう一つは回転剛性で、これは主に構造物が存在する場所の地盤の鉛直方

向の圧縮弾性によって定まり、構造物の植え込み深さには2次的に影響されるに過ぎない。

まず、最も簡単な場合として、この植え込み深さが零の場合、すなわち構造物が1枚の剛なしかも厚さが種々薄く薄い層のような矩形基礎上にあり、そして、この基礎が地表面に直接載っている状態を考える(図2.3.1)と、矩形基礎の辺の長さを a 、および b としたとき、並進ならびに回転の剛性定数 k_g 、 K_g はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} k_g &= E_s ab & (\text{kg/cm}) \\ K_g &= E_v \frac{1}{12} \begin{cases} a^3 b \\ a b^3 \end{cases} & (\text{kg}\cdot\text{cm/rad}) \end{aligned} \right\} \quad (2.3.1)$$

で表現される。二つの基礎弾性率 E_s ならびに E_v は、したがって、たとえば $\text{kg/cm}^2/\text{cm}$ なる単位をもつ。植え込み長が零である建物の水平の並進振動に対しては、 E_s のみが関係するから建物の動的な変位はその高さ方向には一定であり、その振動数は W を建物の重量とすれば、

$$R = \sqrt{g \frac{k_g}{W}} \quad (2.3.2)$$

で表わされる。この建物が地表面上の b 方向に平行な主軸の周りに、剛体としての回転運動あるいは rocking 振動を行なう場合には建物の動的にわみ曲線は $y = \theta x$ なる直線となり、復元 moment は $K_g \theta$ に比例する。こゝに θ は建物の回転角すなわち rocking の変位であり、 x は地表面から測った建物の任意の部分までの高さである。

建物全体の高さをいま h とし、架構は均一なものとするれば、回転軸周りの慣性 moment は

$$\frac{W}{g} \left(\frac{h^2}{3} + \frac{a^2}{12} \right)$$

であるから、そのときの運動 energy は、

$$Kp^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \left(\frac{h^2}{3} + \frac{a^2}{12} \right) \rho^2 \theta^2 \quad (2.3.3)$$

で与えられる。他方 potential energy は二つの部分、すなわち、架構の弾性に基づく正の要素と、重力による負の成分とからなり、

$$P_2 - P_1 = \frac{1}{2} K_g \theta^2 - \frac{1}{2} W h (1 - \cos \theta) \approx \frac{1}{2} (K_g - \frac{W h}{2}) \theta^2 \quad (2.3.4)$$

のように表わされる、(2.3.3)式と(2.3.4)式を等値すれば、rockingの振動数は

$$P_r = \sqrt{g \frac{K_g - W h/2}{W(h^2/3 + a^2/12)}} \quad (2.3.5)$$

となる。この式から、剛体が転倒する可能性、すなわち系の振動が零となるのは

$$K_g = \frac{2 K_g}{W} = \frac{1}{6} a^2 b \frac{E_v}{W} \quad (2.3.6)$$

であることが知られる。ただし $W = w h$ である。

つきにわれわれは前に図2.2.3図に示したような根入長 d なる片持はり形式の架構について考えて見よう。この場合も建築物の基礎と土壌は常に密着しており、したがって土壌は引張りにも圧縮に対しても同じ弾性を示すものと考ええる。根え込み深さ d なる部分の土壌は基礎の水平並進変位によって復元力を生ずるから、そのときの基礎弾性係数を E_n と定義すれば、図2.2.3図に示された片持はり自身が剛体としてX方向およびY方向に並進変位または回転を生ずるときの地盤の剛性定数は、

$$k_{gy} = 2 E_n b d + E_s a b \quad (2.3.7a)$$

$$k_{gx} = 2 E_n a d + E_s a b \quad (2.3.7b)$$

$$K_{gy\theta} = E_v \frac{a^3 b}{12} + E_n \frac{2 b d^3}{3} \quad (2.3.7c)^*$$

$$K_{gx\theta} = E_v \frac{a b^3}{12} + E_n \frac{2 a d^3}{3} \quad (2.3.7d)^*$$

(* 脚注については添付参照)

で与えられる。

地盤が均質でかつ等方性ならば上記の ε_s , ε_h , ε_v の値は (1) 地盤の弾性定数 E と Poisson 比 ν , (2) 建切断面の形状と寸法, および (3) 埋込み深さに関係する。しかし通常の地盤は 2. に仮定したような理想的な状態ではないため, これら基礎弾性率の値を理論的に推定することは一般に不可能であり, 多くは他の類似せる現象ならびに地盤条件をもった建築物の振動周期を測定する野外実験の資料に基づいて定められる。この場合 ε_v は ε_h に比べて大体 10 ないし 100 倍位の値になり ε_s と ε_h は略々等しい order であるといわれている (2.11)。

いま, これら ε_s , ε_h , ε_v の値を用いないでたゞ地盤の弾性係数 E と Poisson 比 ν とから構造物の rocking の剛性を評価する試みは M. A. Biot によってなされた (2.18)。これから Biot の用いた式の誘導を補足し, そしてその研究の結果を簡単に説明しよう。

半無限弾性体の表面に分布荷重 P' が垂直に作用するとき弾性体の表面に垂直方向の変位成分 w は $(\lambda + 2\mu)\phi / 4\pi\mu(\lambda + \mu)$ で与えられることが Boussinesq によって示されており (2.19)。こゝに λ, μ は Lamé の定数, また $\phi = \iint \frac{P'}{r} dx'dy'$ と定義されている。 r は荷重 P' の作用点と, いま考えている点との間の距離であって, 一般に座標 $(x', y', 0)$ を荷重 P' の作用点; $(x, y, 0)$ はいま考えている点を示すものとすれば,

$$r = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2} \quad (2.3.8)$$

で与えられる。

一方

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.3.9a)$$

* $\bar{x}_{gy0}, \bar{x}_{gx0}$ の値は片持梁の中心軸の回転中心が地盤面上にあるが, あるいは地中にあるかによつて多少異なるが, この回転中心の位置は実際にはなかなか正確に求め得ない。2. では, 中心軸の回転中心が地表面の位置にある場合を示すが, 詳しい議論は "Natural Periods of Uniform Cantilever Beams", by Lydik, S. Jacobsen, Trans. A. S. C. E. Vol 104. p. 402-434, 1939 を読まれたい。

$$\mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

(2.3.9b)

なる関係(2.20)から Lamé の定数 λ, μ を含んだ変位成分を通常の弾性係数 E と Poisson 比 ν で表わせば

$$\begin{aligned} w &= \frac{(\lambda+2\mu)\phi}{4\pi\mu(\lambda+\mu)} = \frac{\left\{ \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} + \frac{E}{1+\nu} \right\} \phi}{4\pi \times \frac{E}{2(1+\nu)} \left\{ \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} + \frac{E}{2(1+\nu)} \right\}} \\ &= \frac{(1-\nu)^2}{\pi E} \phi \end{aligned} \quad (2.3.10)$$

のごとく非常に簡単な形で表示される。さて, Biot 教授は半無限弾性地盤上に載せられた幅 $2L$ なる無限に長い strip を考え, その軸 (y 軸) に関して対称な荷重分布 $p(x)$ を作用せしめて, strip がその軸の周りでなす rocking 変形を弾性理論の 2 次元問題として求めた。すなわち strip の中心軸を y 軸, それに垂直に地盤表面上に x 軸をとればこの問題における r はいま考えている点の座標を x , 荷重の作用位置を ξ で表わしたとき, r は常に正であるからこの 2 点の相対的位置関係によって $r = x - \xi$ または $r = x + \xi$ としてよい。ゆえに, 2 の新しい notation を用いて ϕ は,

$$\phi = \int \frac{P'}{r} dx' = \int \frac{P'}{x - \xi} d\xi = -P' \log_e |x - \xi| \quad ; r = x - \xi \quad (2.3.11a)$$

および

$$\phi = \int \frac{P'}{r} dx' = \int \frac{P'}{x + \xi} d\xi = P' \log_e |x + \xi| \quad ; r = x + \xi \quad (2.3.11b)$$

で表わされる。よっていま p' が幅 $2L$ の strip 上に分布する圧力 $p(x)$ の要素 $p(\xi)d\xi$ で置換えられるものとする。弾性地盤のたわみは(2.3.10)式から

$$w(x) = \frac{(1-\nu)^2}{\pi E} \int_{-L}^L \left\{ p(\xi) d\xi \log_e |x + \xi| - p(\xi) d\xi \log_e |x - \xi| \right\}$$

$$= \frac{(1-\nu^2)}{\pi E} \int p(\xi) \log_e \left| \frac{x+\xi}{x-\xi} \right| d\xi \quad (2.3.12)$$

となる。 $p(x)$ は x に関する奇関数、すなわち

$$p(-x) = -p(x) \quad (2.3.13)$$

とすれば、上式は

$$w(x) = \frac{Z(1-\nu^2)}{\pi E} \int_0^L p(\xi) \log_e \left| \frac{x+\xi}{x-\xi} \right| d\xi \quad (2.3.14)$$

となる。 Biot 教授 はもし $p(x)$ が

$$p(x) = \frac{dx}{\sqrt{L^2 - x^2}} \quad (2.3.15)$$

なる分布をなすとき、弾性円盤上の strip のたわみ $w(x)$ は直線的で、

$$w = Z \alpha \frac{(1-\nu^2)}{E} x \quad (2.3.16)$$

となることを示している。 い、換えれば Z の様に仮想した圧力分布 (2.3.15) 式のもとでは幅 $2L$ なる円盤 slab は y 軸の周りに rocking を行なう。この軸の周りの荷重 p による弾性 moment M を計算し、そして、これと勾配 $\frac{dw}{dx}$ との比を求めれば、それが rocking 運動に対する弾性のばね係数 C_r を与え、その値は

$$C_r = \frac{M}{\frac{dw}{dx}} = \frac{\pi}{4} \frac{E}{(1-\nu^2)} L^3 \quad (2.3.17)$$

となる。(2.3.17) 式には円盤の性質としては E と ν の二つの因子しか含まれていない。種々の実際の弾性係数は多くの異動変数の結果 (例えば (2.2.1))、Poisson 比 ν は大

体 $1/3$ 位の値であるが、他方 E の値は地盤の構成、含水量などの要素により極わめて著るしい分散を示し、たとえば含水量 50% の軟弱な地盤では 50 kg/cm^2 と極わめて小さく、また硬い砂岩地盤で $7,000 \text{ kg/cm}^2$ 程度になるといわれている。しかし現実の地盤の複雑多様性はこれら実験結果から得られた値を蒐集して、土壌の名称などの分類に従って一覧表を作ったとしても実用的にあまり重要な意味をもたない。むしろわれわれは設計せんとする建物の rocking 周期を求める際には、その建てる地盤そのものを測定して、それより E 、および ν の値を評価すべきものと思われる。

一つの block、すなわち剛体と見做した構造物が弾性地盤上にあるときの rocking の周期は m を block の質量、 r をその回転軸周りの回転半径、 h を block の重心の地表面からの高さとするば、重力による影響をも考慮して

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{C_r}{mr^2} - \frac{gh}{r^2}}} \quad (2.3.18)$$

で与えられる。 $\frac{gh}{r^2}$ なる項が重力による block の転倒の影響を表わしたものであって、

$$\frac{C_r}{mr^2} = \frac{gh}{r^2} \quad (2.3.19)$$

なる場合には block の周期 (rocking) は無限大となり、したがって転倒に対して不安定となることは前に述べたと同様であるが、一般の構造物では gh/r^2 は C_r/mr^2 に比べて著るしく小さいので無視されることが多い。

ゆえに、一般の梁橋の rocking 周期は簡単に

$$T_r = 2\pi \sqrt{I/C_r} \quad (2.3.20)$$

と書き表わして差支えないであろう。 C_r は (2.3.17) 式で与えられるものであり、 I は梁橋の rocking 軸の周りの慣性 moment であって、たとえば n 層の構造物でその重量が近似的に各階の床面に集中せしめられる場合には、 h_i を i 階床の地表面よりの高さ、 b を底

面の幅とすると、 I の近似値は

$$I = \sum_{i=1}^n M_i \left[h_i^2 + \frac{b^2}{12} \right] \quad (2.3.21)$$

である。

本章では構造物の剛体としての並進運動の周期 T_t と rocking の周期 T_r を求める簡単な方法を示したが、これによって、構造物の基本振動周期は前章で考察した梁橋のせん断変形によるもの、 T_s と曲げ変形のみを考えた周期 T_f とを加えると合計四つの成分となる。 T_t は主に地盤の剛性 k_g に関係し、 T_r は J_g または E と ψ によって支配される。現実の構造物では、この四つの振動成分が共存するものであるがゆえに、前に述べた Sothwell-Dunkerley の近似法によれば四つの振動成分を合成した構造物の基本振動周期 T_{sfr} は

$$T_{sfr}^2 = T_s^2 + T_f^2 + T_t^2 + T_r^2 \quad (2.3.22)$$

から容易に計算されるのである。(2.3.22)式は勿論近似値であるが、L. S. Jacobsen 教授によれば、(2.3.22)式を種々の地盤係数 k_g の値に対して厳正值と比較した結果は極めて良く一致し、かつ、(2.3.22)式で求められた周期の値は真の値よりも小さく出ることが確かめられている(2.11)。

上の方法で算定された構造物の周期が真の値よりも小さいということは設計用震度分布を(2.2.44)式、あるいは San Francisco Joint Committee 規定に従って採用する際には常に安全側の誤差を伴うことを意味するものである。何となれば、これらの設計用震度は周期の長い建物に対しては、与えるべき水平力(または Base Shear)の値は小さく、逆に短い周期の建物に対しては大きな水平力を与えるべきものであるからである。

2.4.1 概 説

実際の構造物の地震応答の研究には、構造物の振動により存在する摩擦力を加えて考察すべきことは自明の理であって、線型理論による既往の解析では主に振動速度に比例する粘性摩擦が考慮せられていたけれども、この振動系に固有な摩擦、すなわち減衰の性質によって振動 energy が消散、吸収されることに対しては何ら説明が加えられなかった。それは振動系の動的性状を説明するのに不可欠な構造物と地盤の系の慣性力と弾性復元力について、ますます十分な検討を加えるべきであり、その場合に減衰力はやゝ二次的な影響をもつものと考えられて来たため、そこに導入されなかったのである。

構造物の慣性力と剛性を正しく評価することは必ずしも常に容易なことではないけれども、減衰力を実際に評価しようとすることは、より一層困難である。それは、たとえば構造材料の応力とひずみの関係が非線型で、しかも履歴を示す多くの場合には復元力と減衰力とを明確に区別することは殆んど不可能であって、線型振動理論による解析では、それを便宜的に等価剛性と等価な減衰力に分けて区別されてきたに過ぎない。

しかし、構造物のもつ粘性摩擦による振動減衰率の値が構造物の耐震性に対して与える効果については、われわれはまず棚橋博士の意見(2.22)について注目する必要がある。——とくに棚橋博士の主張が地震動の非定常性という重要な性質を考慮に入れて論じておられるものだけに。

たとえば、荷重振動のごとき定常的な加力を受ける振動系の振幅は系に存在する粘性減衰力の多少によってその最大振幅が相当左右されることは周知のところであるが、構造物の耐震問題では、たとえば構造物に固有な減衰性状を振動減衰率という形で表現し得たとしても、その量が大きいからといって必ずしも構造物が地震時に極めて安全であるか否かは明らかにされていなかった。多くの耐震工学者は、従来、直感的に構造物の粘性減衰率が大きければ調和振動的な地震波を仮想した場合の構造物の振幅は小さく、したがって破壊は免がれ易いと考えていたが、棚橋博士は、地震動は調和振動で表わされるような定常的なものではなく、短時間の、極めて過渡的な現象であって、その場合静止から出発する構造物の弾性 response は、その振動減衰率の大小によってあまり著しい差異は認められないことから、弾性の構造物に少量の粘

性減衰力を賦与、または附加することを試みても、耐震の目的にはあまり効果がないことを主張せられたのであった。しかし、棚橋博士は上記の議論から直ちに構造物の減衰がそのものが耐震的に無効であり、その存在を無視して良いと結論されたものでは決してないことをこゝで断つておく必要がある。棚橋博士は構造物の弾性応答時に存在する粘性減衰よりも、むしろ、オIII編オ4章で述べるように、応力が塑性域に入ってからその構造物の挙動に与えられる「塑性仕事によって失われる energy 量」に関連した「構造減衰」を高く評価されているのである (2.24)。

過渡的な激震に対する構造物の安全性は、しかし、現実にも最も起り得る地震波形に対して構造物が崩壊を免がれ得るか否かによって決められるべきものであって、その判定のためには既往の地震動による構造物の地震応答、とくに最大変形 response が参考となる。その場合、構造物の復元力特性が線型で、地震動の主要部分が大きな加速度をもつ1波ないし2波の地震動と見做し得る場合には、棚橋博士の論文 (2.22) 中の説明は極めて明快ではあっても、比較的長時間継続する地震動に対する非線型構造物の response spectrum (2.23) を見れば、振動系のもつ減衰性の大小が spectrum の値に大きく関与していることは明瞭であって、一般に減衰性が大きい程地震応答における最大変形は小さくなり、したがって構造物の耐震性は増大することがわかる。

こゝでわれわれは、上記の非線型構造物の地震時の response spectrum に parameter として導入されている減衰量の意味について吟味を加える必要がある。この減衰量は従来の線型理論における表現 (terminology)、たとえば、減衰係数、減衰比、または対数減衰率などで示されているが、振動系の復元力が非線型特性を示す範囲においては、厳密には、これらの減衰量を示す定義そのものが線型理論でいわれていたような意味を失なうものと考えなければならぬ。

一例を示せば、線型理論で取扱われる粘性減衰 (振動の速度の1次に比例する摩擦) をもつ系は1 cycle 当り、その振動振幅の2乗に比例した振動 energy を失なうが、一般の非線型振動系では1 cycle 当りに失われる energy 量は振動振幅の n 乗に比例し、 n は2以外のある値である。よって、運動方程式中に書かれる減衰係数も非線型の場合には振幅の関数として表す必要がある (こゝで必要となり、これは response spectrum 中に parameter として導入されている減衰量の定義を変えて、もっと広い意味をもつものとして考えなければならぬということである)。

る。

しかし、現在の段階における耐震工学は体系化された線型理論を背景として発展しつつあるものであるから、非線型構造物の地震応答を問題にする場合にも、従来用いられて来に表現を用いることが便利なのが多い。とくに、新しい現象を説明する場合に、できれば借用された用語を使用することは現象そのもの、理解を助ける上に大切なことである。このような見地からわれわれは広く一般的複雑な減衰力を近似的な線型理論を背景とした等価粘性減衰係数で表現し、それを定義づけることを試みるのである。復元力の特性が履歴を有する非線型振動系の減衰性については後編で論ずるが、こゝでは履歴のない線型復元力と一般的な型の減衰をもつ系の等価粘性係数を求める方法を紹介しよう。

2.4.2 等価粘性減衰係数を求めるための Jacobsen の方法 —— 定常振動の場合

ある減衰系の定常状態の振動に対する近似解を求める一般的な方法をこれから正弦型外力の場合について説明しよう(2.01), (2.25)。この近似法は元の系の微分方程式の減衰項を運動速度の1次の幂に比例した一つの等価な項で表現しようとするものである。いま、元の系がたゞ一つの減衰項 $\pm C_n \dot{x}^n$ のみを含んで

$$m\ddot{x} \pm C_n \dot{x}^n + kx = F \sin \omega t \quad (2.4.1)$$

なる形で与えられるものとする。

まず、この減衰項がより簡単な仮想等価減衰項 $C_v \dot{x}$ で置換し得るものと仮定する。そしてその等価性の規準となるものは、この系の運動の $1/4$ cycle 当りに消散される仕事量が相等しいということと定められる。それはかゝる条件がとくに共振点近くで振動する系に対して満足されねばならないことが直感的に認められるからである。系が振動中に一時停止したり、また摩擦がその運動の形状に極めて著しい影響を与えるような場合は考えないことにして、われわれ何大胆に外力によって生ずる定常状態が $X \sin(\omega t - \phi)$ で与えられる調和振動であると仮定する。そのように仮定した運動の $1/4$ cycle 当りに消費される仕事量は元の系から計算され、そして、これを等価な系の $1/4$ cycle 当りの消散仕事量に等しいと置く。すなわち

$$\int_0^{T/2\omega} C_n \dot{x}^n dx \equiv C_1 \int_0^{T/2\omega} \dot{x} dx \quad (2.4.2)$$

ならしめる。仮定した解から x の代りに $X\omega \cos(\omega t - \psi)$ ，また dx の代りに $X\omega \cos(\omega t - \psi) dt$ と置くなれば，上式は

$$C_n X^{n+1} \omega^{n+1} \int_0^{T/2\omega} \cos^{n+1}(\omega t - \psi) dt \equiv C_1 X^2 \omega^2 \int_0^{T/2\omega} \cos^2(\omega t - \psi) dt$$

となる。

両辺の積分の値は ψ には無関係であるから，一般に等価粘性減衰係数 C_1 は

$$C_1 \equiv C_n X^{n+1} \omega^{n+1} \frac{T/2\omega}{\pi} \int_0^{T/2\omega} \cos^{n+1} \omega t dt = C_n X^{n+1} \omega^{n+1} \gamma_n \quad (2.4.3)$$

で与えられ， n が正の整数ならば上式の積分を計算して無次元量 γ_n を求めることができる。
すなわち，たとえば

表 2.1

n	0	1	2	3	4	5
γ_n	$\frac{4}{\pi}$	1	$\frac{8}{3\pi}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{32}{15\pi}$	$\frac{5}{8}$

となる。また n が整数でない場合は γ_n は Gamma 関数で表示される。

こうして定められた等価な 1 次の速度減衰項を用いて元の微分方程式 (2.4.1) を

$$m\ddot{x} + (C_n \gamma_n X^{n+1} \omega^{n+1}) \dot{x} + kx = F \sin \omega t \quad (2.4.4)$$

と書き換え，そしてこれを解けば 解 $X \sin(\omega t - \psi)$ の振幅および位相角は

$$X = \frac{F/k}{\sqrt{(1 - \omega^2/p^2)^2 + (C_n \gamma_n \omega^n X^{n-1} k^{-1})^2}} \quad \tan \psi = \frac{C_n \gamma_n \omega^n X^{n-1} k^{-1}}{1 - \omega^2/p^2} \quad (2.4.5)$$

となる。この振幅の表示は、その両辺に X を含むから、 X に関して簡単ではない。したがってこの式を平方して項を整理すると、振幅 X は

$$X^{2n} + \frac{k^2 (1 - \omega^2/p^2)^2}{C_n^2 \gamma_n^2 \omega^{2n}} X^2 - \frac{F^2}{C_n^2 \gamma_n^2 \omega^{2n}} = 0 \quad (2.4.6)$$

なる振幅方程式を解いて求められることになる。 n が正ならばその如何なる値に対しても (2.4.6) 式は正根をもつ。

この近似法を用いて実際に問題を解く前にわれわれは Jacobsen 教授 が設けた仮定が妥当であるか否かを調べよう。振動中に一時的な停止状態が起る場合には明らかにその運動は調和振動とはかけ離れたものであってこの近似解が合理的な結果を与えることは期待できない。しかし、 $\omega = p$ なる共振状態では通常かなり大きな運動が生ずるから、仮の形を調和振動のそれと仮定することは承認されよう。

実際の系に対して、正弦型の等価摩擦力を代入すると、等価とおいにことによる誤差を生ずるが、それは実際の系の運動が非調和であるという事実のみに基づくのであって、もし対応する運動が真に調和振動であれば、そして、その場合にはのみ、これらの結果はなされた仕事量に対して等価である。けれども、事實は $n=1$ なる場合に限り運動は調和的で、他の場合はすべて近似的なものとなる。ゆえに、 n の値が zero に近い場合や逆に大きな値のときは近似差は著しく悪くなることは明らかである。

前に戻って (2.4.6) 式を見ると、共振時には X^2 の項の係は 0 となり、したがって

$$X_r = \frac{1}{p^n} \sqrt{\frac{F}{C_n \gamma_n}} \quad (2.4.7)$$

となることが知られよう。 C_n の dimension は (力/単位速度の n 乗) で与えられなければならない。そこで、 C_n をその力と速度の dimension に合うように次元の係数 α_n と方程式中

はすでに用いられている記号との組合せによって表現してみよう。たとえば、

$$C_n = \alpha_n \frac{F}{(Fp/k)^n} \quad \text{あるいは} \quad \alpha_n = C_n \left(\frac{Fp}{k} \right)^n F^{-1} \quad (2.4.8)$$

としよう。この C_n を (2.4.7) 式に代入すれば

$$\frac{X_r}{F/k} = M_r = \sqrt{\frac{1}{\alpha_n r_n}} \quad (2.4.9)$$

となる。2 の方程式は共振振幅率 M_r が $(\alpha_n r_n)^{-1}$ なる無次元量の n 乗根に等しいことを示している。そして、これからまた、共振時にみえてはこの近似解がその最も精度の良い解を与えることが知られるのである。

一般的な方程式 (2.4.6) 式は α_n を用いて書くとつぎのようになる。

$$M^{2n} + \frac{(1 - \omega^2/p^2)^2}{\alpha_n^2 r_n^2 (\omega/p)^{2n}} M^2 - \frac{1}{\alpha_n^2 r_n^2 (\omega/p)^{2n}} = 0 \quad (2.4.10)$$

この Jacobsen の近似法をその最も悪い条件を与えて有用性を調べて見よう。振動系に Coulomb 摩擦のみが存在するときには、 n の値は 0 となるから、 $C_0 = C$ 、 $r_0 = 4/\pi$ である。正弦型の外力を受け定値摩擦を伴う系の定常強制振動については、以前 J. P. Den Hartog によって求められており (2.08)、これに基づいて Jacobsen の近似法がいまから比較される。

すなわち、定値摩擦の項の符号は速度の符号と同じでなければならないから微分方程式を

$$m\ddot{x} + kx + C \operatorname{sgn}(\dot{x}) = F \sin \omega t \quad (2.4.11)$$

と書く。しかし、この系の摩擦力はあくまでも受動的なものであって、自励振動の場合のようにその存在によって運動が惹起されることはない。この事実が Den Hartog によって求められた方程式の厳正解を複雑ならしめたのである。いまよ式の C が F に比べてかなり小さいときは連続的な運動があり、強制振動数と自由振動数に共に接近する性質をもった一種の定常振

動が生ずる。Den Hartog はこの種の運動の最大変位 D が

$$D = \frac{F}{k} \sqrt{A^2 - \frac{C^2}{F^2} B^2} \quad ; \quad A = \frac{1}{1 - \omega^2/p^2} \quad ; \quad B = \frac{p}{\omega} \tan \frac{\pi p}{2\omega} \quad (2.4.12)$$

で与えられることを示した。この根号内にある二つの項は共に自乗の形であるから、各々は負となることはない。もし $C=0$ ならば D の式は

$$D = \frac{F}{k} \cdot \frac{1}{1 - \omega^2/p^2} = X \quad (2.4.13)$$

すなわち、非減衰振動系の定常振動における最大振幅を示すものとなる。 C の小さな値に対しては (2.4.12) 式の D の値は当然 (2.4.13) 式の X よりも常に小さく、また $C/F \rightarrow A/B$ になるとき D は 0 に近づく。そしてそれは、

$$\frac{C}{F} = \frac{\omega/p}{1 - \omega^2/p^2} \cot \frac{\pi p}{2\omega} \quad (2.4.14)$$

なるときである。 $\omega/p \approx 1$ なる共振付近では (2.4.14) 式 の分母を ω について微分して C/F の極限値を計算すると $C/F = \pi/4$ となる。だから、もし $C/F = \pi/4$ ならば、共振時には A と B が共に無限大となるため、無限に大きな振幅が起り得ることになる。しかし、 $C/F > \pi/4$ ならば、 D の式の根号内は負になってしまう。共振時あるいはそれ以外の ω/p の値でも D の値が虚数となり得ることは、この運動が連続的なものではなくて、停止状態が起り得るものと解釈される。

Den Hartog はまた断続的な停止状態をもち、その状態の間、この摩擦力が $+F$ あると $-F$ の間の任意の受動的な値を有するような運動に対しても厳正解を求めることに成功した。しかし、かゝる response を明確な式の形で書き表わすことは不可能であって、結果はそれぞれ求めらるゝについて求めなければならぬ。

定値摩擦力の場合の他に Den Hartog はまた粘性減衰と定値摩擦が同時に起る場合も解いた。

粘性減衰比 γ の値が 0 より 0.5 まで、そして C/F が 0 より 0.9 までの範囲の種々の

値をもつ場合の定常状態の解曲線が後の論文(2.26), (2.27)に挙げられている。

さて再び Jacobsen の近似法に従って、 $c_0 = C$, $\gamma_0 = 4/\pi$ を(2.46)式に代入すると、

$$1 - \frac{k^2(1 - \omega^2/p^2)^2}{C(4/\pi)^2} X^2 - \frac{F^2}{C^2(4/\pi)^2} = 0 \quad (2.4.15)$$

が得られる。よって振幅 X の値は

$$X = \pm \frac{F}{k} \frac{\sqrt{1 - (4C/\pi F)}}{(1 - \omega^2/p^2)} \quad (2.4.16)$$

となり、これは C/F の値が $\pi/4$ より小なるすべての場合に対して共振時の振幅が無限大となることを示す。根号内が負の値をとるときは物理的な意味がなくなり、 $C/F = \pi/4$ の場合は一種の不安定状態となる。それは C/F が ω/p とは明らかに無関係であるからである。

この共振の条件は(2.14)式で得られる Den Hartog の厳正解と一致するが一般に C/F の値が $1/2$ より大なるときは Jacobsen の近似法は厳正解と全般的に一致が見られないことは解曲線を plot することによって明らかにされ得るところである。すなわち Jacobsen の近似法を定値摩擦の系に適用する際には共振以下では振幅を低く評価することになり、並に共振以上では近似解による値は大き過ぎるということが一般的に結論される。

数種の type の摩擦(減衰)を有する系の定常状態の振動も等価な1次の速度減衰の方法で近似することができる。たとえば

$$m\ddot{x} + C_{sgn}(\dot{x}) + C_3\dot{x}^3 + kx = F \sin \omega t \quad (2.4.17)$$

なる微分方程式が与えられるものとすれば(2.4.3)式とオズワルド表から

$$C_{eq} = \frac{k}{\pi} C X^{-1} \omega^{-1} + \frac{3}{4} C_3 X^2 \omega^2 \quad (2.4.18)$$

となる。いま $C = \alpha_0 F$, $C_3 = \alpha_3 F / (F_p/k)^3$, $M = X(k/F)$ とおけば(2.45)式に代入

して、松大率に関する方程式

$$M^6 + \frac{32}{3\pi} \frac{\alpha_0}{\alpha_s} \left(\frac{p}{w}\right)^3 M^3 + \frac{16}{9} \frac{(1-w^2/p^2)^2}{\alpha_s^2} \left(\frac{p}{w}\right)^6 M^2 = \frac{1 - (16/\pi^2)\alpha_0^2}{(9/16)\alpha_s^2} \left(\frac{p}{w}\right)^6 \quad (2.4.19)$$

を得る。共振の場合、この方程式は、

$$M^6 + \frac{32}{3\pi} \frac{\alpha_0}{\alpha_s} M^3 = \frac{16}{9\alpha_s^2} \left[1 - \left(\frac{4}{\pi} \alpha_0\right)^2 \right] \quad (2.4.20)$$

となり、そして $\alpha_0 = C/F > \pi/4$ ならばこの式の右辺が負となることがわかる。したがって前と同様、この近似値が意味をもつためには α_0 は $\pi/4$ より小さくなければならないことが結論される(2.28)。

Jacobsen の近似法は、式(2.28)を含む1項目では数値の減衰関数のほとんど如何なる場合に対しても線型復元力特性をもつ振動系の共振域における定常状態の振幅の非常に良い値を与えるから、実際の構造物の非線型減衰特性を定量的に評価する場合に非常に有用な方法といつてよい。そして、構造物の復元力特性が非線型の場合の考察は改めてオミットおよびオミットされる。また、自由振動記録から減衰係数を求める方法は以下に略述される。

2.4.3 実験で得られた自由振動記録から減衰係数を求めること

構造物に何らかの方法で初期変位を与えて実験的に得られた振れ(極大振幅)の大きさをつぎつぎと1軸対数目盛の graph 用紙に書き込んだときは、1本の直線が得られるならば、その運動は振れの大きさが指数関数的に減少するものであって、粘性減衰比 ν は一定であり、粘性減衰のみが存在することがわかる。一方、その振れの大きさが時間の経過と共に直線的に減少することを示す記録からは C/k は一定であり、Coulomb 摩擦のみが働いていることがわかる。しかし粘性減衰と定値摩擦が組合わされているとき、 ν および C/k を求めることがわれわれの考察の対称となる。すなわち、実際の構造物の自由振動の実験記録を見ると、構造物の減衰性は粘性とCoulombの二つの減衰機構の組合わせと見做し得る場合が多いからである。

粘性減衰およびCoulomb減衰の共存する系の自由振動を表わす微分方程式は

$$\ddot{x} + 2\gamma p \dot{x} + p^2(x \pm \Delta) = 0 \quad (2.4.21)$$

と書かれる。こゝに $\gamma = \frac{C}{C_{cr}} = \frac{C}{2\sqrt{k_m}}$, $\Delta = C/k$ である。

\ddot{x} および \dot{x} はそれぞれ $\ddot{x} \pm \ddot{\Delta}$, $\dot{x} \pm \dot{\Delta}$ と等しいから、(2.4.21)式は

$$(\ddot{x} \pm \ddot{\Delta}) + 2\gamma p(\dot{x} \pm \dot{\Delta}) + p^2(x \pm \Delta) = 0 \quad (2.4.22)$$

と書くこともでき、したがって(2.4.21)または(2.4.22)式の一般解は、

$$x \pm \Delta = e^{-\gamma p t} (A \cos p\sqrt{1-\gamma^2}t + B \sin p\sqrt{1-\gamma^2}t) \quad (2.4.23)$$

となる。振動系が $x = x_0$ なる初期変位で静止から出発するものと仮定すれば、その場合の速度は零であるから最初の振れに対して Δ は負号をとる。これより積分定数 A, B を定めるとやゝ奇目の振れに対して次式が得られる。

$$(2.4.24)$$

$$x - \Delta = e^{-\gamma p t} (x_0 - \Delta) \left(\cos p\sqrt{1-\gamma^2}t + \frac{\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}} \sin p\sqrt{1-\gamma^2}t \right)$$

この振れの終りで速度 \dot{x} が 0 となるのは $p\sqrt{1-\gamma^2}t$ が π に等しくなったときになるから、したがって

$$t_1 = \frac{\pi}{p\sqrt{1-\gamma^2}}$$

なるとき、この系は質の極大変位 x_1 に達し、その値は

$$x_1 = -e^{-\gamma \pi / \sqrt{1-\gamma^2}} (x_0 - \Delta) + \Delta \quad (2.4.25)$$

である。この指数関数部分を δ で表わすと、上式は

$$x_1 = -\delta(x_0 - \Delta) + \Delta \quad (2.4.26)$$

となる。

オ2番目の振れの最初から新しく時間を計算することにして、そして今度は速度が正となるため Δ の正号をとると、オ2番目の振れの最後における正の最大変位 x_2 は

$$x_2 = \delta^2(x_0 - \Delta) - 2\delta\Delta + \Delta \quad (2.4.27)$$

から求められる。このように各振れを別々に考えて同様な計算を繰返すと、 x_n の一般的な表示として、

$$x_n = \mp \delta^n(x_0 - \Delta) \pm 2\Delta(\delta^{n-1} + \delta^{n-2} + \dots + \delta) \pm \Delta \quad (2.4.28)$$

が得られる。 n が奇の整数なるときはこの式の上側の符号をとり、 n が偶数ならば下側の符号をとらなければならない。

この自由振動は最後の振れの振幅 x_L が $\mp\Delta$ より小さいかまたは相等しくなったときに停止する。 x_L をいす任意に $\pm\Delta$ に等しいとあけは

$$\pm\Delta = \mp \delta^L(x_0 - \Delta) \pm 2\Delta(\delta^{L-1} + \delta^{L-2} + \dots + \delta) \pm \Delta$$

$$\text{すなわち } \delta^L(x_0 - \Delta) = 2\Delta \sum_{i=1}^{L-1} \delta^i \quad (2.4.29)$$

となるから、この右辺の級数を初等的方法で組合わせると、

$$\delta^L(x_0 - \Delta) = 2\Delta \frac{\delta - \delta^L}{1 - \delta} \quad (2.4.30)$$

と書き得ることがわかる。

2.5.1 概 説

連続構造物の地震応答を求める際に、たとえば、1層1spanの構造物は1自由度の質点-ばね振動系に抽象せられ、層の数が増すと多自由度の質点-ばね系と考えられる場合が多い。それは一般の建築物では積載荷重が概ね各階の床面付近に存在し、天井および床の固定荷重も同じ床面に集中せられるものと見做し得るし、また、柱および壁の重量がその高さの半分の位置で2分されて、それぞれ上下の階の床 level に分配されるものとするれば、建築物は、結局、その全重量が各階床面に集中し、そして、剛性のみをもち重量のない柱と壁が建築物の水平変位に抵抗するものと考えられてきたからである。地震時に起る上下の階の相対水平変位に対応して、柱には曲げ変形が顕著であり、上下階の相対水平変位の方角と平行な壁面はせん断変形をなすことが認められるが、はりで補強された床版の変形量が無視し得る大きさであれば、床版とはり、すなわち、架構の水平部材を剛と見做して、単位の水平均を加えたときの上下階相対水平変位量が種性構造物に対しては容易に計算されるのである。

従来の線型理論では、かゝる想定のもとに建築物をその各階の重量(慣性力)を代表する質点と、各階の水平剛性(復元力)を代表すべき一つのばね(spring)とが連続せる系に抽象して、この建築物が地動を受けた場合の response が解析されて来たのであった。つまり抽象化された振動系は建築物(prototype)の階数に等しい個数の質点を有し、建築物各階の水平剛性の大小は、対応するばねの剛さの強弱で特性づけられる。

このように抽象化される建築物の地震応答は解析的に、あるいは実験的に求めることがかなり以前からなされてきた。たとえば、Jacobson, Ayre 両教授は米国 San Francisco 市内に於ける15階建の Alexander Building をその地盤性状をも含めた16個の質点とばね系の模型を作ることによって種々の地動による建築物の応答を実験的に求めている(2.29)。一方、重層の建築架構の水平撓度を求めて、等価な質点-ばね系の水平剛性を算出することはすでに1920年代に丸山茂樹、中村太郎氏らによって試みられている(2.30), (2.31)。そして、このような連続した多自由度質点系が地震時に行なう振動は、その系に固有な各次の振動型の和として与えられ、たとえば架構の地震時に生ずる水平均たわみ、あるいは水平層せん断力は各振動 mode から得られるたわみや層せん断力を加え合わせる2によって得られること

、そして、その場合に基本振動 mode ないしはせいぜい第 1 次高次の mode が支配的であることが明らかにされた。M. A. Biot は建築物の地震 response を求めることは、結局、その構造物の各次の振動 mode の response を求めることであり、各 mode についてはそれに対応する 1 自由度系が存在することから、構造物の耐震設計の重要な資料として “Standard Acceleration Spectrum” を提示した。M. A. Biot について E. C. Robison も実際の地震記録を用いて構造物の response を計算機によって求め、Biot の結果を裏付けている (Z. 32)。

このように建築構造物を多質点系として取扱った研究は枚挙にいとまがないが、1956 年に Berkeley, California, で行なわれた第 1 回世界地震工学会議では Ayre 教授が、これまでの多くの研究者による包括的な研究の結果を整理してわれわれに示している (Z. 33)。

しかしながら、構造物の階数が相当多い場合には、多自由度系に抽象する解析方法はかなり膨大な計算を必要とし、基本振動型ならびに第 1, 第 2, …… の高次振動型に対応する固有周期と mode の形状と大きさを、架構の質量、剛性に応じて定める労力は極めて著るしいものになってくるのである。建築物の階高が 10 近くの場合には厳密な数値計算を人力のみに頼って行なうことは相当の時間と計算者の忍耐と注意力を要するが、とくに、この model analysis によって、十数個の質点よりなる系が実際の複雑な地震動に対して示す response を求めるには R. L. Jennings と N. M. Newmark 教授が行なったように、(Z. 34), digital computer などの電子計算機を利用しなければならなくなる。

一般に、われわれが高層架構を問題にする場合には、これを多自由度質点系と考えるよりも、むしろ質点・弾性が分布する連続体として取扱った方がより簡単であり、解析的にも明快な結果が得られることも少なくない。そこで、これからは高層建築物の各階の平面形や剛性の分布がほぼ均一なる場合には、その構造物の地震時の振動形態は弦の振動に似たとせん断振動を行なうものと見做し得るという従来の定説に基づいて、連続体に抽象される構造物の非定常振動を取扱って見よう。この構造物の復元力特性が弾性的で、かつ構造物に分布せる減衰が速度の 1 次は比例する粘性摩擦によるものと仮定した場合の任意の形の disturbance に対する非定常振動解は 1947 年に小堀博士によって導かれているので (Z. 35)、ここではこの解の誘導を紹介することから始める。

2.5.2 連続体のせん断振動方程式の一般解 (小橋博士の解)

せん断変形が起り得る連続体に抽象されに構造物の一般的運動微分方程式は、その構造物の高さ方向に x 軸、それに直角な振動方向を y 軸にとったとき、つぎのように書き表わされる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ S(x) \frac{\partial y}{\partial x} \right\} - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ P(x) \frac{\partial y}{\partial x} \right\} - D(x) \frac{\partial y}{\partial t} - PA(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -F(x, t) \quad (2.5.1)$$

こゝに $S(x) = G(x) \cdot A(x)$ せん断剛性,

$P(x)$ 構造物の死荷重および活荷重によつて架構に伝く軸方向力,

$D(x)$ 構造物に分布せる減衰係数,

P 架構 (連続体) の密度,

$A(x)$ 構造物の断面積,

$F(x, t)$ 非定常的な力を含む一般化された外力,

である。構造物の高さを h とし、 $\xi = x/h$ で定義される新しい変数 ξ を導入して、上式を無次元化すると、われわれは、

$$\frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ S_0 g(\xi) \frac{1}{h} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right\} - \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ P_0 g(\xi) \frac{1}{h} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right\} - D_0 a(\xi) \frac{\partial y}{\partial t} - PA_0 a(\xi) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -F(\xi, t) \quad (2.5.2)$$

を得る。こゝに

$$S(x) = S_0 g(\xi), \quad P(x) = P_0 g(\xi), \quad A(x) = A_0 a(\xi), \quad D(x) = D_0 a(\xi).$$

$$\text{さらに} \quad \lambda^2 = P_0/S_0, \quad \delta^2 = \frac{D_0 h^2}{S_0}, \quad \mu^2 = PA_0 h^2/S_0,$$

$$g(\xi) - \lambda^2 g(\xi) = p(\xi), \quad \bar{F} = Fh^2/S_0$$

とおいて、式を単純化すれば (2.5.2) 式は

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ p(\xi) \frac{\partial y}{\partial \xi} \right\} - \delta^2 a(\xi) \frac{\partial y}{\partial t} - \mu^2 a(\xi) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\bar{F}(\xi, t) \quad (2.5.3)$$

となる。こゝで、減衰 $D(x)$ の存在のために、構造物の振動は指数関数的にその振幅を減ずるものと考えて、

$$y(\xi, t) = e^{-\varepsilon t} u(\xi, t) \quad (2.5.4)$$

なる関係により、従属変数 $y(\xi, t)$ を $u(\xi, t)$ に変換する。こゝし、 ε は通常の初等的な振動論の教科書（たとえば 2.36）に定義されている damping factor に対応するものであって、

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{\delta^2}{\mu^2} = \frac{D_0}{2PA_0}$$

となる。したがって、われわれは ξ を独立変数、 u を従属変数とする偏微分方程式

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ p(\xi) \frac{\partial u}{\partial \xi} \right\} + \alpha(\xi) u - \mu^2 a(\xi) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -f(\xi, t) \quad (2.5.5)$$

なる式を得る。こゝに $\alpha(\xi) = \frac{\delta^2}{2} \varepsilon a(\xi)$, $e^{-\varepsilon t} \bar{F}(\xi, t) = f(\xi, t)$ である

そして、初期条件

$$|y(\xi, t)|_{t=0} = M(\xi), \quad \left| \frac{\partial y}{\partial t} \right|_{t=0} = N(\xi)$$

は、従属変数の変換 (2.5.4) によって、

$$|u(\xi, t)|_{t=0} = M(\xi), \quad \left| \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = N(\xi) + \varepsilon M(\xi)$$

となる。いま (2.5.5) 式に Laplace 変換を施せば、変換された式は

$$\frac{d}{d\xi} \left\{ p(\xi) \frac{d\eta}{d\xi} \right\} + d(\xi) \eta - \mu^2 a(\xi) s^2 \eta = -\Phi(\xi, s) \quad (2.5.6)$$

となるが，式中の新しい記号はそれぞれ

$$\eta(\xi, s) = \int_0^{\infty} e^{-st} u(\xi, t) dt$$

$$\Phi(\xi, s) = \phi(\xi, s) + s\mu^2 a(\xi) M(\xi) + \mu^2 a(\xi) \{N(\xi) + \Sigma M(\xi)\}$$

$$\phi(\xi, s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(\xi, t) dt$$

を表わす。(2.5.6)式の奇次方程式

$$\frac{d}{d\xi} \left\{ p(\xi) \frac{d\eta}{d\xi} \right\} + \alpha(\xi) \eta = 0 \quad (2.5.7)$$

は変数係数 $p(\xi)$, $\alpha(\xi)$ を含む線型常微分方程式であり，その Green 関数を $G(\xi, z)$ とおくことによって，微分方程式(2.5.6)は

$$\eta(\xi) = \int_0^1 G(\xi, z) \cdot \Phi(z, s) dz - s^2 \int_0^1 \mu^2 a(z) \eta(z) G(\xi, z) dz \quad (2.5.8)$$

なる積分方程式として表示することが可能である。そして，ここで新しい関数

$$\eta^*(\xi) = \{\mu^2 a(\xi)\}^{\frac{1}{2}} \eta(\xi)$$

を考えて，(2.5.8)式を

$$\eta^*(\xi) = \int_0^1 K(\xi, z) \frac{\Phi(z, s)}{\{\mu^2 a(z)\}^{\frac{1}{2}}} dz - s^2 \int_0^1 K(\xi, z) \eta^*(z) dz \quad (2.5.9)$$

と表示すれば， $K(\xi, z) = \{\mu^2 a(\xi)\}^{\frac{1}{2}} \{\mu^2 a(z)\}^{\frac{1}{2}} G(\xi, z)$ であって

すなわち，積分方程式編でいわれる対称核となる。

一般に (2.5.9) 式の右辺の第1項を $H(\xi, s)$ と書き換えた方程式

$$\eta^*(\xi) = H(\xi, s) - s^2 \int_0^1 K(\xi, z) \eta^*(z) dz \quad (2.5.10)$$

は Fredholm 型の積分方程式と呼ばれるもので、その解は E. Schmidt によってつぎのように示されている。

$$\eta^*(\xi) = H(\xi, s) - \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{s^2}{\omega_{\nu}^2 + s^2} \phi_{\nu}(\xi) H^*(s) \quad (2.5.11)$$

2.12

$$H^*(s) = \int_0^1 H(z, s) \phi_{\nu}(z) dz \quad (2.5.12)$$

である。(2.5.11), (2.5.12) 式の ω_{ν} , ϕ_{ν} はそれぞれこれらの方程式の固有値および固有関数と呼ばれているもので、これらは (2.5.10) 式に等価な

$$\phi_{\nu}(\xi) = \omega_{\nu}^2 \int_0^1 K(\xi, z) \phi_{\nu}(z) dz \quad (2.5.13)$$

を満足するものでなければならぬ。そして (2.5.13) 式を元の微分方程式の形式に書き改めたものは

$$\frac{d}{d\xi} \left\{ p(\xi) \frac{d\phi}{d\xi} \right\} + \frac{\sigma^2}{2} \varepsilon a(\xi) \phi + \omega^2 \mu^2 a(\xi) \phi = 0 \quad (2.5.14)$$

に他ならない。

Mellin の逆変換の定理

$$u(\xi, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \eta(\xi, s) e^{st} ds = \mathcal{L}^{-1} \{ \eta(\xi, s) \} \quad (2.5.15)$$

を用いて、われわれは解 (2.5.11) を (2.5.13) 式を満足するという条件のもとに逆変換すれば

$$L^{-1}\{\eta^*(\xi, s)\} = L^{-1}\left[\left\{\mu^2 a(\xi)\right\}^{\frac{1}{2}} \eta(\xi, s)\right] = \left\{\mu^2 a(\xi)\right\}^{\frac{1}{2}} u(\xi, s) \quad (2.5.16)$$

であるから、解は

$$L^{-1}\{\eta^*(\xi, s)\} = L^{-1}\{H(\xi, s)\} - L^{-1}\left\{\sum_{v=1}^{\infty} \frac{S^2}{\omega_v^2 + S^2} H^*(s)\right\} \phi_v(\xi) = L_1^{-1} - L_2^{-1} \quad (2.5.17)$$

のごとく二つの部分よりなり、その第1項は

$$\begin{aligned} L_1^{-1} &= L^{-1}\left\{\int_0^1 K(\xi, z) \frac{\Phi(z, s)}{\left\{\mu^2 a(z)\right\}^{\frac{1}{2}}} dz\right\} = \int_0^1 K(\xi, z) L^{-1}\left[\frac{\Phi(z, s)}{\left\{\mu^2 a(z)\right\}^{\frac{1}{2}}}\right] dz \\ &= \sum_{v=1}^{\infty} \phi_v(\xi) \int_0^1 \int_0^1 K(z_1, z) L^{-1}\left[\frac{\Phi(z, s)}{\left\{\mu^2 a(z)\right\}^{\frac{1}{2}}}\right] \phi_v(z_1) dz_1 dz \\ &= \sum_{v=1}^{\infty} \phi_v(\xi) \int_0^1 L^{-1}\left[\frac{\Phi(z, s)}{\left\{\mu^2 a(z)\right\}^{\frac{1}{2}}}\right] \phi_v(z) dz \end{aligned} \quad (2.5.18)$$

である。(2.5.12)式から

$$H^*(s) = \int_0^1 H(z, s) \phi_v(z) dz = \int_0^1 \int_0^1 K(z, z_1) \frac{\Phi(z, s)}{\left\{\mu^2 a(z)\right\}^{\frac{1}{2}}} \phi_v(z_1) dz_1 dz \quad (2.5.19)$$

また、(2.5.13)式から

$$\int_0^1 K(z, z_1) \phi(z_1) dz_1 = \frac{\phi_v(\xi)}{\omega_v^2}$$

であるから

$$H^*(s) = \frac{1}{\omega_v^2} \int_0^1 \frac{\Phi(z, s)}{\left\{\mu^2 a(z)\right\}^{\frac{1}{2}}} \phi_v(z) dz \quad (2.5.20)$$

となる。よって(2.5.17)式の右辺の第2項を計算すると

$$L_2^{-1} = L^{-1}\left\{\sum_{v=1}^{\infty} \frac{S^2}{\omega_v^2 + S^2} H^*(s)\right\} \phi_v(\xi)$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\phi_{\nu}(\xi)}{\omega_{\nu}^2} \int_0^1 L^{-1} \left[\frac{S^2}{\omega_{\nu}^2 + S^2} \frac{\bar{\phi}(z, S)}{\{\mu^2 a(z)\}^{\frac{1}{2}}} \right] \phi_{\nu}(z) dz \\
&= \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\phi_{\nu}(\xi)}{\omega_{\nu}^2} \int_0^1 L^{-1} \left[\frac{\bar{\phi}(z, S)}{\{\mu^2 a(z)\}^{\frac{1}{2}}} \right] \phi_{\nu}(z) dz - \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\phi_{\nu}(\xi)}{\omega_{\nu}^2} \int_0^1 L^{-1} \left[\omega_{\nu} \frac{\omega_{\nu}}{\omega_{\nu}^2 + S^2} \frac{\bar{\phi}(z, S)}{\{\mu^2 a(z)\}^{\frac{1}{2}}} \right] \phi_{\nu}(z) dz
\end{aligned}
\tag{2.5.21}$$

ゆえに (2.5.18), (2.5.21) 式を (2.5.17) 式に代入し, さらに (2.5.6) 式を用いると
われわれは,

$$\begin{aligned}
\{\mu^2 a(\xi)\}^{\frac{1}{2}} u(\xi, t) &= \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\phi_{\nu}(\xi)}{\omega_{\nu}^2} \int_0^1 L \left[\omega_{\nu} \frac{\omega_{\nu}}{\omega_{\nu}^2 + S^2} \frac{\bar{\phi}(z, S)}{\{\mu^2 a(z)\}^{\frac{1}{2}}} \right] \phi_{\nu}(z) dz \\
&= \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\phi_{\nu}(\xi)}{\omega_{\nu}^2} \left[\omega_{\nu} \int_0^1 \{\sin \omega_{\nu} t + \varepsilon f(z, t)\} \frac{\phi_{\nu}(z) dz}{\{\mu^2 a(z)\}^{\frac{1}{2}}} \right. \\
&\quad \left. + \omega_{\nu}^2 \int_0^1 \cos \omega_{\nu} t \{\mu^2 a(z)\}^{\frac{1}{2}} M(z) \phi_{\nu}(z) dz \right. \\
&\quad \left. + \omega_{\nu} \int_0^1 \sin \omega_{\nu} t \{\mu^2 a(z)\}^{\frac{1}{2}} \{N(z) + \varepsilon M(z)\} \phi_{\nu}(z) dz \right]
\end{aligned}
\tag{2.5.22}$$

を得, これより, 最初の運動微分方程式 (2.5.1) の一般解として

$$\begin{aligned}
y(\xi, t) &= e^{-\varepsilon t} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\phi_{\nu}(\xi)}{\omega_{\nu} \{\mu^2 a(\xi)\}^{\frac{1}{2}}} \int_0^t \bar{F}(s, \xi) \frac{\phi_{\nu}(s)}{\{a(s)\}^{\frac{1}{2}}} ds \cdot e^{\varepsilon s} \sin \omega_{\nu}(t-s) ds \\
&\quad + e^{-\varepsilon t} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\phi_{\nu}(\xi)}{\{\mu^2 a(\xi)\}^{\frac{1}{2}}} \cos \omega_{\nu} t \int_0^1 \{a(s)\}^{\frac{1}{2}} M(s) \phi_{\nu}(s) ds \\
&\quad + e^{-\varepsilon t} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\phi_{\nu}(\xi)}{\omega_{\nu} \{\mu^2 a(\xi)\}^{\frac{1}{2}}} \sin \omega_{\nu} t \int_0^1 \{a(s)\}^{\frac{1}{2}} \{N(s) + \varepsilon M(s)\} \phi_{\nu}(s) ds
\end{aligned}
\tag{2.5.23}$$

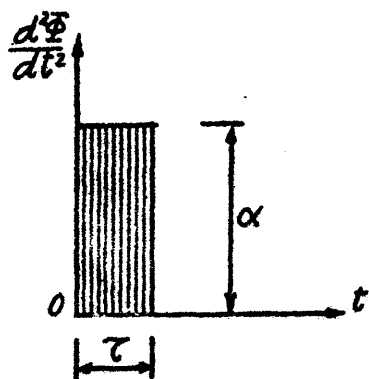
が求められる。この式の右辺の第1項の積分は構造物に作用する外力, あるいは地動によって生ずる過渡的な変位 response の時間的変動を示すものであり, 第2項はこの振動系の初期条件 $|y(\xi, t)|_{t=0} = M(\xi)$ によって影響される減衰自由振動, 第3項はこの系の初速度 $|\dot{y}(\xi, t)|_{t=0} = N(\xi) + \varepsilon M(\xi)$ によって生じた減衰自由振動を表わす項である。

2.5.3 Skyscraper の非定常振動

小阪博士によって提示せられた解は任意の形の外力を受け, 粘性減衰性状を有する連続体の

せん断振動の一般解であって、この節以後、この解を用いて、階層が着るしく多い skyscraper の地震応答（線型）が求められる（2.03）,（2.37）,（2.38）。

Skyscraper の断面は x に関して一定（つまりこの建築物の平面は各階とも相等しい）と仮定する。この構造物が、いま、※2.5.1 図に示すような単純な地震加速度を受ける場合には前節の（2.5.3）式で



※ 2.5.1 図

$$\begin{aligned}\bar{F} &= -\mu^2 \frac{d^2\phi}{dt^2} = -\mu^2 \alpha \quad (0 \leq t \leq \tau) \\ &= 0 \quad t < 0, t > \tau\end{aligned}$$

と書くことになる。構造物が最初静止しているものとするれば初期条件は $M(\xi) = 0$, $N(\xi) = 0$ となるから解（2.5.23）は2の場合

$$y(\xi, t) = -e^{-\varepsilon t} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{\phi_v(\xi)}{\omega_v} \int_0^t \phi_v(s) ds \times \int_0^t \frac{d^2\phi}{dt^2} e^{\varepsilon s} \sin \omega_v(t-s) ds \quad (2.5.24)$$

と簡単化される。固有値 ω_v , および固有関係 $\phi_v(\xi)$ はそれぞれ

$$\omega_v = \frac{k_v}{\mu} \left[1 - \frac{\varepsilon}{2} \frac{\delta^2}{k_v^2} \right] \quad \text{および} \quad \phi_v(\xi) = \sqrt{2} \sin k_v \xi \quad (2.5.25)$$

となり、 $k_v = (2v-1)\pi/2$ である。

よって（2.5.24）式は

$$y(\xi, t) = -2e^{-\varepsilon t} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{\sin k_v \xi}{k_v \xi} \times \begin{cases} \alpha I_t & 0 \leq t \leq \tau \\ \alpha I_t & t > \tau \end{cases} \quad (2.5.26)$$

と書くことができ、そしてこの式の右辺は

$$\alpha I_t = \int_0^t \frac{d^2\phi}{dt^2} e^{\varepsilon s} \sin \omega_v(t-s) ds$$

$$= \frac{\alpha/\omega_p}{(\varepsilon/\omega_p)^2 + 1} \left[e^{\varepsilon t} - \frac{\varepsilon}{\omega_p} \sin \omega_p t - \cos \omega_p t \right]$$

$$\alpha I_2 = \int_0^t \frac{d^2 \bar{\phi}}{dt^2} e^{\varepsilon \tau} \sin \omega_p (t - \tau) d\tau$$

$$= \frac{(\alpha/\omega_p) \sin \omega_p t}{(\varepsilon/\omega_p)^2 + 1} \left[e^{\varepsilon t} \left\{ \left(\frac{\varepsilon}{\omega_p} \right) \cos \omega_p \tau + \sin \omega_p \tau \right\} - \frac{\varepsilon}{\omega_p} \right]$$

$$- \frac{(\alpha/\omega_p) \cos \omega_p t}{(\varepsilon/\omega_p)^2 + 1} \left[e^{\varepsilon t} \left\{ \left(\frac{\varepsilon}{\omega_p} \right) \sin \omega_p \tau - \cos \omega_p \tau \right\} + 1 \right]$$

と表示される。

Skyscraper の ν 次の mode に対応する周期 T_ν は固有値 ω_ν との間隔

$$T_\nu = 2\pi/\omega_\nu = 2\pi\mu/k_\nu \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \frac{\delta^2}{k_\nu^2} \right)$$

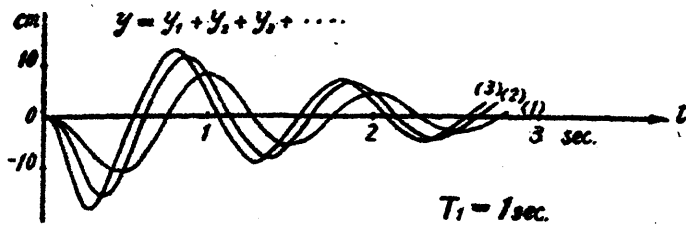
なる対応があるから、いま、skyscraper の自己振動周期を $T_1 = 1 \text{ sec}$ 、および 2 sec とし damping factor ε を 0.05 にとった場合の解が求められる。すなわち、いま、地動によって与えられる 力積 (impulse) $\alpha\tau$ が一定となるよう、い、換えれば、地動加速度の作用が止んだ後の地動速度が一定となるように、 α と τ の組合わせを

1) $\alpha = 0.2g$	$\tau = 0.5 \text{ sec}$	} (2.5.28)
2) $\alpha = 0.4g$	$\tau = 0.25 \text{ sec}$	
3) $\alpha = 0.8g$	$\tau = 0.125 \text{ sec}$	

g : 望力加速度

によって、(2.5.26)式を用いて数値計算によって構造物の頂部の response を求めるとオ2.5.28図に示すような変位-時間曲線が得られる。図において y_1 は基本振動型に対応する振幅を示し、 y_2, y_3, \dots はそれぞれオ1高次、オ2高次の振動型の振動成分である。また、図中に示した曲線の番号は上の(2.5.28)式中の番号に対応する。

オ2.5.1図に示した地動加速度に対応する地動変位 ϕ は時間の経過とともに、

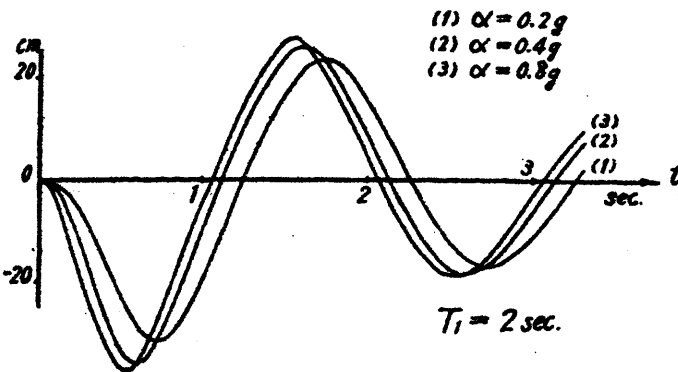


$$\phi = \frac{1}{2} \alpha \tau^2 \quad 0 \leq t \leq \tau \quad (2.5.29)$$

$$\phi = \alpha \tau \left(t - \frac{1}{2} \tau \right) \quad t > \tau \quad (2.5.30)$$

なる曲線上を速ることが簡単な積分から求められるが、オ2.5.2図から response 曲線が最初の極大变位を生ずる時刻 t_1 を求めると、

$T_1 = 1 \text{ sec}$ の場合、



オ2.5.2図 累積頂部の変位—時間曲線

- | | | | |
|----------------------|----------------------------|------|------------------------|
| 1) $\alpha = 0.2g$, | $\tau = 0.5 \text{ sec}$ | なるとき | $t = 1/2 \text{ sec}$ |
| 2) $\alpha = 0.4g$, | $\tau = 0.25 \text{ sec}$ | なるとき | $t = 3/8 \text{ sec}$ |
| 3) $\alpha = 0.8g$, | $\tau = 0.125 \text{ sec}$ | なるとき | $t = 5/16 \text{ sec}$ |

となることが示される。ゆえに(2.5.29), (2.5.30)式から、この時刻 t_1 における地動の変位量 ϕ を求めると

$$1) \text{ の場合 } \phi = \alpha \tau \left(t_1 - \frac{\tau}{2} \right) = 0.1g (0.5 - 0.25) = 24.5 \text{ cm}$$

$$2) \text{ の場合 } \phi = \dots = 0.1g (0.375 - 0.125) = 24.5 \text{ cm}$$

$$3) \text{ の場合 } \phi = \dots = 0.1g (0.3125 - 0.0625) = 24.5 \text{ cm}$$

となって、これら三つの場合とも、系が極大变位に達する時刻における地動変位の値は相等しい(オ2.5.3図)。 $T_1 = 2 \text{ sec}$ なるときも全く同じ傾向をもつことが容易にみえ、このことは、地動の impulse $\alpha \tau$ の値が一定ならば異なる α と τ の組合せに対して、累積初

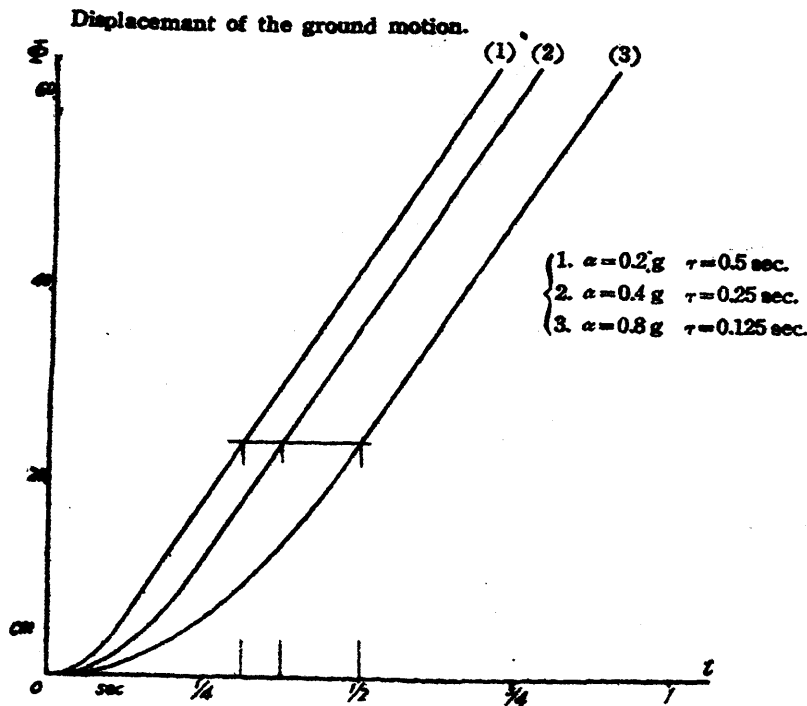


図 2・5・3 定値 impulse に対応する地動

の頂部の変位が最大となる時刻は異なるけれども、この最大変位時において対応する変位は相等しいことが明らかにされるのである。最初の最大振幅が生じた以後は系は単に減衰自由振動を行なうのみであるから、最初にかかる最大変位は現象を通じての最大変位となり、与えられた力積が一定ならば、 α のみの値を変えても、対応する最大変位、または釣り合い位置に戻る時刻など

における地動変位の量が相等しいというように拡張することも出来る。上の結果からは、また系が最初に最大変位を生ずる時刻は、 τ 、系の自由振動の $1/4$ cycle に $\tau/2$ を加えたもの、すなわち $\frac{1}{4}(T_1 + 2\tau)$ となることは注目されてよい。この節で行った計算からは、上記のほかは、つぎのような結論が導かれる。

1) 振動系の振幅—時間曲線は地動の impulse $\alpha\tau$ の値が一定ならば、振幅量にはあまり著しい差異は見られないが、しかし、一般に α が大で τ が小なる場合の最大変位は、それと逆の場合よりも大きい。

2) 高次振動 mode が振動系の最大変位に与える影響は大体 $1:1/3:1/5:1/7\cdots$ の比で高次振動ほど小さくなる。つまり、振動系の変位 response は主にその最低次の振動 mode

に支配せられるが、振動系のもつ即速度に対して及ぼす高次振動の影響は基本振動 mode と比較して $1:1/3:1/5\cdots$ の割合をもつ。

2・5・4 破壊的地震波の想定に基づく高層建築物の地震応答

地震の構造物に対する破壊的因子として、従来考えられているのは地動加速度の値である。

もちろん、構造物の最終的な強度計算過程から何程かの地震により設計用水平加速度の値を想定することは計算の便宜と不可欠であるが、一つの構造物に於いてそれに何程の加速度値を考へるかということは、地震波の中の如何なる要素が破壊力の基準になるかという見解に従うものである。そして、われわれの見解(2.38)に従えば地震計記録から得られる最大加速度の値のごときものは構造物の耐震計算に対してほとんど意味をもたないものである。

このことを定性的に立証するために、われわれはさらに模型理論による考察を続ける。前節の結果から、実際の地震地動により近い形の地震波の想定として、いま、オ2.5.4図(a)

に示すような加速度波の作用を考える。

このことは速度 diagram および変位

diagram がそれぞれオ2.5.4図(b)

(c) に示される地動を構造物に作用

させることに等しい。そして、一般に

不規則な地震波はほとんどかくの如き

波に近似的に置換することができるで

あろう。この問題のさらに詳しい考察

はオIII編でなされるが(2.39)、通常

地震動の間断というところのものは、

オ2.5.4図(d)に示すような $2T$

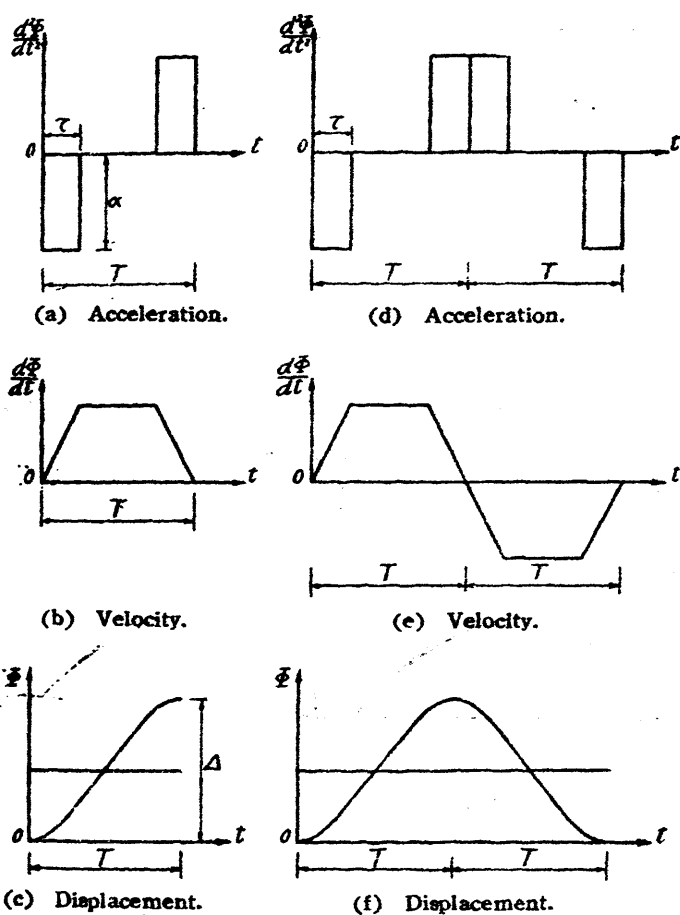
に相当するわけである。いま、このよ

うな波で、一定の地動変位 (ground

displacement) を一定の時間 T_0 で完

成するものと考え、そして、この場合

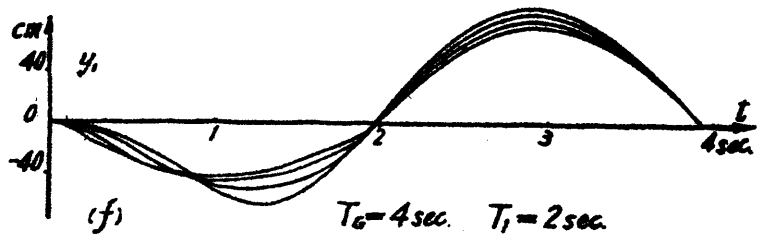
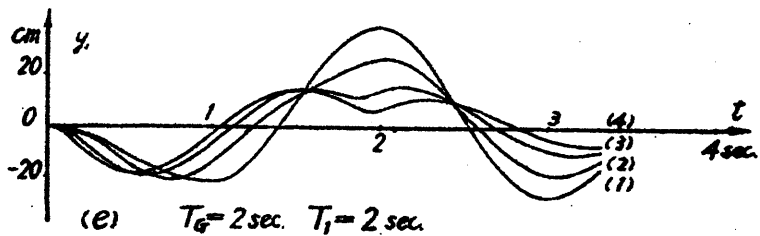
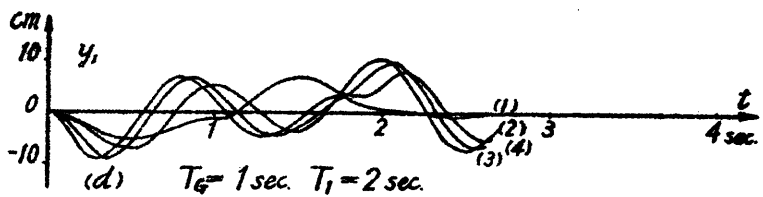
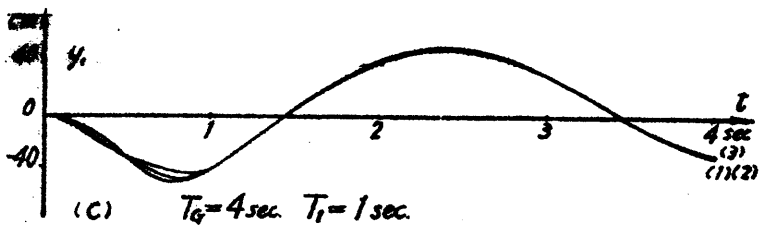
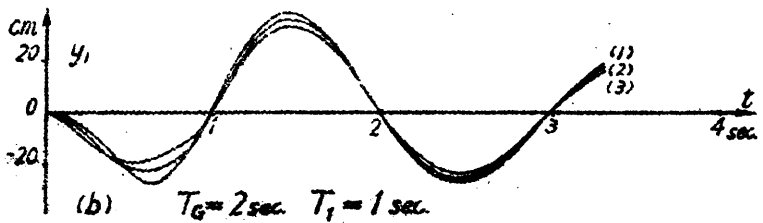
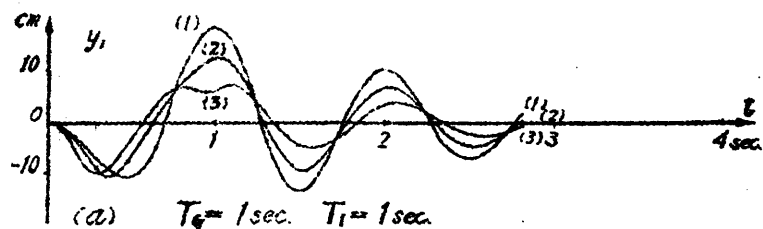
に作用する加速度を種々変化せしめた



オ2.5.4図

場合の高層架構の振動性状を研究して見よう。

前節の(2.5.26)式で示される如くオ2.5.4図(a)のような定価加速度波の作用に対して、二つの pulse の影響を重畳する (superpose) ことが可能であるから、オ2.5.4図(c)に示す地動変位 Δ が一定となるように加速度の絶対値 α および pulse の作用時間 τ を、いま、



* 2.5.5 図

* 2.2 表

(a) $T_1 = 1 \text{ sec}$ の場合

No	α	τ sec
1	$0.2g$	0.5
2	$0.4g \times 2/3$	0.25
3	$0.8g \times 4/7$	0.125

(b) $T_1 = 2 \text{ sec}$ の場合

No	α	τ sec
1	$0.1g$	1
2	$0.2g \times 2/3$	0.5
3	$0.4g \times 4/7$	0.25
4	$0.8g \times 8/15$	0.125

オ 2.2 表のように採れば、オ 2.5.5 図に示すような変位-時間曲線群が得られる。オ 2.5.5 図において T_g は地動半周期、 T_1 は架構の基本固有振動周期を乗れし、曲線の番号はオ 2.2 表に対応する。この図からつぎのことが明らかとなる。すなわち、架構の自己振動周期が地動周期に近い場合は架構の変形量は最も大きく、そして、その場合の地動加速度の値そのものは架構の変形量にはほとんど影響をもたない。

したがって、われわれが想定すべき地動は架構の自己振動周期に一致する波であり、そしてこの場合に重要なことは、それが如何なる peak の加速度値をもつかということではなくて、この半周期の間に完成する地動変位量 Δ であることがいえよう。これは別に表現すれば、地動平均加速度 Δ/T_g が架構の変形量を規定するということである。

この考察によって、地震波の中で架構に最も不利な影響を与える波を規定することができるが、さらに、この同じ平均加速度をもつ波について精細に調べるならば、その中で加速度 pulse の継続時間 τ が構造物に同調する波の 4 分の 1 周期、すなわち $T_1/4 = T_g/2$ なる場合であることがオ 2.5.5 図、および、この response における架構のせん断力分布の解析(2.38)からも明らかにされるのである。

よって、結論的に、建築架構に最悪の作用を与える地震波は、その周期が架構の基本固有振動周期に最も近く、そして、最も大きな地震変位量(振幅)を示すものであって、それは地動平均速度 Δ/T_1 によって一応規定されるが、同じ地動平均速度値をもつこれらの波の中では、さらに最大速度をもつものが、架構に最も不利な作用を及ぼすものといえるのである。

最も不利な地震波の想定は實際上、つぎのようにして想定せられよう。いま、建築架構の自己振動周期を T_1 とすれば

$$T_g = T_1/2$$

(2.5.31)

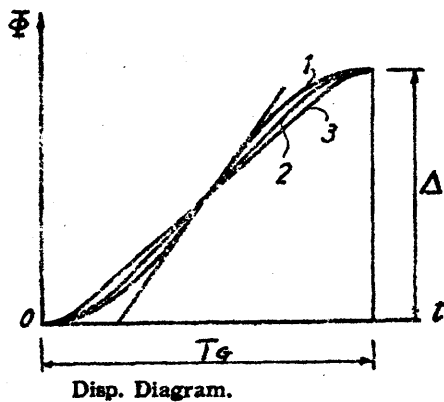
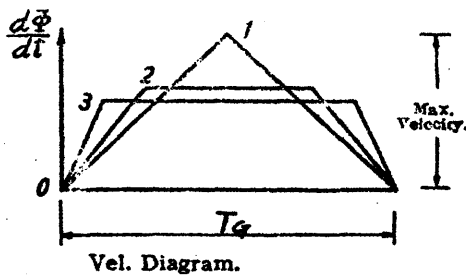
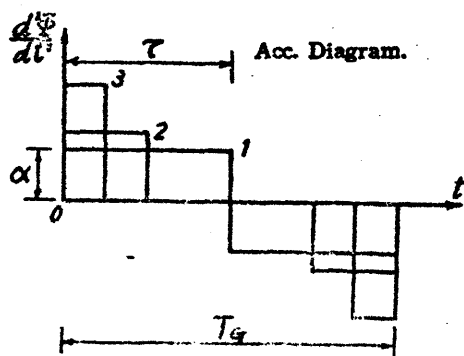
そして、その土地の過去における地震の最大半振幅を A_p とすれば

$$\Delta = 2A_p$$

(2.5.32)

これらの T_g と Δ によって規定せられるもの、すなわち、 T_g 時間の間に A なる地動変位を

生ぜしめるような矩形波の加速度値 α は $\tau = T_g/2$ と対応させて考えることによって求められる (オス 5.6 図)。



オ 2.5.6 図

オ 2.5.6 図の No. 1 の波こそ、われわれがいま問題にしている想定地震波であるが、この正負両符号の定値加速度 pulse が連続する波を L. S. Jacobsen 教授もまた "acceleration doublet" と呼び、そしてこれを、

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} = z_g(t) = \ddot{D}(0) - \ddot{D}(\tau) \quad (2.5.33)$$

なる記号で表わし、単純な線型非減衰振動系に pulse や step-type の外力が作用する場合の解析に用いている (2.40)。

現行の構造物耐震計算法の行き方とは別個に、われわれの地震動の主要波の選定は構造物の周期に一致する波とする。そして、ここで地動の平均速度はその上限値を一定に抑え、さらにその中での最大加速度をもつものとする。この後の値は一つの仮数

であるが、これは 1 秒周期の地震波に対して 2 秒周期の振幅は 2 倍、半秒周期の波に対して

半分の振幅を想定するのである。一才、われわれが、従来の定値加速度説を採用するということは、半秒周期の波に対して1秒周期のそれは4倍、2秒周期の波としては実に16倍の振幅を想定することを意味するのである。現実の地震波は、0.3秒前後の周期で0.3g位の加速度を有することがしばしば観察されているのであって、構造物の周期の如何に拘らず加速度定値の地震波を想定することは、われわれの採うべきところである。

2.5.5 関東大震災の記録に基づく設計震度の決定

地震波が前面において述べたような破壊的因子をもつならば、その地盤平均速度の上限を果して如何ほどの大きさに想定すべきかがわれわれの新しい問題となるであろう。本節では近年において最も大規模であった関東大震災の記録から、一つの地震波を想定し、これによる架構の振動性状および架構のせん断力分布を調べて、これから合理的な設計震度の一試案が示される。

すでにオI編にて略述の如く、震災当日(1923年9月1日)東京大学地震学教室において変位地震計に記録せられた地震波は最大振幅 88.6 mm, 周期 1.35 sec であって、これを単弦振動と考えて計算した最大加速度値は 959.62 mm/sec^2 、また、最大速度の2乗に比例する量は 4,350 となる。明治・大正時代における地震記録中ではこの最大加速度値は最大ではないが、最大速度の自乗に比例する量、および構造物の被害は最大であった(2.41)。

そこで、いま $\Delta = 8.86 \text{ cm}$, $T_g = T/2 = 0.675 \text{ sec}$ としてこの地震のもつ地盤平均速度 V_m を計算すると、 $V_m = \Delta/T_g = 13.125 \text{ cm/sec}$ となる。われわれが自己振動周期 T_1 なる架構に対して想定すべき地震波は上記の地盤平均速度値をもち、周期が T_1 に等しい(すなわち架構に同調する)波であると考え、さらに、同じ平均速度で規定される波の中で、最大速度を有するものは $\tau = T_g/2 = T_1/4$ なる波であるから、地震波の振幅を表わす式

$$\Delta = 2 \times \frac{1}{2} \alpha \tau^2 = V_m \times T_g \quad (2.5.33)$$

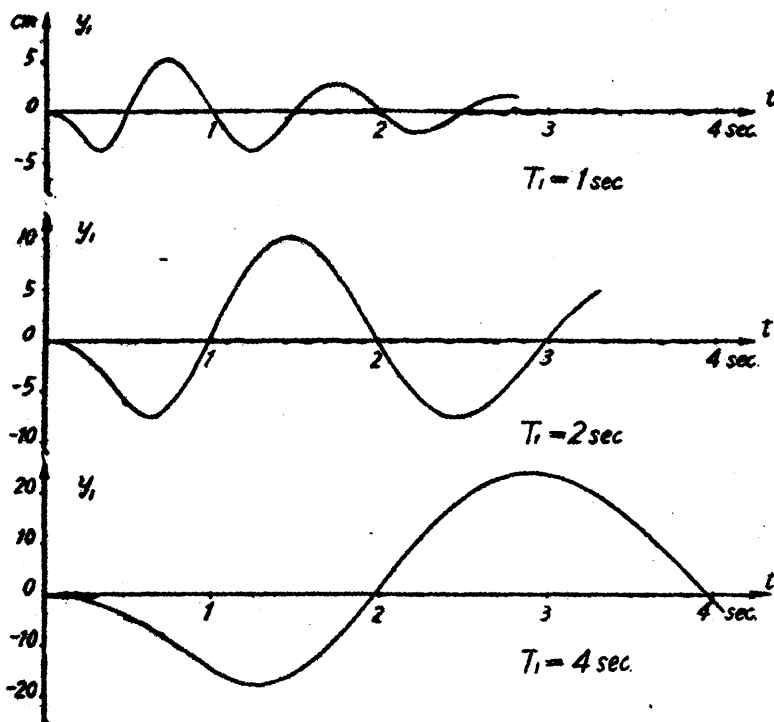
から
$$\alpha (T_1/4)^2 = V_m \times T_1/2 \quad \therefore \alpha = \frac{8V_m}{T_1} \quad (2.5.34)$$

を得る。(2.5.34)式より、自己振動周期がそれぞれ1秒、2秒および4秒の架構に対

しては想定せられる波の加速度はつぎのように与えられる。

$$\left. \begin{array}{ll} T_1 = 1 \text{ sec のとき} & \alpha = 105.0 \text{ cm/sec}^2 = 0.107g \\ T_1 = 2 \text{ sec のとき} & \alpha = 52.5 \text{ cm/sec}^2 = 0.0535g \\ T_1 = 4 \text{ sec のとき} & \alpha = 26.25 \text{ cm/sec}^2 = 0.0268g \end{array} \right\} (2.5.35)$$

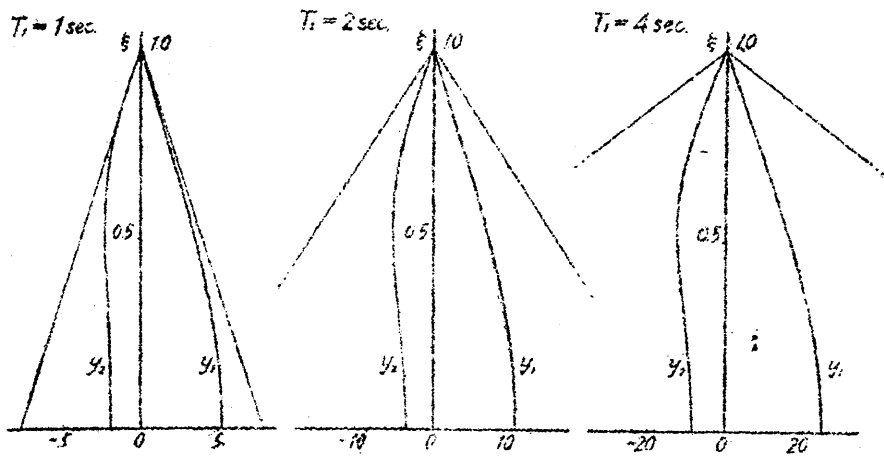
2の(2.5.35)式の α を用いて架構頂部の振動曲線を描けば 2.5.7図 が得られるが



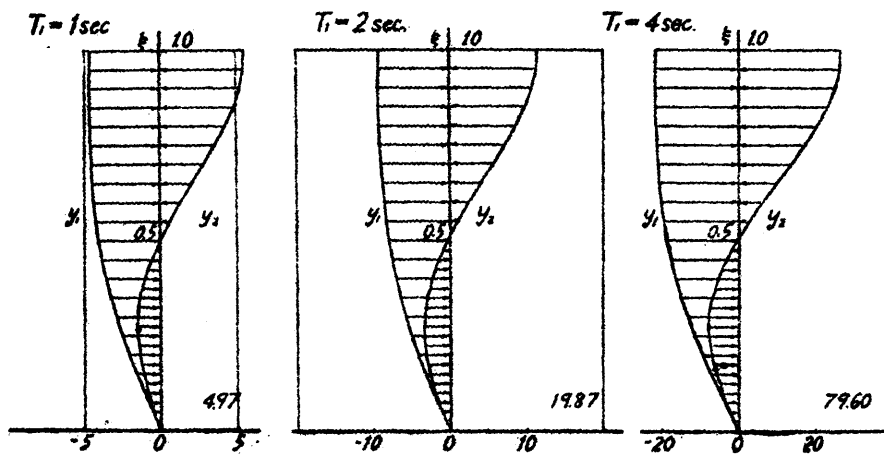
2.5.7図

これは、われわれの想定波が半周期時間(T_g)だけ作用した場合を示す。われわれは弾性体の架構の自己周期に同調した波を想定しているのであるから、もし同じ波が数多く連続して作用すれば架構の変形が波の数とともに増大するのは明らかである。しかしながら、地震記録から見られるように、一般に最大振幅をもって同一周期の波が連続して作用することは極めて稀であって、通常、最大振幅の波に続く波は振幅、周期とも前の

波とは相異なり、いわゆる共振状態が続いて架構の変形が無限大に何かうという現象は起り得ない。したがって地震波を上記のように採用することは、妥当な工学的判断として承認されよう。2.5.7図から架構の変形が最大なる時刻において架構に働くせん断力の分布を求め、そして、また別に現行の耐震計算の設計震度を0.2と仮定した静的水平等分布荷重によるせん断力分布と比較して2.5.8図が示される。この図の中で直線で示されたものが現行の耐震計算法によるものであり、これにより架構の振動時のせん断力は静的荷重の場合に比して



オ 2.5.8 図



オ 2.5.9 図

架構の下部では著るしく小さくなることがわかる。

したがって、いま、最終的な耐震計算に移される過程として、オ 2.5.8 図のごときせん断力分布を簡的に与えるような水平荷重の分布を求めるとオ 2.5.9 図を得る。架構の自己振動周期が 1 秒、2 秒、および 4 秒の場合について線型動力学理論による解析結果と現行の耐震計算法（この場合の設計震度 0.2

は当初関東大震災の地

震記象の最大加速度値から定められたことを、で記しておかなければならない。）の結果とを比較すると、周期の長い構造物は現行の震度と比較して著るしく小さい荷重分布をとることがわかり、また、荷重の分布形状も正弦型（sinusoidal）となることが見られる。そこで動力学的な考察結果からは、関東大震災によって採用すべき設計震度として、自己振動周期 1 秒なる架構を標準とすると、震度 K は

$$K = 0.2 \sin \frac{\pi}{2h} x$$

h : 架構の高さ

(2.5.36)

ととるのが妥当であり、したがって一般に T_1 秒なる周期の構造物に対して与えるべき震度は

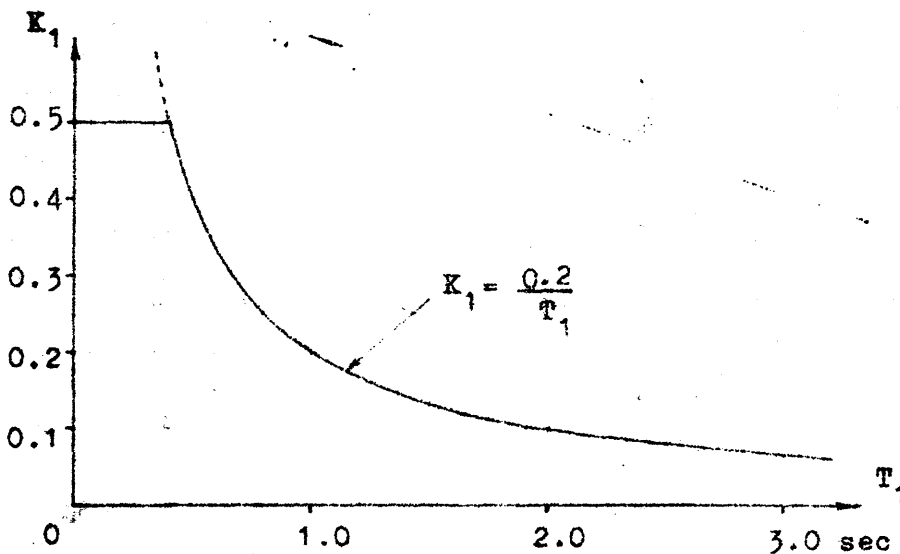
$$K = \frac{0.2}{T_1} \sin \frac{\pi}{2h} X = K_1 \sin \frac{\pi}{2h} X \quad (2.5.37)$$

であると考えられる。

以上の考察からは周期の長い建築物ほど小さい震度を採用してよいことがいえるが、しかし逆に周期の短い築構に対しては非常に大きな設計震度を採用せねばならないことになる。そして、築構の周期が地震波のもつ周期に比べて著るしく短かいものはむしろ加速度の絶対値の影響を受けることが加速度地震計の原理からも明らかである。しかもまた、第I編で述べたように、わが国の耐震試験委員会で行なった実物家屋の終局大振動の実験結果は、構造物の大振動時の振動周期が微振動時のそれよりも2倍 以上も大きくなることを明らかに示しており、一方、過去の地震記録からは、地震波のもつ最大加速度値は $0.4g$ ないし $0.5g$ 位であると考えられるから、それゆえに、設計震度 K はその最大値として

$$K = 0.5 \sin \frac{\pi}{2h} X \quad (2.5.38)$$

として差支えないであろう。したがって構造物の周期（最低次振動型の周期） T_1 と、それに対して採用すべき設計震度 K_1 との関係は第2.5.10図に示される。現行の米国 San Francisco



第 2.5.10 図

Building Code では
わが国の設計震度 K
に相当する base
shear coefficient
 C の値を固有周期
 T なる構造物に対し
て

$$C = \frac{0.02}{T}$$

(2.5.39)

と採ることを定め、そして、経験と工学的判断から、 C の最大値、および最小値を、それぞれ 0.075 および 0.035 と規定し、そして、この base shear coefficient によって与えられる全水平力 V を用いて地表面 x なる階に作用せしむべき分布荷重の値を、

$$F_x = \frac{V w_x h_x}{\sum w h} \quad (2.5.40)$$

なる式から計算するようになっている。こゝに w_x は建物の地表面から x なる高さにおける階の重量であり、 h_x はその階の階高を示す。また $\sum w h$ は任意の階の w_x と h_x の積を全体の階について加えあわせたものを意味している(2.42)。これはもし構造物の質量分布が高さ方向について一定ならば、その値が建物部分の地表面からの高さとともに直線的に増大する三角形の水平荷重分布を与えることになる。この base shear coefficient の値はわが国における現行の耐震計算法で採られている設計震度、および、われわれの主張する設計震度と比較すると著るしく小さい値であるが、これは日本両国の過去の地震の規模、および、強さの相違によるものと考えられている。

第6章 結 論

第II編では構造物の地震応答を求める問題が従来の線型理論の立場から論じられた。激震時にはたける構造部材の応力が弾性限界を超えると、構造物の地震時の挙動は相当に変化することは比較的早くから認められていたにも拘らず、主として解析方法の困難さのために常に構造物を弾性的と見做すことによって解析せざるを得なかったことは致し方なかったものとして許容されなければならぬであろう。次編以後に述べられる非線型振動理論は歴史的に見れば、その誕生がさほど新しいものではなく、そして、その発展過程においては、解析結果の整理法、用語 (terminology)、などが線型理論で慣用されたもの、あるいは少なくとも線型理論を背景としたものであるがゆえに、本編において線型理論の簡単な review を行なわざるを得なかったのである。しかし、筆者の狙いはあくまでも従来の線型理論の單なる踏襲を避け、現在、発展しつつある非線型振動理論へ応用し得る知識をある程度整理しておくことにあった。したがって、本編で取扱われる問題は線型振動理論体系のごく一部分を占めるものであり、そしてまた同時に、非線型理論においても重要な役割をもつ、種々の parameter に関連したもののみに関連するものといつてよいかも知れない。

このように、非線型振動理論に繋がる橋渡しとしての若干の parameter の概念を明らかにする試みは、まず、微小振動時における構造物の固有振動周期を正確に評価することにある。本編の第2章では、まず現在用いられている構造物の周期を求める実驗式を検討し、そして、これを理論的に求めるいくつかの方法について論じられた。地盤の剛性が大きくて構造物の形状が比較的単純な場合には、構造物の自由振動の運動方程式から周期を算定することは可能であるが、Rayleighの方法によつて、保存系の energy の釣り合式から振動系の固有周期の下限を抑える方がより簡便な場合が多く、そして、Rayleighの方法を拡張した Southwell-Dunkerleyの方法で構造物の固有振動周期の上限を知り得ることが示された。

Dunkerleyの孤立振動系 (isolated system) の考え方は、構造物の水平にたわみが梁構の曲げ変形によるもの、せん断変形、rolling、あるいは地盤の変形などによるいくつかのたわみ成分よりなる場合、それらの影響をすべて考慮したときの振動周期を簡単に求め得るから、特に有用なものとして注目される。

構造物の形状が複雑となり、とくに、高層多方向の建築構造物を対象とする場合には、その

固有振動周期を理論的に算定することは相当困難になるが、柱、はりが剛接された framed structure の場合には、その梁橋の強度計算の際の水平荷重による曲げ moment の分布の様様かわかれれば振動周期の近似値は理論的に容易に算定できることが示された。そしてこの近似値を用いて算の振動周期の値を求める方法について議論が展開された。構造物各階のせん断剛性、および曲げ剛性が段階的に変化する場合の振動周期は Vianello-stodola の逐次近似法で計算できることも第2章で紹介されているが、筆者らの方法はより簡便に振動周期の収斂値を求める。

一方、現実には構造物を支持する地盤は完全剛体ではなくて、構造物の微小振動時においては多少弾性的性質を示す。この地盤の弾性が構造物—地盤の振動系の振動周期に及ぼす影響は決して無視することは出来ない。第3章は、主として地盤の弾性が構造物の振動に及ぼす影響について論じたものであって、地盤の弾性を如何なる尺度で解析に導入するか、そして、それらの尺度は地盤と構造物の結ぶつき、あるいは、す法、弾性係数などの要素とどのような関係をもつかについて簡単な議論がなされた。そして地盤をいままる弾性体と考えた M. A. Biot の解析結果から、構造物の rocking 振動の周期を弾性2次元問題としての解析から評価した。

上記の解析から、地震による構造物の応答を求める際の基本的な parameter である「微小振幅で振動せる構造物の固有振動周期」が現行の実験式よりもはるかに合理的な方法で求められることが明らかにされた。これはわれわれが今後取扱う構造物の非線型振動 response を評価する際に直接役に立つものである。

つぎに、第4章では構造物のもつ減衰性状について考察がなされた。地震時における構造物の材料の内部摩擦、部材相互の滑り摩擦、局所的な破壊などが構造物の振動 energy を吸収し、そして終局的には構造物の耐震安全性を高める役割をなすが、このような構造物の振動の減衰性状を定量的に把握しようとする試みがこゝで行なわれたのである。現実の構造物のもつ減衰性状は一般に極めて複雑であって、線型理論でしばしば取扱われる粘性減衰といったものでは簡単には取扱うことのできない特性を有するけれども、それを、たとえ近似的に振動速度の n 次の幂に比例するような減衰力で置き換えたとしても、この複雑な特性を明確に把握し得ないものである。

つまり、非線型の、しかも履歴性をもつ弾元を有する構造物の振動性状を問題にする場

合には才Ⅲ編、および才Ⅴ編で述べられるような解析手段による以外に方法はないが、しかしそれをいさゝで線型理論で慣用されてきた parameter で解釈するためには本編の才4章で編じた等価粘性係数という一つの量を導入して考えなければならない。そして、この概念は従来の線型理論で考えられて来た「振動速度の n 次の冪に比例する減衰力」というものではなくて、「振動の1 cycle に失われる等価な energy」でなければならない。

才4章においては地震時に構造物に導入された energy が再び振動として構造物から地盤へ逃げることによって与えられる見掛けの減衰、すなわち故林沢博士の「energy の地下逸散による振動減衰」(2.43)については別に取り立て、論じなかったけれども、この量は当然上記の「1 cycle の振動の間に失われる energy 量」の中に含まれて然るべきものである。

さて、こゝで地震の破壊力と構造物の耐震安全性に関して、わが国の耐震工学における従来の定説を眺めて見よう。地震という動的現象を静的な水平力に置き換えて地震の作用による構造物の安全性、ないしは崩壊を静力学的に検討しようとする試みは、実用計算の過程に至ったとき、その簡便さと、そして積載荷重や固定荷重と同等な水平荷重と考え得る概念的な統一とが見られても、それはあくまでも実用計算のための便法であって、本質的にはその裏に、地震の作用による構造物の動的な response の把握がなければならない。しかしながら、わが国の現行構造物耐震計算規準には、この構造物の地震応答の知識が全く取り入れられていないといつても過言ではない。つまり規準に採られている考え方は、繰返し述べるように、地面が \ddot{x}_g なる最大加速度をもって動くならば構造物は静的に $-\ddot{x}_g$ なる水平加速度で押された状態にあるのと等しいということであって、その中には構造物自身のもつ塑性、ないしは弾塑性の性質や、構造物のもつ寸法効果などは全然考慮されていないのである。

このような現行規準のもつ根本概念の不合理性が定性的に説かれることは 1930 年代の半ば頃から、柳橋博士はじめ若干の耐震工学者によって指摘されてきたにも拘らず、まだ、その不合理さによる弊害、たとえば経済的な損失が定量的に明白にされなかった。才5章ではこの問題が定量的に論じられたのである。すなわち、構造物の地震応答は、もし、構造物の優元寸が完全弾性であると仮定すれば、それは非線型の優元力をもつ場合とではかなりの差異を示すのであろうけれども、かゝる線型理論による解析によってすらも、地震波の構造物に及ぼす影響をある程度明らかにすることができるといふことが予想されたからである。

構造物の階数が多く、したがって skyscraper と呼ばれるものについては、もし設計震度の与え方が不恰等に大きければ、低層部の層せん断力が著るしく大きくなり、このことは skyscraper を種めて不経済なものとしめることは容易に知られるが、本章ではかかる skyscraper を一つの対象として、その地震応答 (response) を求め、そして、線型理論によって得られる一つの結論が示されている。

本編において、総括的に取扱った問題はすべて地震時に構造物の応力がその弾性領域を超えない範囲においては厳正解を与える。しかし、応力が弾性域を超えれば、次編以降に詳述される解析手段によらなければならないことは明らかである。問題が線型から非線型と飛躍発展し、そして、われわれの対象とするところは激震時の構造物の耐震安全性を定めるために、その構造物の終局的状態の解明にあるのであるから、かかる意味において、本編で考察を行った事項は以後の考察に移行する前の一つの段階として、そして、また一つの理論的背景としての重要な役割をつとめるものと思われる。

第Ⅱ編の引用文献：

- 2.01) Lydik S. Jacobsen and Robert S. Ayre, "ENGINEERING VIBRATIONS with Applications to Structures and Machinery", McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, N.Y., pp. 1-564, 1958.
- 2.02) Joint Committee of the San Francisco, California Section, A. S. C. E., and the Structural Engineers Association of Northern California, "Lateral Forces of Earthquake and Wind", Proc. A. S. C. E., Vol. 77, Separate No. 66, April 1951.
- 2.03) Ryo Tanabashi, Takuji Kobori and Kiyoshi Kaneta, "Vibration Problems of Skyscraper. Destructive Elements of Seismic Waves for Structures", Bull. of the Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University, Kyoto, Japan, No. 7, pp. 1-24, March 1954.
- 2.04) 谷口 忠, 「架構の固有振動周期について (1)~(4)」, 建築雑誌第39巻, 大正14年~15年
- 2.05) Tadashi Taniguchi, "Seismic Wall Effect in Framed Structure in Relation to the Period of Tall Buildings", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 97-1-16, July 1960.
- 2.06) 武藤 清, 「建築学大系 14, 構造設計法」, 彰国社, p. 30, Sept. 1954
- 2.07) Leander M. Hoskins and John D. Galloway, "Earthquakes and Structures", Trans. A. S. C. E., Vol. 105, pp. 269-322, 1940.
- 2.08) J. P. Den Hartog, "Mechanical Vibrations", Third Edition, McGraw-Hill Book Co., Inc., p. 178, 1947.

- 2.09) Stephen P. Timoshenko, "Vibration Problems in Engineering", D. Van Nostrand Company, Inc., New York, N.Y., 1948.
- 2.10) J. W. Strutt (Baron Rayleigh), "The Theory of Sound", Second Edition, Vols. I and II, Dover Publications, Inc., New York, N.Y., Arts. 88, 89 and 182, 1945.
- 2.11) Lydik S. Jacobsen, "Natural Periods of Uniform Cantilever Beams", Trans. A. S. C. E., Vol. 104, p. 402, 1939.
- 2.12) Stephen P. Timoshenko, "Strength of Materials. Part II", D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N.J., p.251, February 1956.
- 2.13) John A. Blume, "Period Determinations and Other Earthquake Studies of a Fifteen-story Building", Proc. First World Conference on Earthquake Engineering, Berkeley, California, pp. 11-1-27, June 1956.
- 2.14) 棚橋 諒, 小堀 輝二, 金多 深, 「スカイ・スクレーパーの振動(その5), 梁端の固有算定に関する考察」, 日本建築学会研究報告オ31号, pp. 127~128, 昭和30年5月.
- 2.15) 棚橋 諒, 小堀 輝二, 金多 深, 「スカイ・スクレーパーの振動(その4), 関東大震災の記録に基づく震度の決定」, 日本建築学会研究報告オ27号, pp. 125~126, 昭和29年5月.
- 2.16) Mario G. Salvadori, "Earthquake Stresses in Shear Buildings", Proc. A. S. C. E., Vol. 79, Separate No. 177, March 1953.
- 2.17) Hans H. Bleich, "Frequency Analysis of Beam and Girder Floors", Trans. A. S. C. E., Vol. 115, pp. 1023-1061, 1950.
- 2.18) M. A. Biot, "Analytical and Experimental Methods in Engineering Seismology", Trans. A. S. C. E., Vol. 108, pp. 365-408, 1943.
- 2.19) A. E. H. Love, "A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity", Fourth Edition, Cambridge at the University Press, pp. 192-193, 1952.

- 2.20) Stephen P. Timoshenko and James N. Goodier, "Theory of Elasticity", Second Edition, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, N.Y., pp. 9-10 and pp. 95-96, 1951.
- 2.21) M. Ishimoto and Iida, "Determination of Elastic Constants by Means of Vibration Methods", Bull. of the Earthquake Research Institute, Tokyo Imperial University, Vol. XIV (1936), Vol. XV (1937).
- 2.22) 棚橋 謙, 「振動減衰率の持つ耐震効果を吟味す」, 建築雑誌才691号, p. 779, 昭和17年10月
- 2.23) D. E. Hudson, "Response Spectrum Techniques in Engineering Seismology," Proc. First World Conference on Earthquake Engineering, Berkeley, California, pp. 4-1-12, June 1956.
- 2.24) 棚橋 謙, 「才二回世界地震工学会議の話題」, 京都大学防災研究所年報才4号, 昭和36年3月.
- 2.25) Lydik S. Jacobsen, "Steady Forced Vibrations as Influenced by Damping", Trans. A. S. M. E., Applied Mechanics Division, APM-52-15, pp. 169-181, 1930.
- 2.26) J. P. Den Hartog, "Forced Vibrations with Combined Viscous and Coulomb Damping", Philosophical Magazine, Series 7, Vol. 9, p. 801, 1930.
- 2.27) J. P. Den Hartog, "Forced Vibrations with Combined Viscous and Coulomb Friction", Trans. A. S. M. E., APM-52-15, 1930.
- 2.28) Lydik S. Jacobsen, "Steady Forced Vibration under the Influence of Damping", Bull. of Seis. Soc. Am., Vol. 20, No. 3, pp. 196-223, Sept., 1930.
- 2.29) Lydik S. Jacobsen and Robert S. Ayre, "Experimentally Determined Dynamic Shears in a Sixteen-story Model", Bull. of Seis. Soc. Am.,

Vol. 28, No. 4, pp. 269-311, Oct. 1938.

2.30) 丸山茂樹, 「重層架構の水平撓度について」建築雑誌, 才47輯, 才572号, 大正15年.

2.31) 中村太郎, 「構造物の振動に就いて」, 建築雑誌, 才42輯, 才515号, pp. 53~76, 昭和3年11月.

2.32) Edward C. Robison, "Computations on the Response of One-mass Undamped Structures to the El Centro Accelerograph Record", Watson Scientific Computing Laboratory, Columbia University, New York, N.Y.

2.33) Robert S. Ayre, "Methods for Calculating the Earthquake Response of 'Shear' Buildings", Proc. First World Conference on Earthquake Engineering, Berkeley, California, pp. 13-1-24, June 1956.

2.34) R. L. Jennings and N. M. Newmark, "Elastic Response of Multi-story Shear Beam Type Structures Subjected to Strong Ground Motion", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, pp. 47-1-19, July 1960.

2.35) 小堀輝二(旧姓鈴木), 「構造物の非定常強制振動に関する一般解について」日本建築学会研究発表会講演梗概集(1947年)

2.36) William T. Thomson, "Mechanical Vibrations", Second Edition, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1956.

2.37) 棚橋 諒, 小堀輝二, 佐々 潔, 「スカイ・スクレーパーの振動(その2)」, 日本建築学会研究報告才22号, pp. 63~64, 昭和28年5月.

2.38) 棚橋 諒, 小堀輝二, 佐々 潔, 「スカイ・スクレーパーの振動(その3)破壊的増震の想定に基づく考察」, 日本建築学会研究報告才24号, pp. 197~198, 昭和28年10月.

2.39) 小堀輝二, 佐々 潔, 「地震による構造物の非線型振動序説」, 日本建築学会論文集才51号, pp. 50~60, 昭和30年9月.

- 2.40) Lydik S. Jacobsen and Robert S. Ayre, "A Comparative Study of Pulse and Step-type Loads on a Simple Vibratory System", Navy Contract N6-ori 154, Task Order 1, Structural Dynamics, Technical Report No. 16, Vibration Research Laboratory, School of Engineering, Stanford University, Jan. 1952.
- 2.41) Ryo Tanabashi, "On the Resistance of Structures to Earthquake Shocks", Memoirs of the College of Engineering, Kyoto Imperial University, Vol. IX, No. 4, pp. 191-205, 1937.
- 2.42) Organizing Committee, Second World Conference on Earthquake Engineering, "Earthquake Resistant Regulations of the World, 1960", Gakujutsu Bunken Fukyu-kai, Tokyo, Japan, pp. 1-210, June 1960.
- 2.43) Katsutada Sezawa and Kiyoshi Kanai, "Decay in the Seismic Vibrations of a Simple or Tall Structure by Dissipation of Their Energy into the Ground", Bull. of the Earthquake Research Institute, Tokyo Imperial University, Vol. XIII, Part 3, pp. 681-697, 1935.

第 III 編 構造物の非線型振動理論

要 約

第 III 編は破壊的な地震を受ける構造物を対象とし、その振動を非線型振動理論によつて解析した結果を示す。この場合の構造物の地震応答は数学的、物理的な意味においても線型理論によるものとは全く異なっている。すなわち構造材料のもつ弾塑性の力学的特性は地震応答を求める線型理論の適用の妥当性を著るしく減じ、地震応答 response の定義は若干変えられなければならない。しかし非線型振動理論によつて構造物の地震時の挙動がより忠実に把握せられ、構造材料の降伏、残留変形といった事柄が説明され得るから、近年における耐震工学の研究の趨勢は挙げてこの振動理論の検討とその利用の方向に向かうようになつてきたのである。

第 1 章 序 論

構造物の振動は従来構造物を多質点ないし 1 次元の連続体に抽象し、線型微小振動として取扱われてきた。解析手段も線型常微分方程式あるいは線型偏微分方程式を解くことであり、数学的には使用者が固有値問題として幾分華々しさを添える程度で、すべて前世紀までに完成された数学的解法により微小振幅の範囲において実際の振動現象を忠実に説明し得たのである。たゞ比較的新しく Laplace 変換を用いて線型微小非定常振動の解析が可能とされたに過ぎない。

しかし耐震的見地から地震による構造物の振動現象を追求する場合、線型微小振幅の振動のみを採り上げるだけでは十分なこととは言えない。わが国のように大地震と予想せねばならないところの建築物は僅かの——決定的でない——部分破壊、いへば地震後の復旧修理によつて耐震力を復原し得る程度のものを許容するみにりに目途を置いて定義せられなければならないものと思われる (3. 01)。

かゝる見解に立つて構造物の耐震安全性と振動理論の立場から採究する場合、その目的とするとこれは構造物に作用する地震波に対して構造物の response を求め、その response から構造物の耐震設計に指示すべき結論を導こうとすることにあるといえよう。構造物の終局強度に関する研究は年々盛になりつゝあるが、その中で最も重要な事柄の一つは破壊的な地震によ

る構造物の終極状態の研究なのである。架構断面の経済性を考えれば、不必要に大きく余裕のある断面は採用され得ないから、経済的に許容し得る断面をもつ構造物が激震に遭遇せる場合に示す挙動は当然塑性変形の領域に及ぶが、この場合、構造材料の応力度—ひずみ度曲線は直線性を示さず、いわゆる Hooke の法則は成立しなくなるため、線型微小振動理論、すなわち振動系の復元力は振幅の大小に拘らずその変形量に比例すると仮定せる解析方法はその威力を完全に失はうのである。つまり従来の線型振動理論では構造物の各部応力が塑性降伏を示して以後の構造物の response と正しく算定し得ないのみならず、かかる状態の構造物が実際に示す物理的な現象、たとえば

- 1) 構造物の応力が弾性限界を超えらと、その振動周期が著しく伸びる (2 倍以上も)、
- 2) その場合構造物の振幅が一般に極めて大きくなり、また相当の残留変形をもつ、
- 3) そしてかかる大振幅での振動時には見掛けの粘性減衰率が振幅の大きさによつて変動する (3.02),

などの事柄と何ら説明し得ないものである。

線型理論の解析結果と実際の現象とがわれわれの対象とする応力の段階において完全ば一致を見ないということが明らかになれば、建築物の振動も理論的に非線型大振幅の範囲にまで拡張されて研究されることが是非とも必要となつてくる。そして当然そこに線型理論に代るべき解析法ないしは解析手段が考えられなければならない筈である。

ところが非線型大振幅の振動解析はその必要性が痛感されながらも数学的解決の困難さから今世紀の始め 1/4 世紀に至るまで、ある非線型度の低い方程式について辛うじて近似解が見出されたに過ぎず (3.03)、1930 年代に至り漸く Russia, Belgium と中心として新らしい phase plane (位相面) の概念の導入に伴はつて発展し始めたのである (3.04), (3.05), (3.06)。一方、同時代に Switzerland の E. Meissner によつて phase plane とは異なつた考え方から出發して非線型常微分方程式と解く方法が提案され (3.07)、また第 2 次世界大戦後の西国でも機械工学の分野でかなりの精度をもつ解析法も考案されたが (たとえば 3.08), これらの解析法もその目的上多くは定常振動に限られていた。

ごく近年、電子計算機が耐震振動学の諸問題の解析に広汎に利用されるに至るまでは、上記の解析方法は筆者らの手によつて若干改良と加えられた (3.09) といへ、物理的には単純

は振動組織の過渡的な response と論じ得る程度にすぎず、連続物体の非線型問題については現在まで甚だ困難なる壁に直面していつ何ら解決の曙光すらも見えていない状態にあつたといふことができる。

耐震工学への電子計算機の応用については先回編で詳述されるが、この際重要な問題は構造物に作用する地震波 pattern の認識と、それによつて生ずる構造物力学特性の非線型化過程における振幅-復元力曲線の設定であらう。構造物に作用する地震波 pattern とはこの場合、大地震時に構造物に働く地震波 pattern の意味であるが、これは最も重要な問題の一つであるにも拘らず、今日までこれに関しては何ら定説がないといつて差支えない。

この pattern を実験的に求めようとする行方方が先回編で述べた U.S. Coast & Geodetic Survey ならびに日本の SMAC 委員会 (Strong Motion Acceleration Committee) によつて行なわれている Strong Motion Accelerograph Program であるがこれは今後、将来発生するであろう大地震の手ず、その地震に特有な波の pattern が記録され得るものであつて、したがつてその結果は現在の理論解析に直ちに使い得るというものではない。

一方、時系列として見たこの地震波 pattern は全く stochastic ではないにしても ergodic ではもちろんなく、markoff 的過程の性格をもつものと解すべきであらう (3.09)。したがつて作用地震波の非定常性を無視して構造物の耐震性を論ずることは妥当とは思われぬ。しかし地震波 pattern と a priori は random pulse の連続、あるいは white noise と見做して、それによる構造物の response と問題にする解析もいままでになくはないけれども、かゝる単純な統計確率論的取扱いは実際の現象とどれ程明確に説明し得たかは甚だ疑問である。そして逆にこのように確率論の立場で想定された地震波 pattern は過去の、そして将来にも実際に起る地震波 pattern と定量的にどのように結びつくかということも依然として不明である。衆知のごとく地震波は地盤の性質、建物と地盤との相関性など幾多の要因に基づくあらゆる複雑さを包含し、そして一つの建物について将来如何なる波形の地震波が作用するかを予測できないことがこの作用地震波 pattern の想定が今日までに未解決の難しい問題として残されている理由でもある。

しからば、かゝる不可解な地震波の不規則性に固執すれば、われわれは振動解析の目途もつかないばかりか、地震波の破壊的因子を把握することは到底望まなくなるであらう。そこで

う一つの考え方、すなわち筆者らのもつ見解(3.09), (3.11), (3.12), (3.13) はつ
このようにい、表わせよう。実際の地震波の pattern を集大成することによって過去の地震
波 pattern に共通な性質が見出されたととしても、それと全く同じ特性をもつ地震波が将来、
あるいはこのつぎに起るとは誰も断言できない事柄である。したがって地震波のもつ不規則性
とそのま、傍観することなく、それら過去の地震波 pattern の共通な特性と十分に認識した上
でわれわれがこれから設計する建物にはその建物に unique な地震波 pattern を想定する。い
、換えれば、これはわれわれがこれから設計しようとする建物にはその建物にとって最も不利
な地震波 pattern が存在する筈であり、そしてそれはこの構造物の規模、形状、寸法、力学
的性質および地盤の性状などから逆に定め得るものであると考えることに他ならない。

ゆえに、もし構造物に働く地震波 pattern の構造物に対する破壊的因子が見出されるならば、
最終的にはそれら因子の特性を代表するある任意の形の pattern を想定すればよく、その具
体的な形としては一つの衝撃 (impulse) の pulse でもよく、また矩形波 (rectangular wave)
のような形でもよい。かゝる等価的な破壊的地震波の pattern とこれからの研究の蓄積によつ
て見出すことが現在の耐震工学の進むべき一つの方角として注目されているのである。

以上の重要な問題は振動時の構造物の振幅——復元力曲線の設定であるが、これに関しては
dynamic な実験による資料は皆無といつて多く、したがって今日では静的試験の data を
従って、経験的洞察力を主として a priori に設定されているのである。いまこの問題を説明
するためにはたとえば材料の Young 係数を例にとろう。構造材料の Young 係数、 E , の値
は世般に静的な、つまり载荷速度の極めて緩慢な加力試験によつて载荷量と材料の変形量とか
ら求められるが、また場合によつては材料に 50 ~ 60 cm/sec , とときには数百 cycle/sec の
正弦的な変幅荷重を加えたときの材料の変形量を測定しても求められる。そして通常静的荷重
によつて得られる E の値と、通常変幅加力によつて得られる dynamic な実験値とはかなり相
違があるのが普通であり、同じような静的試験であつても得られた結果としての材料の荷重
—変形曲線と厳密に観察すれば、荷重の増大速度すなわち载荷速度を変えたとこの曲線の初期
勾配が少し変化することは各種の材料について実験的に確かめられている。したがって、Young
係数 E の値も本来は荷重速度あるいは材料の変形速度の関数として与えられるべきであらうこ
とは容易に推測されるが、既往の多くの実験的研究の結果はほとんど荷重速度が zero と見做

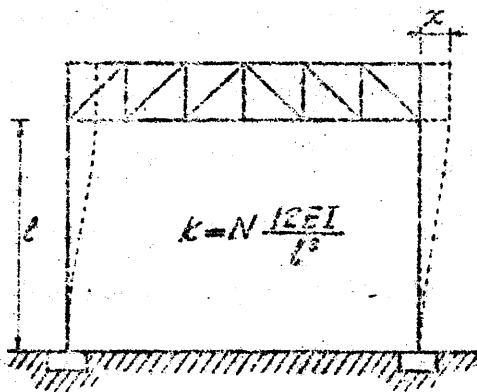
される範囲、もしくは載荷速度の極めて大きい、すなわち変形の振動数がかなり高い範囲のものを問題としており、地震時の構造物がもつ振動数の範囲（たとえば $0.3 \sim 10.0 \text{ rad/sec}$ 程度）のところで実験 data は皆無に等しいといつて良い。また単純なはりの降伏、破壊時の変形にしても米国の Wilbur, Hansen 両教授の研究によれば、静的試験と動的試験の結果の相違は荷重速度により、そして最大 $40 \sim 50 \%$ も異なることが明らかにされている (3.10)。

かゝる意味で今日の非線型振動理論はその必要とする data とすべて今後の実験的、理論的研究結果によつてその富はけを得るという形で発展してきた。そしてこのような複雑性以外に前に述べた解析的予定の困難さや非線型振動理論の急速な進歩発展あるいは体系化と著しく阻害しているといつて差支えない。しかしまたそこにこそこの問題の研究の重要性と興味が見出されるのである。

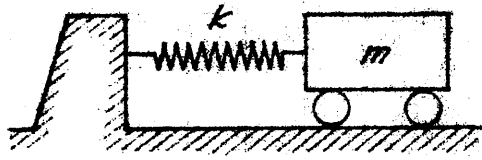
第2章 1 質点系の地震応答解析法

3.2.1 構造物の運動微分方程式とその解法の概要

本章ではわれわれは次 3.2.1 図に示されるような構造物を対象とする。すなわち動的対称性 (dynamic symmetry) をもつ 1 層架構の固定荷重および積載荷重がほぼ屋根床面に集中し、地震時に、この集中質量と地面との相対変位が生じた場合に構造物と元の形状に戻そうとする力 (復元力) は柱の剛性によつて与えられるものとする。したがつて柱の力学特性が



第 3.2.1 図



第 3・2・2 図

Hooker の法則に従う弾性的なものであれば、第 3・2・1 図に示した構造物は第 3・2・2 図の
 ような一つの質量-ばね系に抽象することとする。地動変位を受ける場合の運動微分方程式は

$$m\ddot{x} + kx = -\ddot{x}_g \quad (3 \cdot 2 \cdot 1)$$

と書かれる。いうまでもなく、架構の重量を W とし、

$$m = \frac{W}{g} \quad (\text{質量}), \quad g = 980 \text{ cm/sec}^2 \quad (3 \cdot 2 \cdot 2)$$

であり、 k は弾性ばね定数と称せられる。

しかし構造材料が完全弾性体ではなくて、一般に elasto-plastic な力学的特性を示し、か
 つ複雑な type の減衰性を有する場合には、構造物の運動微分方程式は

$$m\ddot{x} + f(x, \dot{x}; t) = -\ddot{x}_g(t) \quad (3 \cdot 2 \cdot 3)$$

なる表示とする。すなわち、実際の構造物を対象として、その大振幅での振動時と論ずる場合
 には、線型理論のように減衰力と復元力とを明確に区別して表現できない場合が多いから、関
 数 $f(x, \dot{x}; t)$ をもって、振動系の減衰とばね力に等価的な一つの復元要素を表わすものと
 する。これらの量はともに構造物の振幅ならびに速度に依存するから、関数 f は x と \dot{x} と変
 数として含み、しかもこれらの変数は時間 t の関数であるから、 f もまた時間の関数として
 示される。

問題によつては関数 $f(x, \dot{x}; t)$ を変数 x, \dot{x} でもって explicitly に表現することが可能な
 場合もあるけれども、実際の構造物の地震応答と求める際にはかゝる表現が不可能なことが多い。

それゆえに通常 $f(x, \dot{x}; t)$ は構造物の荷重-変形量曲線から特性づけられるものと看做
 されているのである。

このように関数 $f(x, \dot{x}; t)$ が複雑な形をとることから、任意の $\dot{x}_g(t)$ が与えられて
(3.2.3) 式を解くためにはかなり多くの近似法が考えられ実際に試みられてきたが、これら
を大別すればつぎの五つになるであろう。

- 1.) $f(x, \dot{x}; t)$ を x および \dot{x} に関して *poly-nomial* な形に近似し 機械工学などの
分野で発達した非線型定常振動理論を応用する方法、
- 2.) $f(x, \dot{x}; t)$ が x のみの関数で *poly-linear* な形で近似し得る場合、この復元力曲線
の各直線部分に対応する領域で線型振動理論解を求め、各領域の初期条件、終端条件
を考慮して解を繋ぎ合わせる方法、
- 3.) $f(x, \dot{x}; t)$ の解析的表現を求めて後 差分法によつて *step-by-step* 演算を繰返す
方法、後述する *digital computer* による方法も一部この中に入る。
- 4.) $f(x, \dot{x}; t)$ の特性を電気回路で代表せしめ *analog computer* によつて解を計算
する方法、
- 5.) $f(x, \dot{x}; t)$ がたとえば荷重-変形曲線として与えられる場合の固式解法。

この中 1), 2) はいわゆる解析的方法であつて 1) は後で略述する *Ritz-Galerkin method*,
Kryloff-Bogolienboff method, あるいはこれと応用した K. Klotter 博士 (3.14) や
久田俊孝博士 (3.15) の研究に用いられた解析手段がこれに属する。この方法は非線型振動問
題の中、過渡的な *response* よりむしろ定常的な加力による解の形状などに重点がかけられ
ものである。また 2) に属する解析手段は古くから考えられていたものであるが、実際に履歴
特性のある *poly-linear* (すなわち *multi-linear*) な復元力をもつ構造物を連続体、または
多質点系に抽象して、極めて精密な解析を行なわれた小堀博士と南井良一郎氏の研究 (3.16)
がこの方法によつて種々の非線型非定常振動現象を説明し得たものとして特筆される。*multi-*
linear な復元力の勾配が激変する箇所、すなわち *linearize* された復元力の各部分の接続個
所においては、数学的に極めて難しい問題を派生するのであるが、それを数理的な鋭い考察
によつて、数値計算解が得られるまでに発展せしめられた努力は敬服に値するものであろう。

また定常的な外力によつてこの *poly-linear* な復元力特性が一定の *hysteresis loop* と重
く場合の挙動は安藤範平氏によつて説明され、そして復元力特性が *hysteretic bilinear* な
場合の詳細な考察と、それが非定常的な加力を想定した場合の解の誘導がはなされている (3.17)。

3)に挙げた方法は、通常微分方程式の数値積分に広く応用されるものであって、構造物の動的あるいは静的な応力解析や変形解析に、境界値問題としてあるいは初期値問題として用いられる。したがって構造物の定常ならびに非定常の問題にもいわゆる step-by-step method として多くから実用な解析手段として脚光を浴びている (3.18), (3.19) (3.20)。そして step-by-step の計算はその性質上 digital 型電子計算機が有効に利用される計算法の一つであるから、電子計算機の発達普及と相俟つて今後もますますその重要性が保たれるものと為えられる。

4) の analog computer を用いる方法は、電磁気回路工学の発達とともに発展した。われわれが解明しようとする機械系の振動問題を、それに等価な電気模擬回路と作つて調べる方法は原理上は如何なる問題に対しても、機械系と電気系の完全な対応さえつけられれば厳正解が得られるもので、上に述べた step-by-step 計算のように数値の差分に伴う理論上の誤差は介入する余地がないために非常に優れた方法といわなければならない。しかし一般に電気回路を構成する要素にはその有する電気的な特性のゆえに検出せられる性能に僅小のひずみをもつ。

このことが現在 analog computer による計算の誤差と誘発せしめるのであって、もしその量が検定できる場合には、工学的簡便な高速度計算の手段として工学的に著しい重要性を有している。

最後に一般的に構造物の運動方程式を解く手段として、幾何学的な知識に基づいて代数的な式の表現と図上において再現し、式の解を trajectory (解曲線) で表現する方法は、これまたかなり多くから存在した。たとえば1階の微分係数 dx/dt が $x-t$ 平面上の trajectory の勾配を示し、2階の微分係数 d^2x/dt^2 が解曲線の曲率に関係することから、Lienard や Meissner によつて微分方程式の図式解法が提唱せられたことに端を発して (3.03), (3.07), 1932年に Lamoen によつて (3.05), あるいは Russia の研究者によつて, (3.04), topological は概念である phase-plane (位相図) と振動現象の明確な結びつきが創られ、これは遂に Lydie, S. Jacobsen 博士によつて、Phase-plane-delta method が提唱せられ、また発展した。さらに運動の微分方程式とその右辺の各項を積分することによつて、振動系に別物より与えられる energy 量、あるいは亦別に遠散する energy 量を含めて記述する energy の釣合方程式が得られるが、これもまた phase-plane の概念とも結びつき、そして一方、位相図法の提唱 (3.08) と是るにまつたものである。このよりの歴史的背景をもつ図

式解法はわれわれをして振動現象の理解を助け、解析的にはとて不可能な問題の近似解を求めることを可能にし、そして振動学の進展に寄与して来た。そこでこれからはいままで述べた各解法の主要なものについてその要奥を示すことに議論が集中される。

3.2.2 W. Ritz の平均法

これから線型ならびに非線型の振動系の定常状態の解を求めるために極めて有用な近似解法を示す。その方法とは Ritz の方法、Ritz のオメガ法あるいは Ritz-Galerkin の方法という三つの名前が知られているものであつて、1909 年の論文で Ritz は微分方程式の近似解と導くのに三つの等価な方法を提示した (3.14)。そのオメガ法すなわち最小法は Ritz 自身およびその後の研究者によつて相当注目されるようになつたが、その名称が意味するようにこの方法は被積分関数内に変数を含む積分を最小にするものであつて、したがつて変分法を用いることになる。しかし応用という観点から見れば厳正解と近似解との差に比重を掛け合わせて平均としてとり入れた Ritz のオメガ法がオメガ法に比べてずっと実用的であることは W. Ritz が何故注目しなかつたかは知られていない。一方 Galerkin は 1915 年に弾性棒と板との近似解に関する論文の中で Ritz のオメガ法と同じような方法を紹介したが、彼はそれが Ritz によつて最初に考案されたものであることには周知しなかつた。ゆえにこの方法は長い間 Galerkin の方法として知られていた。最終的に 1950 年代の初期になつて Karl Klotter がこの Ritz のオメガ法と Galerkin の方法が同一のものであることに注目し、そしてこの方法を広く用いて動力学的な問題に関連した非線型微分方程式の研究を始めたのである。

Ritz の平均法の criteria (規準) は先に挙げた Klotter の論文 (3.14) に詳述されているが、これについてこれから議論を進めよう。

非線型微分方程式

$$m\ddot{x} + c f_1(x) + k f_2(x) = f_0(t) \quad (3.2.4)$$

を考える。ここに復元力関数 $f_2(x)$ および減衰力関数 $f_1(x)$ はそれぞれ系の変位および速度の非線型奇関数であるとする。すなわち $-f_2(x) = f_2(-x)$, $-f_1(\dot{x}) = f_1(-\dot{x})$ である。(3.2.4) 式の両辺を m で割り、 $k/m = p^2$ および $c/m = 2\nu p$ とおけばこの微分方程式は

$$E[x] = \ddot{x} + 2\nu p f_1(\dot{x}) + p^2 f_2(x) - \frac{1}{m} f_0(t) = 0 \quad (3.2.5)$$

となる。いま(3.2.5)式の近似解が n 個の項の和として示されるものと仮定し、それを \tilde{x} で表わすことにする。すなわち

$$\tilde{x} = a_1 \phi_1(t) + a_2 \phi_2(t) + \dots + a_n \phi_n(t) \quad (3.2.6)$$

この場合 $E[\tilde{x}]$ は $E[x]$ とは異なるから、 $E[\tilde{x}]$ は zero にはならない。この方程式の差異 $E[\tilde{x}]$ は n 個の関数であるから各瞬間ごとに異なるが任意の時間 T の連続区間ではこの差異の n 個の比重をかけた平均のそれぞれを zero ならしめることができる。 $E[\tilde{x}]$ の比重平均を計算するのに n 個の比重関数と考え、それを $w_1(t), w_2(t), \dots, w_n(t)$ で表わす。

Ritzの平均法の規準はしにがてつぎのように述べられる。すなわち $w_1(t)$ と $\phi_1(t)$ に等しく、 $w_2(t)$ と $\phi_2(t)$ に等しく、 \dots 、そして $w_n(t)$ と $\phi_n(t)$ に等しく置けば、その結果得られる n 個の平均積分をそれぞれ zero と置いたもの、すなわち

$$\int_0^T \{E[\tilde{x}] \phi_1(t)\} dt = 0, \quad \int_0^T \{E[\tilde{x}] \phi_2(t)\} dt = 0, \quad \dots \dots \dots$$

$$\dots \dots \dots \int_0^T \{E[\tilde{x}] \phi_n(t)\} dt = 0 \quad (3.2.7)$$

は n 個の代数方程式となり、これより係数 a_1, a_2, \dots, a_n が求められる。そしてこの条件のもとに \tilde{x} なる近似解はこゝに選んだ n 項によるものの中最も良いものが得られるのである。最も良い」という意味は \tilde{x} が Ritz の最小法によつて得られた近似解と全く同じものとなり、そしてこの方法が力学における Hamilton の変分原理の妥当性に直接立脚していることを指すのである。解の絶対的な精度は勿論(3.2.6)式で \tilde{x} に対して選んだ関数の適切さに関係する。

外力関数 $f_1(t)$ が時間の周期関数であると仮定すれば問題はかなり簡単となり、任意に定められた時間積分の上限に意味をもたせることができる。さらに、もし $f_1(t)$ が定常的な変振力 $F \cos \omega t$ であると仮定するならば、物理的な直感から、振動系に減衰のない場合は、 \tilde{x} は 1 項による近似 $x \cos \omega t$ で適切に表現され、また減衰を伴う系については一つの振動数 ω に対して

$$\tilde{x} = A_x \cos \omega t + B_x \sin \omega t = x \cos(\omega t - \tau) \quad (3.2.8)$$

のような2項の近似を考える必要のあることが予想される。ゆえに微分方程式の差 $E[\tilde{x}]$ は余弦や正弦の種々の乗や積を含むことがある。

ωt の正弦で表わされる外力の作用を受け、非線型1自由度系の定常状態の振動に関して Ritz の平均法の規準 (3.2.7) 式は時間 $T = 2\pi/\omega$ 、すなわち 2π radian の角に同じとしてつぎのように表現される。

$$\int_0^{2\pi} E[\tilde{x}] \cos \omega t \, d(\omega t) = 0 \quad (3.2.7a)$$

$$\int_0^{2\pi} E[\tilde{x}] \sin \omega t \, d(\omega t) = 0 \quad (3.2.7b)$$

近似解 (3.2.8) と (3.2.7a) 式に代入すれば

$$\begin{aligned} & \omega^2 X \int_0^{2\pi} \cos(\omega t - \phi) \cos \omega t \, d(\omega t) \\ & + 2\gamma p \int_0^{2\pi} f_1[-\omega X \sin(\omega t - \phi)] \cos \omega t \, d(\omega t) \\ & + p^2 \int_0^{2\pi} f_2[X \cos(\omega t - \phi)] \cos \omega t \, d(\omega t) \\ & - \frac{F}{m} \int_0^{2\pi} \cos^2 \omega t \, d(\omega t) = 0 \end{aligned} \quad (3.2.9)$$

とほり、新しい角変数 $\sigma = \omega t - \phi$ と導入すれば $d\sigma = d(\omega t)$ 、および $\cos \omega t = \cos(\omega t - \phi + \phi) = \cos \sigma \cos \phi + \sin \sigma \sin \phi$ とほるから上記4個の積分のうち1番目は

$$\int_0^{2\pi} (\cos \phi \cos^2 \sigma - \sin \phi \cos \sigma \sin \phi) d\sigma = \pi \cos \phi \quad (3.2.10)$$

となる。残りの3個の積分についても同様の積分変換を施せば (3.2.7a) 式は

$$\begin{aligned} & -\omega^2 X \pi \cos \phi + 2\gamma p \sin \phi \int_0^{2\pi} f_1(\omega X \sin \sigma) \sin \sigma \, d\sigma \\ & + p^2 \cos \phi \int_0^{2\pi} f_2(X \cos \sigma) \cos \sigma \, d\sigma - \frac{\pi F}{m} = 0 \end{aligned} \quad (3.2.11)$$

なる結果を与える。そこでつぎの記号

$$G(X, \omega) = \frac{4}{\pi p X} \int_0^{\pi/2} f_1(\omega X \sin \sigma) \sin \sigma \, d\sigma \quad (3.2.12)$$

$$H(X) = \frac{4}{\pi X} \int_0^{\pi/2} f_2(X \cos \sigma) \cos \sigma d\sigma \quad (3.2.13)$$

を用いれば、方程式 (3.2.7a) および (3.2.7b) は X と ϕ に関する二つの一般化代数方程式となる。すなわち

$$-\left(\frac{\omega}{p}\right)^2 \cos \phi + 2\nu(\sin \phi) G(X, \omega) + (\cos \phi) H(X) = \frac{F}{kX} \quad (3.2.14a)$$

$$-\left(\frac{\omega}{p}\right)^2 \sin \phi - 2\nu(\cos \phi) G(X, \omega) + (\sin \phi) H(X) = 0 \quad (3.2.14b)$$

これらの方程式を平方して加えると

$$\left[H(X) - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2\right]^2 + 4\nu^2 G^2(X, \omega) = \left(\frac{F}{kX}\right)^2 \quad (3.2.15)$$

が、また (3.2.15) 式から

$$\tan \phi = \frac{2\nu G(X, \omega)}{H(X) - (\omega/p)^2} \quad (3.2.16)$$

なる表示が得られ、 X と ϕ の関係が明確に示される。

ここで Ritz の平均法によつて得られたこれらの一般化結果を若干の場合に適用するとつぎのようになる。

(A) 粘性減衰と併はり線型系：

この場合は

$$f_1(X, \omega) = \tilde{x} = X \omega \sin(\omega t - \phi) = X \omega \sin \sigma \quad (3.2.17)$$

$$f_2(X) = X \cos \sigma \quad (3.2.18)$$

であるから、(3.2.12), (3.2.13) 式から

$$G(X, \omega) = \frac{\omega}{p}, \quad \text{および} \quad H(X) = 1. \quad (3.2.19)$$

とわかる。よつて (3.2.15), (3.2.16) 式は線型系に対する周知の形、すなわち

$$\left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2 + \frac{4\nu^2 \omega^2}{p^2} = \left(\frac{F}{kX}\right)^2 \quad \tan \phi = \frac{2\nu(\omega/p)}{1 - \omega^2/p^2} \quad (3.2.20)$$

で与えられる。

(B) 減衰のない非線型系 :

一般的な方程式 (3.2.15), (3.2.16) 式はこの場合

$$H(x) - \frac{\omega^2}{p^2} = \pm \frac{F}{kx} \quad \text{および} \quad \varphi = \begin{cases} 0 \\ \pi \end{cases} \quad (3.2.21)$$

のごとくに簡化される。

3.2.3 Kryloff - Bogolueuboff の方法 (K-B Method) の略述

前節で取扱われた問題の基礎微分方程式は一般に

$$\frac{d^2x}{dt^2} + f_1(x, \frac{dx}{dt}, t) = f_2(t) \quad (3.2.22)$$

なる形になるが、たとえば van der Pol の振動系あるいは定速度で回転する belt の上にある質量の自由振動の場合には微分方程式は (3.2.22) 式の右辺 $f_2(t) = 0$ とおいた斉次方程式について考察がなされる。 $f_2(t)$ が zero でない強制振動の場合は後述するとして、こゝでは

$$\frac{d^2x}{dt^2} + F(x, \frac{dx}{dt}, t) = 0 \quad (3.2.23)$$

なる微分方程式が特に quasi-harmonic なる場合、すなわちこの式の解が

$$x = a \sin(pt + \varphi) \quad (3.2.24)$$

なる形に近い場合について精度の良い解を得る方法を示そう。この方法は Russia の Kryloff および Bogolueuboff が 1930 年代にすでに発表していた方法であつて、それが Princeton 大学の Solomon Lefschetz 教授によつて知られ、英語に翻訳されて (3.21) われわれの前に明らかになつた。この方法は特定の振動系の非常に興味ある非線型自由振動の模様を解析するのに適したものであつて、一般に K-B method と略称せられる (3.22)。

すなわち (3.2.24) 式の関数 F が

$$F(x, \frac{dx}{dt}, t) = p^2x + \varepsilon f(x, \frac{dx}{dt}, t) \quad (3.2.25)$$

のように線型復元力 p^2x からあまり隔たらない場合、つまり ε が微小とする仮定が満足さ

れるならば、(3.2.23) 式の解は通常 Poisson の近似法として知られている多数量の三角級数表示による以外の別の方法で近似することができ、 ε が zero ならば (3.2.23) 式は線型微分方程式であるから、その解は

$$x = a \sin (pt + \varphi) \quad (3.2.26)$$

$$\frac{dx}{dt} = ap \cos (pt + \varphi) \quad (3.2.27)$$

であることは容易に知られるが、Kryloff と Bogolueboff はこれら二つの式に含まれる a と φ とを新しく時間に関した未知関数と考えたのであり、よつても ε が zero でなく、微小な値ともつと (3.2.23) 式すなわち

$$\frac{d^2x}{dt^2} + p^2x + \varepsilon f(x, \frac{dx}{dt}, t) = 0 \quad (3.2.28)$$

$$\text{の解として } x = a(t) \cdot \sin \{pt + \varphi(t)\} \quad (3.2.29)$$

と考えるならば、その速度は

$$\frac{dx}{dt} = \frac{da}{dt} \sin (pt + \varphi) + a \frac{d\varphi}{dt} \cos (pt + \varphi) + ap \cos (pt + \varphi) \quad (3.2.30)$$

という表示をとる。これをも (3.2.27) 式の $\frac{dx}{dt}$ のような形式に近似されるためには、すなわち、解の速度は $\varepsilon \ll 1$ なる場合に近似的に

$$\frac{dx}{dt} = a(t) \cdot p \cdot \cos \{pt + \varphi(t)\} \quad (3.2.31)$$

なる形に表現されるためには (3.2.30) 式で

$$\frac{da}{dt} \sin (pt + \varphi) + a \frac{d\varphi}{dt} \cos (pt + \varphi) = 0 \quad (3.2.32)$$

となることが必要である。この関係から

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{da}{dt} p \cos (pt + \varphi) - p^2 a \sin (pt + \varphi) - pa \frac{d\varphi}{dt} \sin (pt + \varphi) \quad (3.2.33)$$

であるべきことが知られるが、これを (3.2.28) 式に代入すれば

$$\begin{aligned} & \frac{da}{dt} p \cos (pt + \varphi) - pa \frac{d\varphi}{dt} \sin (pt + \varphi) \\ & = -\varepsilon f \{a \sin (pt + \varphi), pa \cos (pt + \varphi)\} \end{aligned} \quad (3.2.34)$$

とある。この関係と(3.2.32)式とから、われわれは

$$\frac{da}{dt} = -\frac{\epsilon}{p} f\{a \sin(pt+\phi), ap \cos(pt+\phi)\} \cos(pt+\phi). \quad (3.2.35)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\epsilon}{ap} f\{a \sin(pt+\phi), ap \cos(pt+\phi)\} \sin(pt+\phi). \quad (3.2.36)$$

を得るのである。つまり、 x と未知数とする一つの二階微分方程式の代りに、われわれは a , ϕ なる二つの未知数に関する二つの一階微分方程式について考察を行なえばよい。ただし(3.2.35), (3.2.36)の両式は $T = 2\pi/p$ なる1周期にかける時間内において成立し、 $\frac{da}{dt}$, $\frac{d\phi}{dt}$ はそれぞれ ϵ に比例していることに注目せねばならない。すなわち ϵ の小さければ a , ϕ はともに周期 T 内で時間とともに徐々に変化する関数であつて、したがつてその零次近似値としてはこれらを一定と考へて $t=0$ なるときの値として代表させても差支えないことが示される。ゆゑに直感的に(3.2.35), (3.2.36)式の $f\{a \sin \phi, ap \cos \phi\} = \cos \phi$ および $f\{a \sin \phi, ap \cos \phi\} \sin \phi$ なる項を通常の Fourier 級数表示に展開すれば

$$f(a \sin \phi, ap \cos \phi) \cos \phi = K_0(a) + \sum_{n=1}^{\infty} \{K_n(a) \cos n\phi + L_n(a) \sin n\phi\}, \quad \dots (3.2.37)$$

$$f(a \sin \phi, ap \cos \phi) \sin \phi = P_0(a) + \sum_{n=1}^{\infty} \{P_n(a) \cos n\phi + Q_n(a) \sin n\phi\}, \quad \dots (3.2.38)$$

となる。これらの係数 $K_n(a)$, $L_n(a)$ は通常の Fourier 解析と同様に表示され、 t とは

$$K_0(a) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(a \sin \phi, ap \cos \phi) \cos \phi d\phi. \quad (3.2.39)$$

$$P_0(a) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(a \sin \phi, ap \cos \phi) \sin \phi d\phi. \quad (3.2.40)$$

である。よつて(3.2.37), (3.2.38)式の結果と利用すれば(3.2.35)と(3.2.36)式はつぎのような展開表示で書くことが出来る。

$$\frac{da}{dt} = -\frac{\epsilon}{p} K_0(a) - \frac{\epsilon}{p} \sum_{n=1}^{\infty} \{K_n(a) \cos n(pt+\phi) + L_n(a) \sin n(pt+\phi)\} \quad (3.2.41)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\varepsilon}{pa} P_0(a) + \frac{\varepsilon}{pa} \sum_{n=1}^{\infty} \{P_n(a) \cos n(pt + \varphi) + Q_n(a) \sin n(pt + \varphi)\} \quad (3.2.42)$$

われわれはこれらの式中の a , φ が t の値が時間間隔 t と $t+T$ の間は一変で、それが時刻 t における各値 $a(t)$ ならば $\varphi(t)$ に等しいものとして、これらの式を t から $t+T$ までの区間について積分すれば $T = 2\pi/p$ なるゆえに

$$\frac{a(t+T) - a(t)}{T} = -\frac{\varepsilon}{p} K_0\{a(t)\} \quad (3.2.43)$$

$$\frac{\varphi(t+T) - \varphi(t)}{T} = \frac{\varepsilon}{pa} P_0\{a(t)\} \quad (3.2.44)$$

を得る。 T による上式の増分 $a(t+T) - a(t)$, $\varphi(t+T) - \varphi(t)$ が微小なる仮定にしておいて、上の2式の左辺をそれぞれ $\frac{da}{dt}$, $\frac{d\varphi}{dt}$ と置きかえらば、方程式の第1次近似として

$$\frac{da}{dt} = -\frac{\varepsilon}{p} K_0(a) \quad (3.2.45)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\varepsilon}{p} P_0(a) \quad (3.2.46)$$

に到達する。これら(3.2.45), (3.2.46)式と、その厳正解(3.2.41), (3.2.42)式と比較すると、われわれはこの第1次近似が厳正な方程式の右辺と時間に関して平均することによって得られたものであることを知るのである。この誘導は通常の平均するという法則に従って行われたものであって当然一般性を有し、しかもいままでの誘導においては数学的には定理に反するものではない。

よって(3.2.45), (3.2.46)の両式から a と φ の値が求められれば、それと(3.2.26)式に代入して、 x の近似値を得ることができ、次に φ の代りに $\varphi = pt + \varphi$ なる未知数 φ を用いれば(3.2.46)式は

$$\frac{d\varphi}{dt} = p + \frac{\varepsilon}{pa} P_0(a) \quad (3.2.47)$$

となり、そしてこの(3.2.45)式と(3.2.47)式に K_0 と P_0 の代りに(3.2.39)

(3.2.40) 式を代入すれば explicit な表現として

$$\frac{da}{dt} = -\frac{\varepsilon}{2\pi p} \int_0^{2\pi} f(\sin \varphi, ap \cos \varphi) \cos \varphi d\varphi \quad (3.2.48)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = p + \frac{\varepsilon}{2\pi ap} \int_0^{2\pi} f(a \sin \varphi, ap \cos \varphi) \sin \varphi d\varphi \quad (3.2.49)$$

が示される。そしてこの場合の解 x はこれら二つの式より得られる解 a, φ を用いて

$$x = a \sin \varphi \quad (3.2.50)$$

となるのである。

いま簡単のために、非線型微分方程式の復元力と減衰力の項の速度 dx/dt と含まない場合、すなわち (3.2.25) 式で単に

$$f(x, \frac{dx}{dt}) = f(x) \quad (3.2.51)$$

と仮定するには、上の (3.2.48), (3.2.49) 式の表現は

$$\frac{da}{dt} = -\frac{\varepsilon}{2\pi p} \int_0^{2\pi} f(a \sin \varphi) \cos \varphi d\varphi \quad (3.2.52)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = w(a) = p + \frac{\varepsilon}{2\pi pa} \int_0^{2\pi} f(a \sin \varphi) \sin \varphi d\varphi \quad (3.2.53)$$

となる。そこでもし

$$\Phi(x) = \int_0^x f(x) dx \quad (3.2.54)$$

と定義すれば

$$\int_0^{2\pi} f(a \sin \varphi) \cos \varphi d\varphi = \frac{1}{a} \int_0^{2\pi} \frac{d\Phi(a \sin \varphi)}{d\varphi} d\varphi = 0 \quad (3.2.55)$$

となり、(1) によって

$$\frac{da}{dt} = 0 \quad (3.2.56)$$

となる。これは非減衰の非線型振動系の振幅は一定で $a = a_0$ であることを示し、そしてまた

$$\varphi = w(a)t + \theta \quad (3.2.57)$$

となることが示される。ここに θ は定数で x の初期値に等しい。したがってこの場合の解

$$x = a_0 \sin \{ \omega(a_0)t + \theta \} \quad (3.2.58)$$

となるが、このことから、方程式のもつ非線型性がその第1次近似解に対してしつ効果はその振動数と振幅 a_0 の値によって定まることであるといえる。(3.2.53)式の両辺を平方し、 ε^2 の項は無視すれば

$$\omega^2(a) = p^2 + \frac{\varepsilon}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(a \sin \phi) \sin \phi d\phi \quad (3.2.59)$$

となり、そして(3.2.25)式から $F(x) = p^2 x + \varepsilon f(x)$ であるから結局

$$\omega^2(a) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(a \sin \phi) \sin \phi d\phi \quad (3.2.60)$$

となる。このような表示では(3.2.59)式と異なつて、単に非線型部分 f と含むのではなく、慣性項以外の全体の F が積分の中に入っているから、任意の形の復元力特性に対してしかも(3.2.59)式よりも容易に積分値を求め得る。

以上の K-B Method の基本的要素であるが、この方法によつて、同期的な disturbance による非線型振動系の解も求められ、そしてより一般的な場合についても発展拡張せられるのである。

3.2.4 Step-by-step 数値積分法

非線型非定常振動問題に差分法 (difference method) が適用し得ること(3.20)は、図式解法が step-by-step に進められることより以前に連想されることであつて、すでに10年前に M. G. Salvadori および W. F. Sheppara の "central difference formulae" (3.23) を基礎にして線型多自由度系の非定常振動問題を解き、さらに非線型の場合にも応用し得ることを示した例がある(3.24)。また同じ頃、Illinois 大学の N. M. Newmark 教授は彼の β 法を用いて step-by-step の数値計算を行ない、構造物の破壊付近における動的 response を求めている(3.28)。それらの特色は振動の微分方程式中の慣性項 dx^2/dt^2 を差分形式で近似させる際に orthodox な Improved Euler method による差分(たとえば(3.20))

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{x_{n+1} - 2x_n + x_{n-1}}{h^2}$$

(3.2.61)

を採らないで Salvadori はこれを

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{h^2} (\delta^2 - \frac{\delta^4}{12}) x$$

(3.2.62)

とおき、また Newmark は計算式として

$$x_{n+1} = x_n + v_n h + (\frac{1}{2} - \beta) a_n h^2 + \beta a_{n+1} h^2$$

(3.2.63)

$$v_{n+1} = v_n + (1 - \gamma) a_n h + \gamma a_{n+1} h$$

(3.2.64)

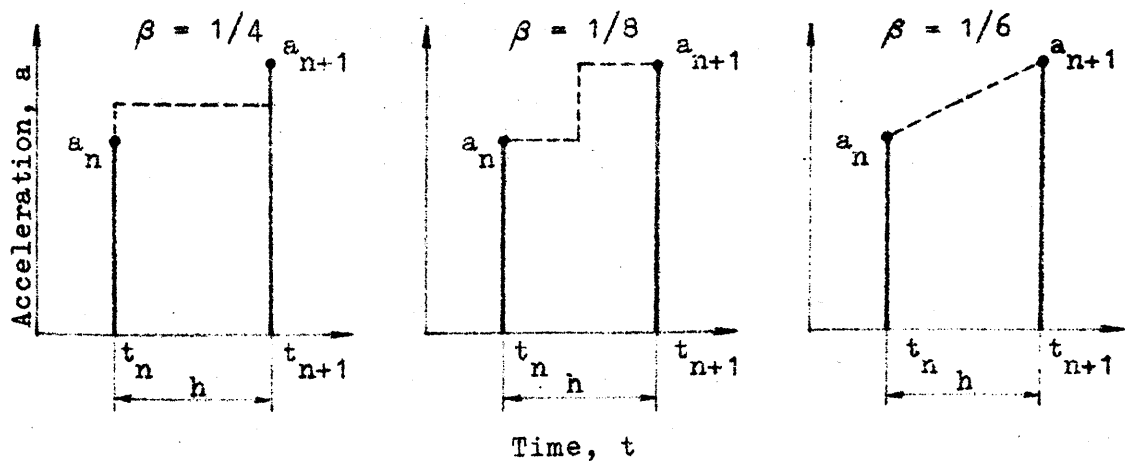
また微分方程式は

$$A = f(x, v, t)$$

(3.2.65)

と与えているところにある。こゝに h は微小な時間間隔 x_n, v_n, a_n はそれぞれ時刻 $t = n\tau$ における振動系の変位、速度、加速度の値を示し、 δ は central difference の operator である。 β, γ は Newmark 教授の step-by-step 演算に、特有の値であつて、

γ は普通 $1/2$ ととり、 β は時間間隔 h での内の加速度の変動の様子の仮定にしたがつて定められる定数で、(例 3.2.3 図参照) この存在のゆゑにこの方法は β -method と名付けられ



例 3.2.3 図

ている。Newmark 教授の β 法の特長はまた step-by-step の計算と各 step ごとに iteration と行ない、誤差が十分小さいことを確かめてからつぎの step に移るところにあるので、これは当然、digital computer の利用に適したものだといえよう。

(3.2.61) 式は central difference の operator δ を用いて書き表わすと

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{h^2} \delta^2 x \quad (3.2.66)$$

となる。(3.2.61) 式と (3.2.62) 式とによる計算の精度および所要労力の比較については後に詳述するが、当時すでに Salvadori は外力として地震計記録に基づく不規則な加速度と与えに際の数値計算には電気計算機が必要であつて、人為的労力もかなり要することを指摘している。

かゝる非線型問題の研究には地震波の複雑性と、構造物の非線型特性によつて起り得るあらゆる場合に対応する多くの解と個々について求めなければならぬことになる。数値計算法は今日ではもはや digital computer を利用することを前提としてその価値と認められるものとなり、そして将来における重要性は甚だ大きいものといえる。しかし問題が単に解の傾向と定性的に論ずればよい場合、あるいは解の精度の検定までを要しないときには後に述べる図式解法の方が数値を取扱わずに解図線と直ちに求め得るに於て実用上便利であると考えられる。

こゝでは 1899 年に W.F. Sheppard が提案した central difference (3.23) について簡単な紹介と説明を行はう。微分方程式中の微係数 dx/dx などを差分の形式に近似する場合の方法として、Euler, 改良 Euler, Stirling, Bessel, Milne, あるいは Simpson によつて提案せられた幾つかの表示法があるが、forward difference, backward difference, とならんで central difference の方法が、実際計算の際に採るべき項の数が少なく、しかも精度が良いといわれている。

いま独立変数を x とし、 x 軸上等間隔に座標 $x-2h, x-h, x, x+h, x+2h$ をとり、 x の関数 $y = f(x)$ の値がこれらの点およびその中点において求め得るものとする。 δf は差算記号を用いて

$$\delta f(x) = f\left(x + \frac{h}{2}\right) - f\left(x - \frac{h}{2}\right) \quad (3.2.67)$$

で定義されるものを関数 $f(x)$ の点 x における "first order central difference" と知

付ける。差分の差分すなわち "second order central difference" はしたがって

$$\delta^2 f(x) = \delta[\delta f(x)] = f(x+h) - 2f(x) + f(x-h) \quad (3.2.68)$$

で与えられる。この操作を繰返せば高階の差分は

$$\delta^n f(x) = \delta[\delta^{n-1} f(x)] \quad (3.2.69)$$

で表われ、 $\delta^n f(x)$ の展開における係数は $(a-b)^n$ の n 項展開の各項の係数に相等しい。そして偶数階の差分は $f(x \pm ih)$, $(i=0, 1, 2, \dots)$ なる項のみで表わされるが、奇数階の差分は $f(x \pm ih/2)$ なる項より構成せられる。しかし $f(x \pm ih/2)$ なる関数値は実際上求め得ないから、このような表示の項は使わなくてもよいように、Sheppard は "averager" という演算子 μ をつぎのごとく定義したのである。

$$\mu f(x) = \frac{1}{2} \left[f\left(x + \frac{h}{2}\right) + f\left(x - \frac{h}{2}\right) \right] \quad (3.2.70)$$

したがって averager の2乗は

$$\mu^2 f(x) = \mu[\mu f(x)] = \left(\frac{1}{4}\right) [f(x+h) + 2f(x) + f(x-h)] \quad (3.2.71)$$

となるからその n 乗は

$$\mu^n f(x) = \mu[\mu^{n-1} f(x)] \quad (3.2.72)$$

で、その係数は $(a+b)^n$ の n 項展開における各項の係数を 2^n で割った値に等しい。そこでいま、(3.2.68)式と(3.2.71)式とを比較すれば

$$\mu^2 f(x) - \left(\frac{1}{4}\right) \delta^2 f(x) = f(x) \quad (3.2.73)$$

なる関係が存在することがわかり、これを簡単に演算子形式で表わすと

$$\mu^2 = 1 + \left(\frac{1}{4}\right) \delta^2 \quad (3.2.74)$$

となる。

関数 $f(x)$ の逐次導関数は微分演算子 $D (= d/dx)$ の冪で表わすこともできるから、これら三つの演算子 δ , μ および D は形式的には代数の基本則に従い、それらの間に存在する重要な関係は $f(x)$ の Taylor 展開 (3.2.75) 式から容易に求められる。

$$f(x+h) = f(x) + \frac{h}{1!} Df(x) + \frac{h^2}{2!} D^2f(x) + \frac{h^3}{3!} D^3f(x) + \dots \quad (3.2.75)$$

この式の右辺で関数 $f(x)$ と一つの関数と見做せば $f(x)$ 以外の項は関数 e^x の冪級数展開の表示に似て、したがって (3.2.75) 式は

$$f(x+h) = e^{+hD} f(x) \quad (3.2.76)$$

と表わし得る。

この代りに $-h$ を代入すれば

$$f(x-h) = e^{-hD} f(x) \quad (3.2.77)$$

である。いま演算子 μ と δ との積 $\mu\delta$ と考えると

$$\mu\delta f(x) = \mu[\delta f(x)] = \left(\frac{1}{2}\right) \{f(x+h) - f(x-h)\} \quad (3.2.78)$$

とよつて、これは $f(x \pm h/2)$ なる項と含まない。そこで (3.2.76), (3.2.77) の両式と (3.2.78) 式に代入すれば

$$\begin{aligned} \mu\delta f(x) &= \left(\frac{1}{2}\right) [f(x+h) - f(x-h)] \\ &= \left(\frac{1}{2}\right) [e^{hD} f(x) - e^{-hD} f(x)] \\ &= \left(\frac{1}{2}\right) (e^{hD} - e^{-hD}) f(x) \\ &= \sinh(hD) f(x). \end{aligned}$$

$$\text{したがって} \quad \mu\delta = \sinh(hD) \quad (3.2.79)$$

これが μ , δ および D の間の重要な関係式である。

(3.2.79) 式と hD について解けば

$$\begin{aligned} hD &= \sinh^{-1}(\mu\delta) \\ &= \mu\delta - \frac{\mu^3\delta^3}{6} + \frac{3\mu^5\delta^5}{40} + \dots \end{aligned}$$

そして、(3.2.74) 式を用いて μ の偶数項を除去すれば

$$hD = \mu \left(\delta - \frac{\delta^3}{6} + \frac{\delta^5}{30} - \dots \right) \quad (3.2.80)$$

なる関係式が得られる。同様に (3.2.80) 式を平方してさらに (3.2.74) 式を用いる

$$h^2 D^2 = \delta^2 - \frac{\delta^4}{12} + \frac{\delta^6}{90} - \dots \quad (3.2.81)$$

なる関係式を得る。(3.2.74) 式と (3.2.80), (3.2.81) 両式を用いれば $h^2 D^2$, $h^4 D^4$ もまた δ で表現することも可能である。

Sheppard はこのようにして関数の導関数を厳密に central difference で表わす式を示した。しかし実際には微分方程式を高次の項まで採った差分の形で解くことは著しい労力を要し、厳正解を得ることは不可能であつた。けれども (3.2.80), (3.2.81) 両式の右辺の高次の項は省略してもあまり著しい誤差は生じないから近似計算では単にその次の項までは δ^2 項以下を無視して行なわれる。

振動問題に差分法を応用する場合には、一般に運動方程式が時間 t に関する 2 階の導関数を含むから、その場合の考察は $h^2 D^2 f(x)$ についてなされる。たとえば簡単な 1 質点系の運動方程式

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \omega^2 x. \quad (3.2.82)$$

について考えると、微小時間間隔 Δt と $\Delta t = h$ とおき、(3.2.82) 式の両辺に h^2 を乗じて

$$h^2 \ddot{x}(t) + h^2 \omega^2 x(t) = h^2 \omega^2 x(t) \quad (3.2.83)$$

と變形し、そして $x(rh) = x_r$, $\omega^2 x_r = f_r$ とおく。(3.2.81) 式の次の項の δ^4 と考えると (3.2.83) 式は

$$\delta^2 x + h^2 \omega^2 x = h^2 \omega^2 x. \quad (3.2.84)$$

と近似化される。そして

$$\delta^2 x = x_{r+1} - 2x_r + x_{r-1} \quad (3.2.85)$$

であるから、差分方程式は $C = 2 - h^2 \omega^2$ とおくことによつて

$$x_{r+1} = -x_{r-1} + Cx_r + h^2 f_r \quad (3.2.86)$$

となる。これが通常の差分法による方程式である。

(しかし M. G. Salvadori は彼の行なつた解析で (3.2.81) 式の右辺の才2項まで考慮に入れた。その場合 (3.2.83) 式は近似的に

$$(\delta^2 - \frac{\delta^4}{12})x + h^2\omega^2 x = h^2\omega^2 x. \quad (3.2.87)$$

となる。この両辺に $(1 + \frac{\delta^2}{12})$ を掛け合わせると

$$(\delta^2 - \frac{\delta^4}{144})x + h^2\omega^2(1 + \frac{\delta^2}{12})x = h^2\omega^2(1 + \frac{\delta^2}{12})x. \quad (3.2.88)$$

となるが、 δ の高次の項 δ^4 はこれを省略しても大した誤差が生じない。よつてその場合の差分方程式は

$$x_{r+1} = -x_r + C y_r + F_r \quad (3.2.89)$$

となる。こゝに

$$C = \frac{2 - (\frac{5}{6})h^2\omega^2}{1 + \frac{h^2\omega^2}{12}}, \quad F_r = (\frac{h_0}{12}) \cdot \frac{f_{r+1} + 10f_r + f_{r-1}}{1 + \frac{h^2\omega^2}{12}} \quad (3.2.90)$$

である。

(3.2.86), (3.2.89) の両式中の C の値は h および ω が与えられれば直ちに計算せられ、 F_r の値は f_r から差分計算に先立つて求められる。これら二つの場合と比較するとその計算の労力の点においてはあまり相違はない。しかしながら誤差の点では (3.2.86) 式によるとその誤差は h^2 の order となるのに対して、(3.2.89) 式では h^4 の order であるから精度の点では后者の方が一段と優れているといつてよい。

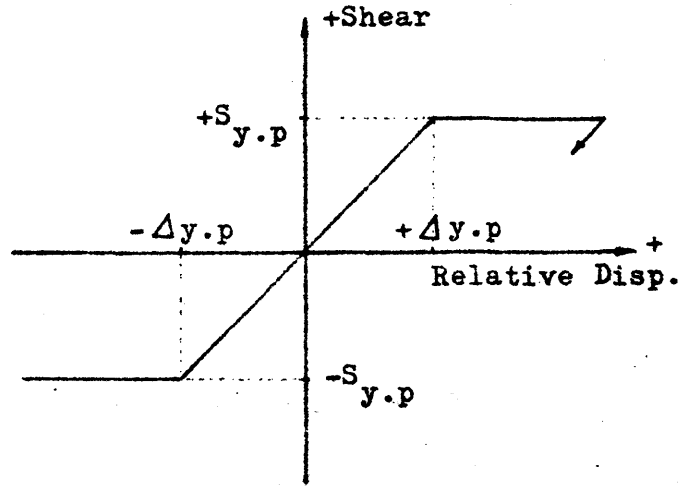
以上にした方法は線型特性に終始する極めて単純な構造物の場合であるが、破壊的な地震波によつて構造物に生ずる応力ないし変形が弾性限度を超えて塑性領域に入る場合にも適用し得ることが Salvadori によつて示されている (3.24)。にど違ふは彼の論文中 (3.24), (3.26) の式の運用に不用意な誤りが見出されるので、つぎにその誤りと是正しつゝその取扱ひの概要を述べて行こう。

N 層構造物の任意の i 層の質量を m_i とし、 m_i の持つ絶対振幅を x_i とするならば、その運動方程式は容易につぎのように書き表わされる。

$$m_i \ddot{x}_i = K_{i+1} (x_{i+1} - x_i) - K_i (x_i - x_{i-1}) \quad (3.2.91)$$

こゝにおよぶ各項は上下の隣接階層によつて与えられるせん断力である。いま、せん断力 $K_{i+1} (x_{i+1} - x_i)$ が弾性限界に到達したとすれば、 i 番目と $(i+1)$ 番目の層の間に部材が塑性領域に入ることになる。

構造物の塑性領域に入つて後はその力学特性が完全塑性を示すと思ふされる場合、(※3.2.4 図) をして弾性限度におけるせん断力の値を $\pm S_{y.p}$ とすれば



$$K_{i+1} (x_{i+1} - x_i) \geq S_{y.p(i+1)}$$

$$(3.2.92)$$

第 3.2.4 図

なる状態では (3.2.91) 式は

$$m_i \ddot{x}_i = S_{y.p(i+1)} - K_i (x_i - x_{i-1}) \quad (3.2.93)$$

として記述され、さらに i 番目と $(i-1)$ 番目の層の間のせん断力も同時に弾性限度 $S_{y.p(i)}$ に達するならば、すなわち

$$K_i (x_i - x_{i-1}) \geq S_{y.p(i)} \quad (3.2.94)$$

となれば (3.2.91) 式はつぎのようになる。

$$m_i \ddot{x}_i = S_{y.p(i+1)} - S_{y.p(i)} \quad (3.2.95)$$

いま (3.2.91), (3.2.92), (3.2.95) 式において

$$k_i = (K_{i+1} + K_i) / m_i, \quad k_i' = K_i / m_i, \quad k_i'' = K_{i+1} / m_i \quad (3.2.96)$$

なる記号を定義し、まず (3.2.91) 式に代入すれば、構造物の弾性領域においては運動微分方程式は

$$\ddot{x}_i + k_i x_i - k_i' x_{i-1} - k_i' x_{i+1} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (3.2.97)$$

となり、地震動はこの式で $i=1$ とおいたときの式の非齊次項として含まれてくる。(3.2.97)

式に central difference を適用し、さらに $(1 + \frac{\Delta^2}{12})$ は operator を両辺に掛ける場合にはつぎのような代数方程式に整理される。

$$-a_i x_{i+1}^{n+1} + x_i^{n+1} - b_i x_{i-1}^{n+1} = F_i^{n+1} \quad (3.2.98)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{こゝに} \quad F_i^{n+1} &= a_i x_{i+1}^{n+1} - x_i^{n+1} + b_i x_{i-1}^{n+1} + c_i x_{i+1}^n + d_i x_i^n + e_i x_{i-1}^n \\ a_i &= k_i' / (\frac{12}{h^2} + k_i), \quad b_i = k_i' / (\frac{12}{h^2} + k_i) \\ d_i &= (\frac{24}{h^2} - 10k_i) / (\frac{12}{h^2} + k_i), \quad c_i = 10a_i, \quad e_i = 10b_i \end{aligned} \right\} \quad (3.2.99)$$

である。こゝに $x_i^n = x_i(nh)$ であると定義する。

一方、(3.2.93)式に central difference operator を施した結果は

$$x_i^{n+1} - w_i x_{i-1}^{n+1} = \Lambda_{i+1} + 2p_i x_i^n - x_i^{n-1} + w_i (10x_{i-1}^n + x_{i-1}^{n-1}) \quad (3.2.100)$$

と示され、

$$\left. \begin{aligned} w_i &= k_i' h^2 / (12 + k_i' h^2), \quad p_i = (12 - 5k_i' h^2) / (12 + k_i' h^2) \\ \Lambda_{i+1} &= \frac{h^2}{m_i} \frac{12}{12 + k_i' h^2} S_{y.p}(i+1) \end{aligned} \right\} \quad (3.2.101)$$

である。式(3.2.95)に対しても同様の operation による結果は

$$x_i^{n+1} = h^2 (\lambda_{i+1} - \lambda_i) + 2x_i^n - x_i^{n-1} \quad (3.2.102)$$

となる。こゝに

$$\lambda_{i+1} = S_{y.p}(i+1) / m_i, \quad \lambda_i = S_{y.p}(i) / m_i \quad (3.2.103)$$

である。こゝに

(1) について、最初構造物各部材の応力が弾性範囲内にあり、(3.2.98)式で $n=0$

および $n=1$ における値 x_i^0 , \dot{x}_i^0 が知られていれば, $n=1$ から出発すればよいが x_i^1 は未知数であるから, 構造物が最初静止の状態にある場合には $t=0$ において 構造物各部の位置および速度がともに zero という初期条件から $t=0$ および $t=-\Delta t$ で $x_i=0$ と仮定することが出来る. すなわち (3.2.98) 式で $n=0$ とし, また $x_i^0=0$, $\dot{x}_i^0=0$ を用いて backward difference の計算と同様に式を解くことになる. (3.2.98) 式の演算は構造物各部分の応力が塑性域に入るまでは続けられるが, ひとたび塑性領域に入った階層の挙動は (3.2.100) 式あるいは (3.2.102) 式によらなければならない. このような計算は, 人力では到底なし得ないほど膨大な量に昇るから, 次節で述べる digital 型電子計算機の活用が望まれる. しかしその場合も構造物の各階層が各瞬間において (3.2.98), (3.2.100) あるいは (3.2.102) 式のいずれを用いるべきかを正しく判断し, その正しい式についての演算をなすべき interlude ないし loop として programming がなされなければならない.

これからの耐震工学の諸解析にますます重要な度を加える digital computer は, もう一つの analog 型電子計算機と併せて, その特色と次節で詳述することにして, ここではずな数値計算法と並んで特に非線型振動 response を求める手段として重要な二, 三の図式解法 (図式積分法) についてその概要を述べる.

3.2.5 Meissner の図式解法

地震動の非定常性と構造物の非線型復元力の任意性に適用し得て, さらに任意の初期条件のもとに構造物の地震応答が求め得られる方法とは図式解法の場合にあつても step-by-step の演算方式が採られなければならない. 現にこうした要求を満足し得る方法として, つぎの三つを挙げることが出来る.

- i) Meissner の図式解法, (3.07),
- ii) Phase-plane-delta method, (3.27),
- iii) E 函数法 (E 函数法), (3.08).

これらの中, 本節で述べる Meissner 法は極座標と直交座標との間の関係, さらにには縮円線と伸円線の性質を巧みに利用したものであり, 3に Phase-plane-delta method は L. S. Jacobsen 教授によって示されたものであるが, その方法は位相平面 (phase-plane) を用い

て、J. Lamoén が線型振動系を取扱った方法(3.05), (3.06) に A. Liénard による非線型減衰系の図解法(3.03) を組合わせて topological な解析に与えらる phase plane を具体的な非線型問題の解決の場合にもにらしたものであり、この意味で Lydik S. Jacobsen 教授の功績が高く評価されている方法である。他方、E 関数法は energy 面と作図して energy 関数を使用して行くのでこの名があり、振動系に対する運動 energy の授受の模様が明瞭に観取される方法であつて、わが国の研究者によつて案出された優れた方法の一つとして教えることが出来るであらう。

本節では前3法の中でもまず Meissner の方法について具体的に述べる。それは棚橋教授の御示唆によつて筆者が親しくこれを用い、そしてこの方法の多質系への拡張をも試みにかうである(3.28)

1931 年 Zürich 工科大学の Erich Meissner 博士は一般的定微分方程式を線図形(Liniensbild)を用いて解く方法を発表し、振幅の大きい単振子の問題などを取扱ったが、耐震工学の分野では 1954 年まで、すなわち筆者らがこの方法の非線型過渡振動解析への応用を図るまであまり大して注目されていなかったといつてよい。それは Meissner 博士自身が機械工学者であり、構造材料の hysteresis をもち、その影響を考慮しなければならぬ場合については触れていなかったためであらう。

Meissner の図式解法は原理的には極座標 (p, u) と直交座標 (x, y) とを組合わせて図式的に線型および非線型の定微分方程式を解くもので、方程式の階数は 2 階に限らず、一般的 n 階方程式でも容易に解き得る。すなわち図 3.2.5 図

に示すように直交 x, y 軸の座標表示と

$$p = p(u) \quad (3.2.104)$$

とする。い、換之れば独立変数 u を $LOP = u$ で、

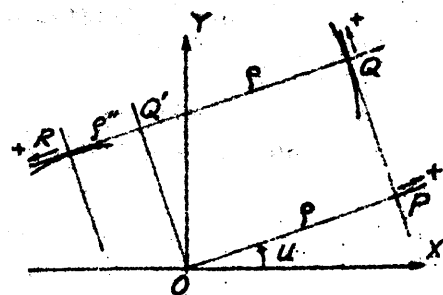
また従属変数 p を $op = p(u)$ で表わす。そして u

は動径 op の OX に一致したときを zero とし、その符

号はた回わり (counterclockwise) を正にとる。 p の

符号は u の正の値に於いて、図 3.2.5 図に示すように

動径 op の矢印の + の側が正であると定める。



第 3.2.5 図

点 P を通り OP に直交する直線の方程式は直交 X, Y 座標では

$$X \cos u + Y \sin u - p(u) = 0 \quad (3.2.105)$$

として表わされる。こゝで u を変化せしめると、それに対してこの(3.2.105)式を満足するような一つの直線群が対応し、そしてこの直線群には一つの包絡線(envelope)が存在する。meissner はこの包絡線と任意の u に対して定められる関数 $p(u)$ の Linienbild (線図形) と名付けた。これは又 3.2.5 図では包絡線 C に対応し、その方程式は(3.2.105)式を u で微分して

$$-X \sin u + Y \cos u - p'(u) = 0 \quad (3.2.106)$$

すなわち

$$X \cos \left(\frac{\pi}{2} + u \right) + Y \sin \left(\frac{\pi}{2} + u \right) - p'(u) = 0 \quad (3.2.107)$$

と求めたとき、(3.2.105)式と(3.2.107)式で u を一つの parameter と見做した場合に相当するから、これら2式から u を消去すれば直交座標に関する包絡線の方程式が求められる。

(3.2.107)式もまた一つの直線を表わす方程式であつて、この直線は Q 点を通り、補助線 $p(u)$ と直交する。すなわち包絡線 C の Q 点における法線である。そこで原点 O からこの直線に下した垂線の足を Q' とすれば $OQ' = p'(u)$ 、したがつて $p(u) = p'(u)$ であることがわかる。全く同様にしてこの法線群の包絡線 C' を考え、これと曲線 C の Q 点における法線との接点を R とすれば $OQ' = p''(u)$ である。この方法を繰返して関数 $p(u)$ の高次の導関数 $p'''(u), p^{(4)}(u), \dots, p^{(n)}(u)$ を図式的に求めることがでる。更に逆の操作を繰返せば関数 $p(u)$ の積分も可能である。以上の作図から曲線 C' (又 3.2.5 図) は C の縮閉線であり、逆に C は C' の伸開線であることがわかるから、結局点 R は曲線 C の曲率の中心に他ならない。ゆえに曲線 C の Q 点における曲率半径と ρ とすれば

$$p''(u) + p(u) = \rho(u) \quad (3.2.108)$$

となり、そして一般に

$$p^{(n+2)}(u) + p^{(n)}(u) = f^{(n)}(u) \quad (3.2.109)$$

なる関係が成立する。上式の各項はいずれも正負の符号ととり得て、第3.2.5図に記入した符号 + の方が各項の正の値に対応する。

この Meissner の方法の原理を振動問題に利用するには (3.2.108)式で

$$u = \omega t, \quad \omega = \sqrt{k/m} \quad (3.2.110)$$

なる変換を行えばよい。すると

$$\left. \begin{aligned} p &= x, & p' &= \dot{x}/\omega \\ p' &= \ddot{x}/\omega^2 = m\ddot{x}/k, & s &= P/k \end{aligned} \right\} \quad (3.2.111)$$

となるから、(3.2.108)式は1自由度系の振動方程式

$$m\ddot{x} + kx = P \quad (3.2.112)$$

となる。こゝに $p'(u) = dp/du$, $\dot{x} = dx/dt$ を表わす。

このようにして Meissner はこの方法を固体摩擦の作用する振動系に初めて利用し、また単振子自由振動の問題も微小振幅と仮定せずに非線型振動方程式より図式的に解を求めて、これの積分値による結果と極めてよく一致することを実証し、一般に非線型振動問題の解析には非常に便利な方法であることを示したのである。

さて地震動を受ける単振子構造物の運動方程式が非線型で

$$m\ddot{x} + f(x, \dot{x}; t) = -m\ddot{x}_g(t) \quad (3.2.113)$$

なる一般型で表示されるものとする。こゝに $m\ddot{x}$ は慣性力、 $f(x, \dot{x}; t)$ は非線型復元力および減衰力、 x は相対振幅、 $x_g(t)$ は地動変位を表わす。いま関数 f を x の一次の項とそれ以外の項とに分け

$$f(x, \dot{x}; t) = kx + \phi(x, \dot{x}; t) \quad (3.2.114)$$

と書き表わせば (3.2.113)式は(3.2.110), (3.2.111)式の変換により

$$p'' + \frac{1}{k} f(p, p') = -\frac{m}{k} \ddot{x}_g\left(\frac{u}{\omega}\right) \quad (3.2.115)$$

となるから、これを

$$\ddot{p} + p = F(u) + P - \Psi(p, p') \quad (3.2.116)$$

ただし

$$F(u) = -\frac{m}{k} \ddot{x}_g\left(\frac{u}{\omega}\right), \quad \Psi(p, p') = \frac{1}{k} f(p, p')$$

と書き換えることとする。 $f(p, 0)$ は静的載荷試験による構造物の荷重-変位曲線に対応し、したがって $\Psi(p) = \Psi(p, 0)$ はこの $f(p, 0)$ を初期勾配が 45° になるように座標軸 (縦軸) の scale を変換して表わした復元力-変位曲線と示すものと考えてよい。

任意の p の値に対応する (3.2.116) 式の右辺の Ψ 2 項と Ψ 3 項は Ψ 3.2.6 図のような作図から求められる。もし減衰がある場合には p および p' が与えら

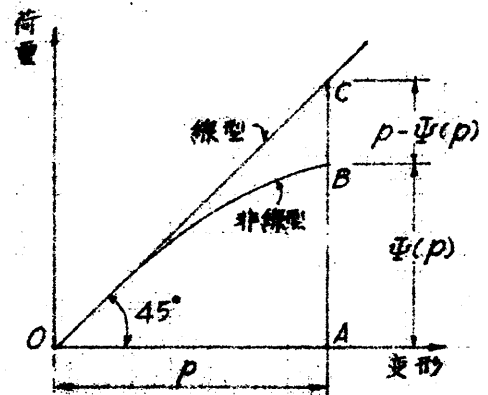


図 3.2.6

れると、 $\Psi(p, 0)$ ならびに速度に因りて減衰力が求められるから、 $\Psi(p, p')$ の値と定め得る。

(3.2.113) 式の初期条件 $x = x_0$, $\dot{x} = \dot{x}_0$ は変換により $p = x_0$, $p' = \dot{x}_0 / \omega$ となるから Ψ 3.2.5 図の X, Y 面上の初期点 (出発点) が決定せられ、同時に補助線 PQ の最初の位置も作図される。そこで最初の step として補助線 PQ に接して包絡線 C を (3.2.116) 式の条件から円弧で u の 1 区間だけ画く。そして円弧の終端に於ける p, p' の値を求めこれらを用いて新しい $\Psi(p, p')$ の値を定め、つぎの step の $F(u)$ を求める。したがって Ψ 2 の step に対応する円弧の中心の位置が決定せられる。このようにして補助線 PQ と C に接触せしめつゝ、正の方向 (counterclockwise) に回転するように作図して行けば、原来から補助線に下した重線 OP が振動系の刻々の変位 p と、また長さ PQ が速度 p' と示すこととなるから、刻々のこれらの値を用いてつぎの step の曲線を書いて行けば、振動方程式 (3.2.113) の非定常解は完全に得られたことになる。

この方法は結局、非線型微分方程式とその独立変数の多くの微小等区間に区切ることにより、各区間において近似的に線型の方程式に置換するという考え方に基づくもので、直交座標と極座標とを巧妙に組合わせ、さらに縮円線、伸円線の性質と十分に利用したものといえる。

step-by-step の近似演算を行なうことは非線型微分方程式の他の解法にも共通して見られるが、独立変数 u の 1 区間幅は非線型復元力の場合にあまり大きくとると解の精度が低下するのは当然である。また u をあまり小さな角度に取つてもかえつて作図上の誤差が入る恐れがある。Meissner は u の 1 区間幅としては $7.5^\circ \sim 10^\circ$ 位の角を採るのが最も精度が良いと述べている。

この方法によつて振動方程式の解と求める際部合の長い外力の形は衝撃力として速度の変化としらるものと、定値の速度を与える場合との二つある。速度の変化を与える時は、その時刻において初期条件として速度と変化せしめればよく、これは作図面上の原点 O と新しい移動させることによつて容易に作図し得るのである。その場合(3.2.116)式中の $F(u)$ は zero であつて、形式的には自由振動と見做して解析される。

また定値の速度を採用するときは、線型復元力の場合には包絡線 C が定半径の内弧で表現され、作図は著しく簡便になる。また非線型復元力の場合でも各 step ごとに $\pm(p, p')$ の値の増減のみと問題にすればよく、操作は簡単である。

3.2.6 Phase-plane-delta method と修正 delta 法

微分方程式の解と図式的に見出す方法は現在までにいろいろと考えられてきている。それらは本質的にはつぎに示す型の 1 階微分方程式と解くことに帰着しよう(註)。すなわち

$$\frac{dx}{dv} = \text{func.}(x, v) \quad (3.2.117)$$

ここに $\text{func.}(x, v)$ は自変数と v , $x(u)$ と従変数とする 1 個の関数で、 v か x によつて微分可能であり、かつその導関数が有限であると仮定されたとき、 $x-v$ 平面上で $\text{func.}(x, v) \neq \text{const.}$ として定義される曲線群を描くことができる。そしてその曲線群は同一傾斜をもつ (3.2.117) 式の積分曲線上の点と順次結んだものとして得られるのであつ

註) 1 自由度系の運動方程式中の慣性項は変位の時間に関する 2 階の導関数 d^2x/dt^2 と含み、しかもこれは $dx/dt = v$ とおくことにより $d^2x/dt^2 = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{dx}{dt} \cdot \frac{1}{dx} \left(\frac{dx}{dt} \right) = v \frac{dv}{dx}$ なる 1 階の導関数の形に変形され得るからである。

て、(3.2.117) 式の解は各等傾斜線とそれぞれの等傾斜線に属している傾斜をもつて切斷する曲線群をもつて得られる。たゞし、上の註で行なつた考察によつて明らかなように(3.2.117) は独立変数たる時間 t と explicit に含まないから、解は直ちに時間 t との対応はつけられないが、この方法は等傾斜線法 (isocline method) と称せられる周知の方法で $f(x, v)$ が x と v の 1 価連続関数である限り step-by-step に解を求めて行くことができる。しかし、 $f(x, v)$ が特異点を有する場合にはその特異点の近傍で特別な取扱ひと必要とする (3.03)。

われわれの対象とする構造物非線型振動を記述する基礎運動方程式は一般に 2 階の微分方程式であるから、いま x を振動の振幅、 v を速度 \dot{x} と考えるならばこの運動方程式と

$$\frac{dx}{dv} = \frac{v}{f(x, v)} \quad \text{or} \quad \frac{dv}{dx} = \frac{f(x, v)}{v} \quad (3.2.118)$$

のような 1 階の微分方程式に帰着せしめることもできる。したがつて上述の等傾斜線法はこの場合にも適用されるし、 $x-v$ 平面は位相平面と呼ばれ、そしてこの平面上に得られる解曲線は phase trajectory に該当する。そこでわれわれは

$$\Delta x = \bar{x} \Delta t \quad (3.2.119)$$

なる関係を用いて (3.2.118) 式を step-by-step に解いて行くことができる。たゞし Δx は時間 t の増分 Δt の間の x の増分であり、 \bar{x} は Δt 時間における x の平均値を示す。こうした手法を図式的に始めて具体化したのが J. Lamoen であり、それを非線型問題として取扱つたのは A. Lienard であつて、L. S. Jacobsen 教授はこれらを一般化したものといふことができる。

A) Phase-plane-delta method (δ法)

Phase plane (位相面) 上に phase trajectory (位相解曲線) を描いて振動の定性的性質と調べる方法に topological method (位相幾何学的方法) があり、諸種の非線型振動問題に應用されて、その威力を發揮している。いま δ法の説明に先立つてごく簡単な線型振動系につきその大要を述べる、すなわち 1 自由度線型系の自由振動方程式は

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (3.2.120)$$

と仮定し、上式にて

$$v = \dot{x}/p, \quad p^2 = k/m \quad (3.2.121)$$

とかけば (3.2.120) 式は $\ddot{x} = p(dv/dt) = p^2 v (dv/dx)$ なる関係から

$$\frac{dx}{dv} = -\frac{v}{x} \quad (3.2.122)$$

と書くことができる。上式を積分すれば明らかに

$$x^2 + v^2 = C^2 \quad (3.2.123)$$

となり、 C^2 は積分定数である。(3.2.123) 式は x を縦軸に、 v を横軸に選んだ平面すなわち位相面にては図 3.2.7 図のごとく示される。この位相平面上で原点を中心にもち C を parameter とする円群 (これを位相解曲線と呼ぶ) が (3.2.120) 式の解であり、また普通は $v = \dot{x}$ とするので

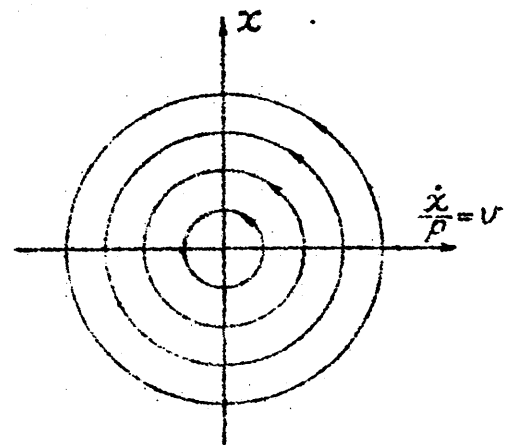


図 3.2.7

(3.2.123) 式の円群はその場合には構同群で示される。このような位相解曲線と、orthodox な解

群で求められる解とは前者が $x-v$ 平面上で、また後者が $x-t$ 平面にて表わされるという相違がある。そこで位相面上の解曲線がわれわれの親しき易い形に画かれるためには位相面自体が $x-t$ 平面に写像されることが望ましく、この写像の方法がつぎに述べる delta 法によって必然的に明らかにされるのである。一般に非線型の復元力はいも減衰力ともし系に外力が働く場合においては delta 法は有力な解法の一つといえるであろう。

(3.2.113) 式に (3.2.121) 式を用いて、われわれは

$$\ddot{x} + p^2[x + \delta] = 0 \quad (3.2.124)$$

なる式の表示を得るが、ここで δ は

$$\delta = \left(\frac{1}{k}\right)[f(x, \dot{x}; t) - kx] + \ddot{x}_0/p^2 \quad (3.2.125)$$

である。(3.2.124)式は直ちに

$$\frac{dx}{dv} = -\frac{v}{(x+\delta)} \quad (3.2.125)$$

となる。ここで時刻 $t = t_i$ における初期条件 $x = x_i$, $v = v_i$ から出発して、時間 t の微小区間 $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$ なる間は δ の値の変化は無く、 $\delta = \delta_i = \text{const.}$ とすれば(3.2.125)式より

$$(x + \delta_i)^2 + v^2 = s_i^2 = \text{const.} \quad (3.2.127)$$

となる。これは図3.2.8図で示される2点 (v_i, x_i) , (v_{i+1}, x_{i+1}) と結ぶ円弧の方程式となる。ただし

$$\delta_i = [\delta(x, \dot{x}, x_0)]_i = \frac{1}{\Delta t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \delta dt \quad (3.2.128)$$

である。(3.2.127)式は Δt_i なる時間区間 (time interval) にのみ成立し、位相面上における解曲線は円弧 Δs_i として描かれる。図3.2.8図で明らかのように

$$\Delta s_i / s_i = \Delta x_i / v_i \quad \text{および} \quad s \Delta \theta_i = \Delta s_i \quad (3.2.129)$$

であるから

$$\Delta \theta_i = (\Delta x_i / v_i) = \Delta x_i p (\Delta t_i / \Delta x_i) = p \Delta t_i$$

すなわち

$$\theta_{i+1} - \theta_i = p (t_{i+1} - t_i) \quad (3.2.130)$$

であることも容易に示される。

このようにして位相面上の角変位 θ と時間 t との間には p を parameter とする簡単な線型関係が存在することが知られるので、求めんとする構造物の振動の全過程と δ の性

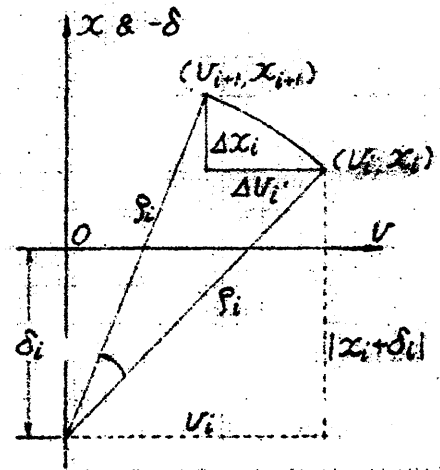


図3.2.8 図

状に応じて適当な時間間隔 Δt_i すなわち $\Delta \theta_i$ にて細分割することにより位相面上の解曲線が描かれそしてそれは直ちに $x \sim t$ 平面上に振動曲線として写像される。いまその一例が図3.2.9図に示される。この図は(3.2.124)式に含まれる δ として、架構の復元力が部材材料の降伏せる後は完全塑性を示すものと仮定して、その値を定め、また構造物に地震を

第 3.2.9 圖

Jacobsen 教授の方法に対する疑問と筆者の修正法

(1) 2階の微分方程式は phase-plane 上では一般に

$$\frac{\partial Z}{\partial V} = - \frac{V}{(x+s)} \quad (3.2.13)$$

$$\delta_i = \frac{1}{\Delta t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \delta(t) dt \quad (3.2.132)$$

から求められるべきものである。これが step-by-step 演算における真の意味での δ の平均値であり、また δ の平均値 δ_i と求める際の誤差は直ちに解の誤差に影響するから非常に重大である。

ところが Jacobsen 教授の論文 (3.27) 中に示された作図法によれば δ の平均値 δ_i は

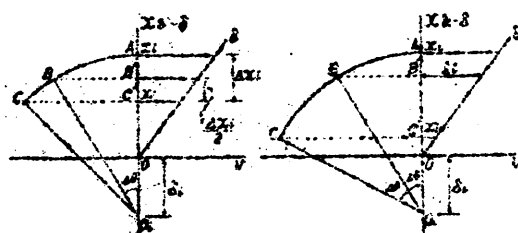
$$\delta_i = \frac{1}{\Delta x_i} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \delta(x) dx \quad (3.2.138)$$

で与えられ、そして phase trajectory は才 3.2.10 図に示すように

$$AB' = B'C' = \Delta x_i / 2 \quad (3.2.139)$$

として δ_i と求めて近似的に作図するようになっている。しかしこの近似化の仕方は厳密には正しくない。それは δ が

$$\delta = \frac{1}{k} [f(x) - kx] \quad (3.2.135)$$



第 3.2.10 図

第 3.2.11 図

なる形で表わされる場合には $f(x)$ がたとえ x に比例すると仮定しても $\delta(t)$ は時間 t 、すなわち phase plane における角 θ に比例せず、むしろ正弦関数に近い形になるからである。けれども、 $\delta(t)$ の真の平均値を図式的に求めることは至極困難であるから、われわれはつぎのような作図法を採用する方がより合理的と考える。

いま才 3.2.11 図の A 点から作図を始めるものとする。最初の間弧の中心 O_i は δ 軸と原点より δ_i だけ下にあるから、これを中心として円弧と出し、円弧の終点 C は

$$\angle AO_i B = \angle BO_i C \quad (3.2.136)$$

なる関係から定められる。したがってこの場合は $AB' + B'C'$ であり、phase-plane 上に反時計廻りに回転して互いに角の変化は時間の正の向きの変化に比例するから、このようにして定められた δ_i は (3.2.132) 式の持つ意味により忠実に即應するものと思われる。

もちろん実際の作図で $\angle AO_i C$ と小さく採る場合は Jacobsen の方法による phase trajectory と筆者の方法によるものは一致するが、Delta 法は本来、比較的大きな角度の step を採

つて作図しても誤差があまり大さくならないところに特色があるのであつて、角度を大きく採る場合に Jacobsen の方法による解はわれわれの方法に比して精度が著しく低下することはその本来の特色に反するものと思われる。ゆえに少くとも筆者らの方法による方が方程式(3.2.132)により忠実であり、また厳正解により近い解が得られるものと結論せられよう。

このことを証明するためにわれわれは Jacobsen 教授が解析した算例——すなわち大振幅で振動する単振子の自由振動の問題——を筆者らの方法によつて追試した。その結果は表 3.1 表ならびに表 3.2.12 図に示されるが、これより明らかのごとくわれわれの方法によれば step の数が少なく、しかも著しく精度の良い解が得られたのである。

表 3.1 表

	Step 数	$\Delta \theta$ の値	$\sqrt{g/L}$	誤差	※
Jacobsen の解曲線	30	219.4°	0.410	+5.7%	
彼の論文による値					
筆者の追試結果	30	225.7°	0.399	+3.1%	(a)
筆者の修正 delta 法を用いた解曲線	11	231.3°	0.389	+0.5%	(b)
表 1 種指円積分の表 ^{*)} による精算値			0.3875		

※) 表 3.2.12 図中の曲線の符号

**) Eugene Jakucke and Fritz Emde, "Tables of Functions with Formulae and Curves," Fourth Edition. Dover Publications, New York, N.Y.

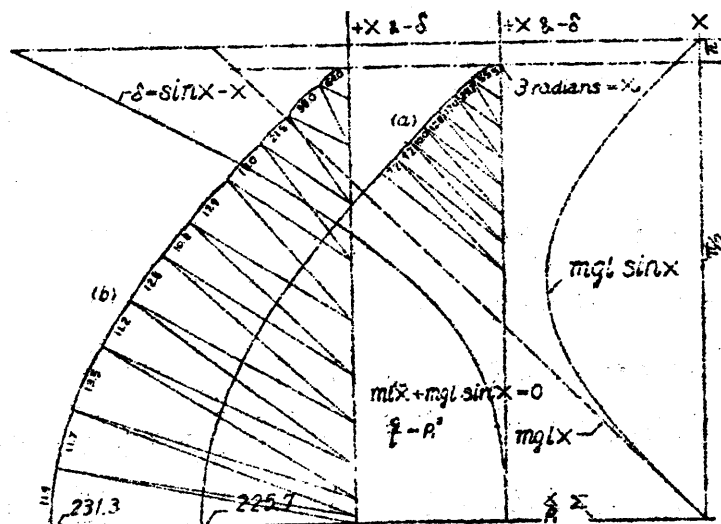
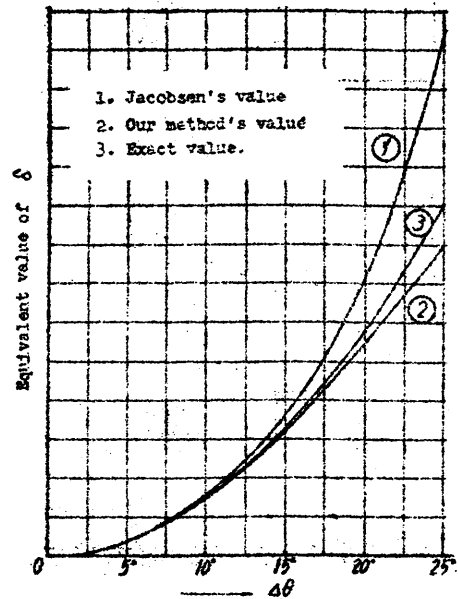


表 3.2.12 図

最後に第 3・2・13 図は $\delta(t)$ 式の中の $f(x)$ が x に比例し、したがって $\delta(t)$ が時間的には正弦関数として変化する場合について Jacobsen の方法と筆者の方法とによる δ の値とその厳正值と比較したものである。

以上により筆者の修正 delta 法が構造物の変位の時間的挙動を問題とする場合の phase-plane-delta method の原理に則したものであることを明らかにしたが、直接 L. S. Jacobsen 教授との文通により (Dec. 6, 1954) 筆者の修正法が同教授の支持を得たことを附言するが、さらに 1958 年に出版された、同教授と R. S. Ayre 教授の共著書 "Engineering Vibrations with Applications to Structures and machinery" 中で、この問題に対して Jacobsen 教授はつぎのように述べている。



第 3・2・13 図

“ δ の x に関する平均値を用いる代わりに時間に関する δ の平均値を用いると、時間の誤差を著しく小さくし得ることに注意せねばならない。しかもこのように条件と時間について改良した結果は x/p の値についての誤差を伴うことになる。…… (中略) …… 抑えて、たとえば非線型系の固有周期を求める場合のように時間が問題の主な対象とされるとには δ を時間に関して平均する規準の方が、 δ を x や x/p に関して平均するよりもはるかに勝っていると考えられることが多い。”

3.2.7 E 関数法

1951 年にわが国で津村氏らによつて「E-関数法」という図式解法が考案された (3・08)。この方法は機械振動などの解析と目的としてに、振動系の復元力 $g(x)$ の形と常に一定と仮定する場合の定常および非定常の非線型振動問題には有力な解法であることは証明せられていたけれども、履歴性質を有する振動系については何の解決法も明示されていなかった。われわれはこの方法に対しても以下に述べるような操作を行えば履歴性質のある / 重畳系の解

析には十分使用し得る有力な手段となることを示し得るのである。

1 質点系の運動方程式はつぎのように書くこともできる。

$$\ddot{x} + f(x, \dot{x}) + g(x) = p(t) \quad (3.2.137)$$

この式において振動系のもつ荷重-変位曲線に対応する力 $g(x)$ に着目し

$$Q(x) = \int_0^x g(x) dx \quad (3.2.138)$$

で定義される関数 $Q(x)$ を考えると、これは釣合位置(原点)から x だけ変位した振動のもつ potential energy を示し、また $(1/2)\dot{x}^2$ は振動系のもつ kinetic energy を表わすから、振動系のもつ total energy は

$$E = (1/2)\dot{x}^2 + Q(x) \quad (3.2.139)$$

である。この式を x について微分すれば

$$E' = \frac{dE}{dx} = (d/dx) \{ (1/2)\dot{x}^2 + Q(x) \} = \ddot{x} + g(x) \quad (3.2.140)$$

となるから (3.2.137) 式を満足するためにには

$$E' = dE/dx = p(t) - f(x, \dot{x}) \quad (3.2.141)$$

とならなければならぬ。換言すれば (3.2.137) 式で表わされるような非保存力系において振動の各位置での total energy E の x に関する微係数 E' が (3.2.141) 式によって決定せられるから、初期条件が与えられれば、それに対する E' 曲線が求められる。そして (3.2.137) 式すなわち (3.2.141) 式を満足する x の々の関数 (3.2.139) を E -曲線と名づけることにする。

実際に E -関数法によつて振動解を求めるにはまずつぎのような energy 面 (E -面) を作つておく。すなわち、横軸に x 、縦軸に E の値を plot するのであるが、この場合振動系の速度 \dot{x} を parameter として (3.2.139) 式で表わされる曲線群を書く。いま $x=0$ のときは

$$E = Q(x) \quad (3.2.142)$$

となるので、これを potential 曲線 (P-曲線) と名付け $x=n$ のときは

$$E = (\frac{1}{2})n^2 + Q(x) \quad (n=1, 2, \dots) \quad (3.2.143)$$

となるのでこれを等速度曲線と名付ける。

振動系の復元力に履歴性質がない場合には復元力 $g(x)$ が与えられるとそれに対応する potential 曲線は直ちに作図し得て、しかもその曲線は振動の全過程に涉つてその形状を変えることはない。(したがつてこの場合は一旦 E-曲面と作つておくと、その後は

$$E' = p(t) = f(x, \dot{x}) \quad (3.2.144)$$

として、この等速度曲線群との交点を作図して行けばよい。振動系の復元力特性に履歴のある場合には関数 $g(x)$ の形の振動の各 half cycle ごとに变化するから、E-曲面は各 half cycle ごとに対応させて書く必要がある。復元力関数 $g(x)$ の形の变化の仕方にはしかし通常、若干の規則性が存在するから、その規則性を確かめ、そしてその通りに作図して行けば履歴性の復元力特性をもつ振動系について E-関数法を拡張して用いることができる。(したがつてその場合の法則と確立することが E-関数法と実際に拡張することにもなるであろう。

一般に復元力関数 $g(x)$ は振動系の速度 \dot{x} が zero にならなければその形と急激に変えるものではない。い、換之れば、復元力特性はその新增載荷降の曲線と除荷重時の曲線とは相異なる経路を辿り、一つの分枝(載荷時曲線)からつぎの分枝(降荷時曲線)よりつぎの分枝(押返し又 2 半 cycle 除載荷時)へと転移する場合は常に $\dot{x}=0$ なる瞬間において行なわれる。(したがつていま、振動中の任意の cycle における復元力関数を $g(x)$ あるいは $\bar{g}(x)$ なる形で表示されるものとする。そして簡単にために、 $g(x)$ 、あるいは $\bar{g}(x)$ は完全弾塑性性質と具える場合を例にとつて話を進めよう。この場合の $g(x)$ に対応する potential 曲線は 3.2.14 図 (A) の I なる曲線と表わされるが、振動の解析には最初 I に $(\frac{1}{2})n^2$ を加えた曲線群が用いられる。静止より急激に振動系の変位 x が増大し復元力が塑性域に入ると曲線群(I)に関する E-関数法の作図は振動系の速度が zero となるまで、すなわち

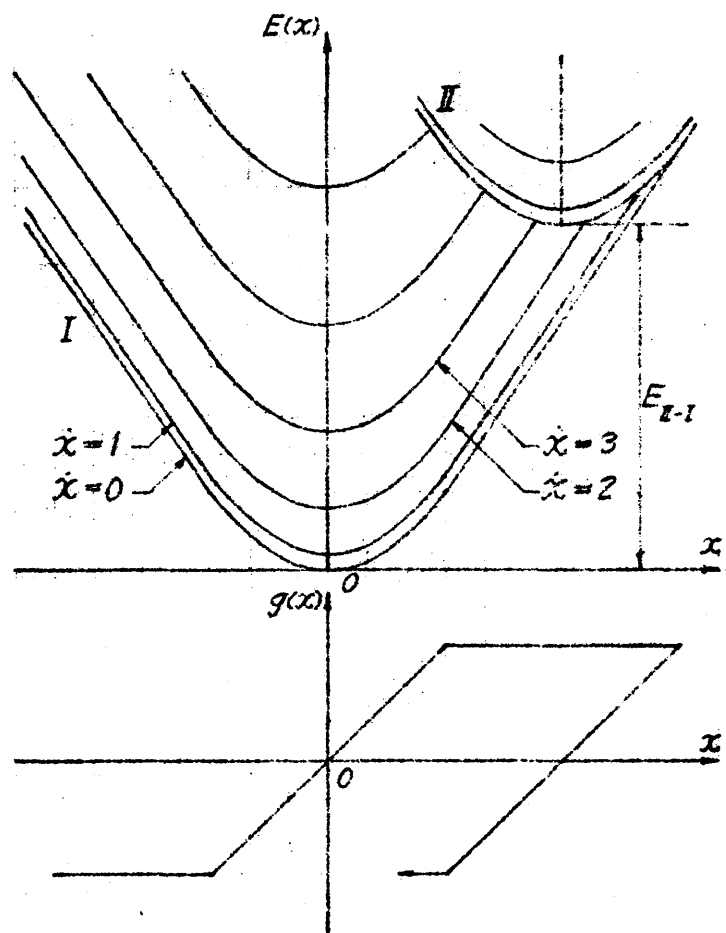
$$E' = p(t) = f(x, \dot{x}) \quad (3.2.145)$$

て定義される曲線が I 曲線 ($x=0$) と交わるまで続けられるが、振動系の速度が zero となったとき復元力特性が $g(x)$ から $\bar{g}(x)$ に代わるから $\dot{x}=0$ に対応する変位 $x=x_1$ において I 曲線に接する

ような $\bar{g}(x)$ の x に関する積分曲線群 [II] を作図することが必要である。

この作図は $x=x_1$ の位置が定まれば $\bar{g}(x)$ の形を手えることによつて容易になされる。そしてそれ以後の振動解は potential 曲線 II に $(\frac{1}{2})v^2$ を加えてできる曲線群 [II] について行なわれる。

Potential 曲線 I および II の各最小値の差 E_{I-II} は振動系の非線型特性が $g(x)$ から $\bar{g}(x)$ に移り変わることによつて、すなわち履歴特性によつて振動系から吸収された energy 量を表わすものである。



第 3.2.14 図

振動の半 cycle ごとに復元力

特性が変化する際は $v=0$ となる点において potential 曲線を新しく画きながら作図と続ける。その場合の作図法は履歴のない場合と同様にして行なわれる。

本章では 1 自由度系の非線型過渡振動問題に対して現在までに提示せられた幾つかの重要な解析法を挙げ、これら各方法の性格について論じてきたが、こゝに挙げた諸解法は大半が step-by-step 演算によつて近似解と求まるものであるから、問題はこれらの方法によつて得られる解の精度と所要の労力ないし時間の工費に集中されるであらう。そして各解法の比較については次章で詳しく論じたいと思うので、こゝでは単に各解析法の紹介に留める。

第3章 多質点系の地震応答解析法

3.3.1 1自由度系を対象とする解析法の拡張

構造物の規模が大となり形状が複雑となるに反して、その地震応答の解析は当然構造物を自由度の多い振動系に抽象して行はねばならなくなるが、前章で述べた地震応答解析法はいずれも1自由度非線型振動系を対象としたものであつて、これは多質点系に対してそのまま適用し得るものではない。したがつて、近年、電子計算機の発達によつて、step-by-step numerical integrationが多自由度系について容易に行はわれ、あるいは模擬演算が実用的に可能となるまでは、非線型復元力をもつ多自由度振動系の地震による過渡振動 response と解析的に求めることは実際には殆んど不可能と見做されていたのである。そこで Stanford 大学では L. S. Jacobsen 教授の考案による dry friction brake とはねを備えた高層建築物の機械的 model によつて地震や衝撃波両重に対する応答と実験的に解明せんとする試みも見られ、(3.31), (3.32), (3.33), そして抽象化された過渡的な外的 disturbance による構造物の挙動、あるいは崩壊の現象が定性的に論じられたのであつた。けれども、一般に機械的 model によつて実際の現象の定量的な解析と企てるには、模型縮尺による相似律の問題、材料の問題、あるいは固定度の問題など、現実の構造物の挙動と、模型実験における response とを対応づける考察が著しく困難であつて、このことが構造物の model による地震応答 analysis をそれ以上発展せしめなかつた一因といえるであらう。

したがつて、1950 年代の後半までは、 n 個の自由度をもつ非線型復元力振動系の非定常問題は企てられてはいなかつたのである。

ともあれ、2層、3層…… n 層の建物の挙動は1質点系の解析結果とは当然異なり、質点の数が増せば建物の挙動に1質点系の解析では見られなかつた現象が見出されるであらうこと、そしてそれが建築物の耐震設計上極めて重要な解析結果を示すであらうことは夙に予測されていたし、そしてその解析結果の重要性如何はその解析が試みられた後ではなければ知る由もないといえるが、これらの要に鑑みて筆者は1954年に当時知られていた phase-plane - delta method と Meissner の方法とを非線型多自由度系を取扱い得るよう拡張することを企てたのである。説明の簡単のため、以下では最も簡単な2自由度系について述べるが、その方法は原理的にはそれ以上の多自由度系についても全く同様に適用することが出来るものである。

(A) Meissner の方法の多自由度系への拡張

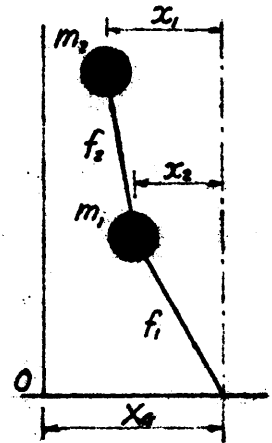
一般に \$n\$ 系の運動は \$n\$ 個の質点 \$m_1, m_2, \dots, m_n\$ と有する振動系に抽象して解析されるものとして、

いま、図 3.3.1 のような 2 自由度系について復元力 \$f_1, f_2\$ がともに塑性領域に
至れば非線型になる場合と考える。地動変位を \$X_g(t)\$ とすれば、各質点についての運動方程式

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + f_1(x_1) - f_2(x_2 - x_1) = -m_1 \ddot{X}_g & (3.3.1) \\ m_2 \ddot{x}_2 + f_2(x_2 - x_1) = -m_2 \ddot{X}_g & (3.3.2) \end{cases}$$

にて表わされる。こゝに \$m_1, m_2\$ は各質点の質量と、\$x_1, x_2\$ はそれら質点の運動座標系における変位である。上式を変形すれば

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + f_1(x_1) = -m_1 \ddot{X}_g - m_2 (\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) & (3.3.3) \\ m_2 (\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1) + f_2(x_2 - x_1) = -m_2 \ddot{X}_g - m_1 \ddot{x}_1 & (3.3.4) \end{cases}$$



第 3.3.1 図

と仮定から、しにがつて復元力曲線 \$f_1, f_2\$ いずれかの初期勾配と \$k\$ とすると

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + k x_1 = k x_1 - f_1(x_1) - (m_1 + m_2) \ddot{X}_g - m_2 [(\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1) + \ddot{x}_1] & (3.3.5) \\ m_2 (\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1) + k (x_2 - x_1) = k (x_2 - x_1) - f_2(x_2 - x_1) - m_2 \ddot{X}_g - m_1 \ddot{x}_1 & (3.3.6) \end{cases}$$

が得られる。こゝで

$$\begin{cases} u_1 = \omega_1 t, & \omega_1 = \sqrt{k/m_1}, & x_1 = p_1 & (3.3.7) \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_2 = \omega_2 t, & \omega_2 = \sqrt{k/m_2}, & x_2 - x_1 = p_2 & (3.3.8) \end{cases}$$

なる変換と施せばつぎの 2 式を得る。

$$\begin{cases} \dot{p}_1 + p_1 = \left\{ p_1 - \frac{1}{k} f_1(p_1) \right\} - \left(\frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right) \ddot{X}_g - \left(\ddot{p}_2 + \ddot{p}_1 \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} \right) & (3.3.9) \\ \dot{p}_2 + p_2 = \left\{ p_2 - \frac{1}{k} f_2(p_2) \right\} - \frac{\ddot{X}_g}{\omega_2^2} + \ddot{p}_1 \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} & (3.3.10) \end{cases}$$

これが運動微分方程式と Meissner の方法の基本形に変換したものである。

多質量系の過渡振動と問題にする場合に初期条件としては、地動加速度が作用した瞬間、それまで静止していた振動系の最上端の質点是最初の微小時間間隔は絶対座標系に対して静止しているものと考え、それは運動座標系に対しては最上端の質点の変位と、地動変位の絶対

値が相等しいことになるから、いまの場合

$$[-\ddot{X}_G = \ddot{x}_2]_{t=0}$$

である。

ゆえに、時刻 $t=0$ から地動が即ち始まりとて

$$[-\ddot{X}_G = \ddot{x}_2 = \dot{p}_1 \omega_1^2 + \dot{p}_2 \omega_2^2]_{t=0}$$

と与えらる。(3.3.9) 式は

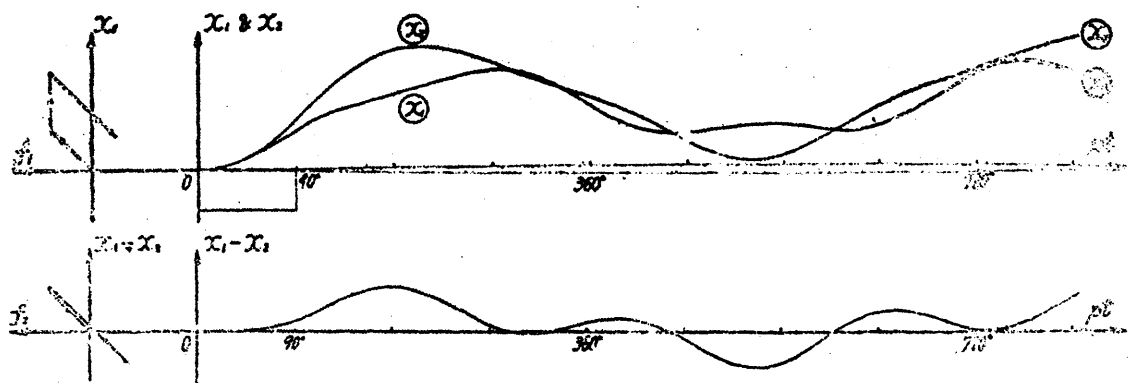
$$\dot{p}_1 + p_1 = \left\{ p_1 - \frac{1}{\omega_1} f_1(p_1) \right\} - \ddot{X}_G / \omega_1^2 \quad (3.3.11)$$

となって、これを最初の微小時間 ($0 \sim \Delta t$) に関して Meissner の方法によつて作図すれば

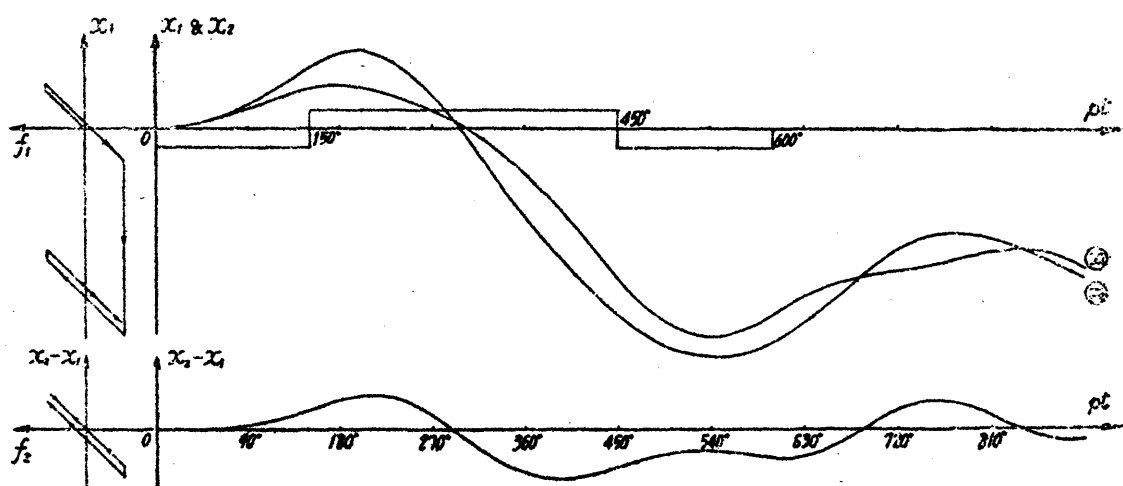
この区間に對應した軌跡 (trajectory あるいは Linienbild) が出される。これが 1st step の作図である。ところが、Meissner 法ではその軌跡の終端、すなわち時刻 $t = \Delta t$ における変位 p_1 が求まると同時に、それまでの区間 ($0 \sim \Delta t$) の間の質点の持つ加速度 \dot{p}_1 が直ちに求められるから、その値を (3.3.10) 式に代入すると (3.3.10) 式の右辺の値はすべて既知となり、Meissner 法の作図によつて、同じ 1st step 間の変位 p_2 とそれに対応する加速度 \dot{p}_2 が求められる。

この 1st step の終り、すなわち時刻 $t = \Delta t$ における $p_1, p_2, \dot{p}_1, \dot{p}_2$ はかくして、すべて求められたから、それらの値を (3.3.9), (3.3.10) の両式に代入して、2nd step, 3rd step, ... の作図が可能となる。このようにして (3.3.9), (3.3.10) 式を交互に解き、逐次 p_1, p_2 なる変位を求め (同様にその trajectory から速度 \dot{p}_1, \dot{p}_2 も求められる) で行くのであるから、結局二つの作図面 [$p_1 \sim \omega_1 t$ 面と $p_2 \sim \omega_2 t$ 面] が当然必要となり、一般に n 質点系では n 個の作図面を必要とすることは容易に理解される。

いまこの方法を用いて $m_1 = m_2 = m$, $f_1 = f_2 = f$ なる簡単な 2 質点系に一定加速度をもつ衝撃力が作用する場合 (オ 3.3.2 図) およびこの 2 質点系が微小振幅で振動するとする固有振動周期に同調する地震波と定値加速度波 (acceleration doublet $\ddot{X}_G = \frac{\ddot{D}}{\tau_2} - \frac{\ddot{D}}{\tau_2} (T/2)$ なる表示法で示される) を 1 cycle 与えた場合 (オ 3.3.3 図) の解を求めた。



第 3.3.2 図



第 3.3.3 図

その結果は静止せる 2 層建物に地動が与えられた場合、地動の加わつに直後は建物の変形はまず 1 層につきまじ、2 層の相対変位はあまり著しくなく、そして 2 層の相対変位が成長するまでにはかなりの時間を要するのである。第 3.3.2 図を観察すればそれは地震の衝撃が伝播し反射する様様と物語っているようである。すなわち地盤から傳えられた衝撃波動はまず 1 層に伝播し、上層に及び、そして最上層で全反射して下降する。地盤が完全剛ならば波動は建物の底面で再び反射するが、地盤が弾性体であれば下降して 2 層に波動は一部地下に消散し、残りは反射されて再び建物内を上昇する。上昇する波と下降する波とは互いに干渉してその間に建物の復元力の非線型性、すなわち構造材料の内部摩擦と、部材の局部的な塑性降伏とによって衝撃波動の energy 吸収が見られる。

2 層、3 層と建物階数が増しても架構の変形は一般にその最下層で最も大きく、したがってまた最下層で著しい非線型性が見られるのである。そして建物頂部の振動形態は第 3.3.2

図 3.3.3 の両方からわかるように 1 質点系の挙動に著しく近似しているのである。このことは質点の数がさらに多い場合についてもいえることであろうし、したがって大局的立場から、たとえば建築物の各階相対変形の大小などと問題にせず、建物の振動変位、あるいは最大変形量のみと問題とするならば、1 質点系についての解析も一般建築物を対象とした非線型振動現象と十分に把握することができる。以下の章の記述が、建物としての普遍性を何ら失なうことなく主張し得るのである。

(B) Phase-plane - delta method の多自由度系への拡張

多質点系の運動微分方程式と一般的な形に記述して phase-plane - delta method を適用する厳密な取扱いを述べる前に、こゝでは meissner 法の拡張の際に引用した 2 質点系について考える。(3.3.1), (3.3.2) 式をそれぞれ書き換えて

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + p_1^2 [x_1 + \delta_1] = 0 & (3.3.12) \\ (\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1) + p_2^2 [(x_2 - x_1) + \delta_2] = 0 & (3.3.13) \end{cases}$$

とする。こゝに

$$\delta_1 = (1/k) [f_1(x_1) - kx_1] + \ddot{x}_1/p_1^2 + m_2(\ddot{x}_2 + \ddot{x}_1)/k \quad (3.3.14)$$

$$\delta_2 = (1/k) [f_2(x_2 - x_1) - k(x_2 - x_1)] + (\ddot{x}_2 + \ddot{x}_1)/p_2^2 \quad (3.3.15)$$

$$p_1^2 = k/m_1, \quad p_2^2 = k/m_2 \quad (3.3.16)$$

である。簡単のために $m = m_1 = m_2$ とすれば $p^2 = p_1^2 = p_2^2 = k/m$ となり、したがって

(3.3.12), (3.3.13) 式は

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + p^2 [x_1 + \delta_1] = 0 & (3.3.17) \\ (\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1) + p^2 [(x_2 - x_1) + \delta_2] = 0 & (3.3.18) \end{cases}$$

となり、また

$$\delta_1 = (1/k) [f_1(x_1) - kx_1] + 2\ddot{x}_1/p^2 + \ddot{x}_2/p^2 \quad (3.3.19)$$

$$\delta_2 = (1/k) [f_2(x_2 - x_1) - k(x_2 - x_1)] + \ddot{x}_2/p^2 + \ddot{x}_1/p^2 \quad (3.3.20)$$

と簡単化される。

これらの連立微分方程式を解くためには二つの位相面 $[x_1 \sim \ddot{x}_1/p \text{ および } (x_2 - x_1) \sim (\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1)/p \text{ 面}]$ が必要であつて、時間区間 Δt を小さくとり、 δ_1 と δ_2 との相互作用によつて二つの位相曲線が連成操作されなければならない。このため結果的には1質点系の場合のように Δt と振動系の振動の状態に則応して大きく採る操作はできなくなるので phase-plane-delta method の一つ特色がかなり損なわれるのは止むを得ない。解を求める手順は Meissner 法と近似してくるが、この場合には Δt の区間幅が Meissner 法のように一定値に規定されないだけに却つて複雑になる場合が多い。

静止せる系に地動変位 $x(t)$ が作用し始める初期条件としては前と同様

$$[-x - x_2]_{t=0} \quad (3.3.21)$$

が与えられるから、連成操作と δ について順次記述すれば

$$\delta_n = (1/k) [f_1(x_1) - kx_1] + \ddot{x}_g/p^2 \quad (1st \text{ step})$$

そして (3.3.17) 式より $(\ddot{x}_1/p^2) = -[x_1 + \delta_1]$ であるから

$$\begin{aligned} \delta_1 &= (1/k) [f_2(x_2 - x_1) - k(x_2 - x_1)] \\ &\quad + \ddot{x}_g/p^2 - [x_1 + \delta_1]_{1st \text{ step}} \end{aligned} \quad (1st \text{ step})$$

そして一般に

$$\begin{aligned} \delta_{1n} &= (1/k) [f_1(x_1) - kx_1]_{n \text{th step}} + 2 \ddot{x}_g/p^2 \\ &\quad - [(x_1 + \delta_1)_{(n+1) \text{th step}} + \{(x_2 - x_1) + \delta_2\}_{(n+1) \text{th step}}] \quad (n \text{th step}) \\ \delta_{2n} &= (1/k) [f_2(x_2 - x_1) - k(x_2 - x_1)]_{n \text{th step}} + \ddot{x}_g/p^2 \\ &\quad - [x_1 + \delta_1]_{n \text{th step}} \quad (n \text{th step}) \end{aligned}$$

このような連成操作と順次繰返すことによつて、振動系の振幅 x_1 および $(x_2 - x_1)$ の位相曲線を求めることができる。前に述べたように、その手順は性質的に Meissner の方法

の拡張の場合と殆んど同様となり、したがって当然のことながら、これら両法によつて同じ結果が得られた。振動系の自由度が増せば逐次連成の操作の数が増えるので、作図の煩雑さは免かれ難いが、多くの自由度をもつ振動系の解析を行なうことの可否は本質的には建築構造物と多質点振動系に抽象すべきか、あるいは連続体に抽象すべきかの問題に関連し、後述するように非線型領域における構造物の挙動、すなわち地震応答 response spectrum を図式解法によつて追求する場合には、1質点あるいはせいぜい2質点の取扱いで充分現象の概要を把握し得るものと思われる。

このように step-by-step の図式解法を多自由度系に拡張応用することは、構造物の振れ振動の問題に対しても有用であり、その場合の詳細は次章論においてなされている。

3.3.2 各種解法の比較と Analog computer による方法の概説

非線型復元力特性をもつ構造物の地震応答を求めるために本編でいままで述べてきた諸種の解法の根本原理は数値的あるいは図式的手法と向わず step-by-step 演算に貫かれていることである。そしてこの step-by-step 演算は電子管式 digital computer の発達によつて従来計算者が人力で行なつてきた数値計算が computer の助けを借りて行なわれるようになつても依然保たれる原理なのである。そして、ある時点の step の解がそのつぎの時点の step の初期条件を規定して行くこの計算法は step の数を軽ろにしたがつて計算誤差が蓄積されてくものも否み難いものである。理論的には独立変数の step 幅とできるだけ小さくとり、所求の時間区間に亘つて数多くの step と踏みば、解の精度は上昇する筈であるが、それを数値的に行なうにせよあるいは図式的に処理するにせよ実施の段階になればその労力は膨大なものとなつて、計算者はその煩に耐え得ないのみならず、また余りに step 幅を精細化することはある一定の時間間隔に非常に多くの step 数を軽ろなければならないに、却つて誤差の累積を招く恐れも出てくるのである。つまり step 幅の大小のみならず、step 数の多寡も誤差の累積に対して無関係ではない。

この当然の事柄のために、解の精度を最良に保つに適當な step 幅の大きさが各種の解法に対して、その性質に応じて存在する筈であつて、すでに触れたように Meissner 法では一つの step の幅が $7.5^{\circ} \sim 10^{\circ}$ 位が最も精度がよいといわれるが如くである。このように各種解法と

適用するに当って、解の精度に直接関連をもつ step 幅の大きさに深い関心を寄せる必要のあることはいうまでもないが、一般に数値解法の全体と Meissner の方法にあつては求めようとする解の全時間区間にわたつて一律に step 幅を採用しなければならない。他方 phase-plane-delta method はこの step 幅を step ごとに異なつた値にとられるのが普通である。ところが、理論上は、また実際の図においても、計算誤差が特に増大し易いのは復元力の非線型度の著しい範囲においてであるから、その範囲内では step の幅を狭めることにより誤差の蓄積を避けるという点に自在性が与えられることは確かに望ましいことであろう。Meissner 法にあつてはこの自在性と發揮することは不可能ではないが、数値計算法、とくに computer と利用する場合にはある範囲に限つて独立変数の step 幅を変更することは困難である。そこで本来

この step 幅の自在性と具えたものは phase-plane-delta method であるから、delta method が実用上、簡便でしかも、誤差の増大と未然に防ぎ得るという点において、その優秀性を挙げることもできるのである。

また step-by-step 演算と数値計算法と図式解法とに大別して両者と比較すると、数値計算法では計算の途中で誤差によらない計算上の誤りを発見することが困難である。非線型微分方程式の厳密な一般解が求められない現状では step-by-step 演算による解と厳正解との比較検討を行はうことができないので、とくにこの点は数値解法の致命的な欠陥ということができる。これに反して、図式解法は計算者の眼前に振動曲線が求まり、更かれて行くので、計算者は絶えず振動系の物理的な状態と認識しつつ進むことが可能である。したがつて人為的な誤りも途中で発見し易く、また phase-plane-delta method では得られた解の値を用いてあらためて振幅-時間曲線を plot する手間も不要となる。この点では phase-plane-delta 法は Meissner の方法よりも実用的であるといえよう。Meissner 法では振幅-時間平面における振動曲線が求まつて来ないので、それを描くのに作図面における線分の長さと各時刻に対して読みとり作表する手間がかかる。以上により、前述の諸解法の一般的な比較を行つたが、結論としては各種数値計算法は概ね機械的かつ形式的であり、図式解法は物理的かつ若干の融通性を具えたものであるということができる。

ところで、これらの各種解法に共通する step-by-step 原理を用いなくて非線型定微分方程式と解く方法が存在する。それは大凡揃て詳述される電子管式 analog computer による方

法である(3.34), (3.35)。同接型の低速度電子管式相似計算機は与えられた微分方程式が、物理的に如何なる現象を記述するものであるかということに無関係に、独立変数と時間におきかえ、従属変数と電圧の時間的変動として表わすことが出来る。ゆえに、ink 書きの pen oscillograph を併用すれば微分方程式の解、たとえば振動系の振幅は時間と横軸にとつて graph 上に、振動-時間曲線として表現されるのである。たとえば前章で取扱つた簡単な1自由度非線型振動系を採り上げてその運動が微分方程式(3.2.3)あるいは一般的に表示

$$m\ddot{x} + G(x, \dot{x}; t) = f(t) \quad (3.3.22)$$

で記述されるものと考え、こゝに時間 t が独立変数、振動系の振幅 x が従属変数であるが、振動の速度 \dot{x} もまた一つの従属変数として興味ある量である。(3.3.22)式の右辺の強制項 $f(t)$ は時間に関する任意の関数で、その時間的変動は如何に複雑であつても、その関数の値が電圧の時間的変動として与えられるものであれば、差支えない。もし左辺の第2項の復元力-減衰力関数 $G(x, \dot{x}; t)$ が、1組の x, \dot{x} の値に対して物理系(振動系)が実際に示す値を模擬することが可能であれば、(3.3.22)式の解 x あるいは \dot{x} は

$$\dot{x}(t) = \frac{1}{m} \int_0^t \{f(t) - G(x, \dot{x}; t)\} dt \quad (3.3.23)$$

および

$$x(t) = \frac{1}{m} \int_0^t \int_0^t \{f(t) - G(x, \dot{x}; t)\} dt \quad (3.3.24)$$

として求められるのである。(3.3.23), (3.3.24)式の積分は高利得の増幅器(high gain amplifier)と抵抗器(resistance)および蓄電器(condenser)と組合わせた積分回路(integrating circuit), あるいは積分器(integrator)によつてなされ、定数 m での除算は係数器(potentiometer)によつてなされる。

強制力関数 $f(t)$ は単純な正弦、余弦関数であれば簡単な関数発生回路によつて回路出力電圧の時間的変動として与え得るし、また地震計記録のように極めて複雑なものであつてもたとえば煤紙に書かれた地震計記録と光電管装置によつて出力電圧の時間的変動に変換することは不可能ではない。したがつて、このような回路系には光電管による地震波発生装置と analog computer に繋ぐことによつて、それらの本力と computer 回路の入力(input)として利用

される。したがってわれわれは一般の振動系の復元力-減衰力の特性 $G(x, \dot{x}; t)$ と電気的に模擬することができれば、(3.3.23), (3.3.24) 式の演算は極めて容易となる。そしてこれは単に電子工学の分野における研究結果を応用すれば足る事柄である。

(3.3.23), (3.3.24) 式の演算は step-by-step の原理を用いていないことに注意せねばならない。これらの式の解 x , および \dot{x} は時間 t の連続関数として求められ、 \dot{x} の曲線の勾配 (slope) はたゞ強制力 $f(t)$ が時間的に不連続になる瞬間にのみその値を急変せしむるのみである。

このような解の求め方はわれわれにとって最も望ましいものであり、しかも、強制力 $f(t)$ と復元力特性 $G(x, \dot{x}; t)$ が正しく電気的に模擬せられるならば、(3.3.23), (3.3.24) は(3.3.22) 式の厳正解に極めて近い解を示すのである。すなわち、現実には、これらの式中の積分の操作と同等積分器の利得 (gain) が無限大ではないから、完全な厳正解は得られないが、各電気的要素の精度、性能を向上することによって、得られた解の誤差を 1% 以下に収め得ることは事実である。

われわれの経験によれば step-by-step の数値計算あるいは図解法と計算者の人力で行なう場合に較時間と要する解析と analog computer では僅か数分足らずの中に終了し、しかもそれはわれわれの望むところの振幅-時間曲線に plot された形で解を与えて呉れるのである。

この analog computer による近似計算法は多自由度振動系の解析に対して、従来のどの方法よりも簡単に拡張される。その場合の例は次頁編で示されるが、一度振動系の復元力特性を与え、そして(3.3.23), (3.3.24) 式による演算回路が作られれば、それ以後は相要なる強制力 $f(t)$ の形状および大きさと変化せしめて、数多くの解を短時間に求め、そして、いわゆる振動系の地震応答 spectrum を画くことが極めて容易になされるのである。次章に展開される構造物の地震応答 response ならびにこれらの spectrum はこの電子管式 analog computer によって得られたものも多い。

第4章 地震応答 spectrum

3.4.1 概説

地震波の構造物に及ぼす影響は構造物のもつ動力学的特性によって左右せられる。そしてこの構造物の動力学特性の主なものはその振動周期ならびに減衰性状である。一般に架構の復元力と変形量との関係は非1次的であるから、構造物の振動周期は振幅の絶対値によって異なるが、振幅が極めて微小なときの値が一応の規準とされている。

1941年に M. A. Biot 教授は固有周期が種々の値をもつ多くの構造物に特定の地震波 pattern を与えて生ずる構造物の過渡的な最大振幅がその架構の固有振動周期の値によって著しく異なることを明らかにした(3.37)。このことは振動周期の長い建物と短い建物では同じ地震波によって与えられる影響が著しく異なることを意味し、したがって Biot 教授は構造物の振動周期を横軸に、そしてこれらの周期をもつ非減衰1自由度振動系が過去の地震記録から選ばれた地動による過渡強制振動時の最大変位を縦軸に plot して、これを "standard spectrum" と名付けた。これが後の E. C. Robison 博士の El Centro 地震に因して求めた response spectrum と併せて今日の米国 San Francisco 市の耐震規定の中で架構に作用せしめるべき水平力を規定する base shear coefficient を定量的に与える根拠となったものである。その後米国の耐震工学者によって種々の地震動に対する同様の plot が作られ、そしてその場合に構造物のもつ減衰性状が振動中の最大振幅の値を減ずる効果をもつことから、構造物の減衰量を粘性減衰と考へたときの減衰係数を parameter として幾つかの曲線が画かれた。G. W. Housner 教授らはこれを velocity response spectrum と名付けたが、それは地震波動の特性と調べる上に、また構造物の耐震設計上非常に有用な資料として提供せられたのである(たとえば 3.38)。*"Spectrum"* なる言葉は元素物理学で種々の波長の混合せる光線の強さないし明るさとその波長(または周波数)に因して plot したものを示す場合に用いられたのであるが、これが地震工学の場合には上記のような意味に転用せられたものと考えてよい。

これまでの各章において非線型の復元力特性をもつ振動系の過渡振動の response を求める手段が呈示されたが、次節以降にはこれらの諸手段を用いて得られた構造物の非線型振動解ならびに地震応答 spectrum が展開される。

3.4.2 弾塑性領域における構造物の挙動

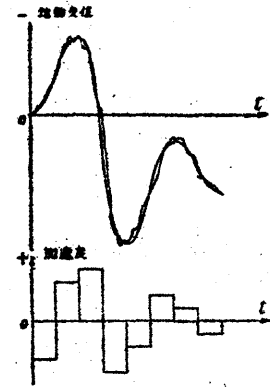
地震時の構造物の振動の振振を解析する上において、構造物を多自由度の質点系に近似するが、あるいはまた一つの連続体に抽象すべきかという問題は線型振動の領域ではそれぞれ構造物の規模、形状などの状態に応じて独立に取扱うことができるが、非線型領域では連続体の運動が非線型微分方程式によって記述され、そしてこの方程式が数学的に解析できないものであり、また構造物を *lumped parameter* 系あるいは *distributed parameter* 系として物理的に明確に区別して考えること自体が本質的に不可能であると思われる。そして非線型領域においては解の重畳が成り立たない結果として、線型振動領域においてわれわれが得た知見はほとんど役に立たなくなるのであって、たとえば連続体の振動が非線型領域に及ぶ場合にはもはや線型振動の概念における1次振動型、2次振動型、……などと高次振動をおのおの分離して論ずることではできなくなる。その理由の一つとして偏微分方程式が非線型であれば解をそれぞれの独立変数で変数分離できなくなることが挙げられる(3.09)、(3.39)。ここに連続体としての非線型振動の取扱いの隘路が存在すると考えられるが、構造物として考える場合には、その動的な応力や変形の増大によって構造物の振動が非線型領域に至ればもはや敢て連続体としての想定に固執する必要がなくなるのである。何となれば線型領域では連続体として出発しても、たとえばある何番目かの高次振動が卓越して構造物の挙動が塑性領域に入るようなことになれば、塑性領域に入ったその構造物の状態によって非線型振動特性が構造物に賦与されてしまって、その特質がそれ以後の塑性領域における構造物の挙動を決まづけてしまうものと考えることができからである。したがって連続体としての非線型振動の取扱いは線型領域よりも超越され、そして特に卓越して生じた、非線型振動の特質を問題とすれば足りるのであって、その非線型特質の決まづけによって非線型振動領域においては線型領域におけるような、いわゆる他の次数の振動型の振動は生じ得ない状態になってしまっていると考えることができからであろう。(このことは一般の塑性理論における *plastic rigid* の概念に対応する。) よって線型領域における解析が連続体の想定に基づいてなされる場合でも、構造物の振動性状が非線型化した以後においてはわれわれは構造物を1質点系ないし高々2質点系に抽象して論ずることによって問題の一般性は少しも失われるものとは考えられない。

それよりも解析に当ってまず当面する問題はむしろ地震波の選定であろう。すでに述べたように地震波は震源からの距離、地盤の性質、建物と地盤の相関性など幾多の要因に基づくあらゆる複雑性を包含し、また一つの建物についてはそれに対して将来如何なる波形の地震波が作用するかは不明である。いゝる不可解な地震波の不規則性に固執するならば、われわれは耐震解析の目途もつかないばかりか、地震波の構造物に対する破壊的因子を把握することも到底覚束なくなるであろう。けれども筆者らは地震波の複雑性の中にも、ある建物の破壊に対する決定的な要素が必ず存在するものと考え、したがって地震波の不規則性をそのまま傍観することなく建築物の破壊に対して決定的な要素となり得る因子を採求することに注意を集中すべきものと思われる。すなわち、かゝる要素をしつべき地震波に対して構造物の *response* と求め、そしてわれわれの設計する構造物に対して最も不利な地震波と選定して行(こ)とするのがわれわれの採る研究態度なのである。

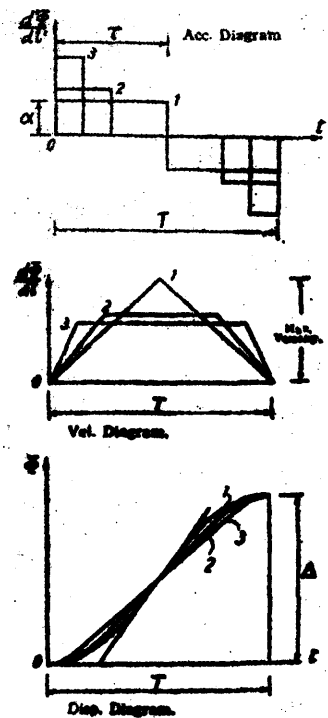
一般に不規則な地震波の変位記録を微小区間幅に区切って、その微小区間内は地動変位を直線あるいは二次曲線で近似することは可能である。このようにして近似された地動はオ 3・4・1 図に見られるようにその微小区間は定値加速度をもった

波である。この加速度の *pattern* は微小区間の幅を変化させれば自ら変化するけれども、その変位の総量は拾いも地震波形と通常の *Fourier* 級数表示に分析して三角関数の各調の高次の項を如何なるで持たせ(も)という事柄に匹敵するものであろう。

このようにして地震波を定値加速度をもつ波に置き換えたとき、同一周期、同一振幅をもつた地震波と近似(お)るのにオ 3・4・2 図のごとく種々の近似の仕方があるけれども、これらの地震波の中で構造物に対して最も不利な作用を及ぼすものは最大速度を有する波、すなわ



オ 3・4・1 図



オ 3・4・2 図

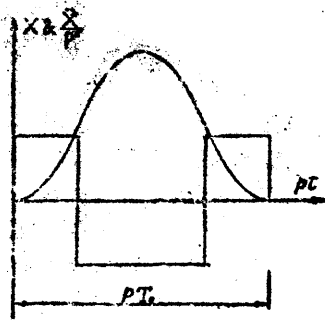


図 3.4.3

図 3.4.2 の No. 1 の波であることをすでに第 II 編の線型振動理論による建築構造物の非定常振動解析の際に指摘した。したがって以下の解析においては図 3.4.3 図に示すとき地震波を想定する。

第 2 の問題は構造物の非線型力学的特性の認定である。

主として第 IV 編で述べるように、動的な状態における構造物の変形と復元力の関係を示す曲線を実際の構造物材料について実験的に求めた資料はその数において、まだ包括的な結論を得るには十分ではなく、またその結果においてはかなりの偏差やバラツキの危れるものが少なくない。つまり今日においてはなお、実際の構造物の動的な状態における復元力-変形の特性に関するわれわれの知識はかなり乏しいものといわなければならない状態にあるから、こゝでもわれわれは実際の構造物材料を対象とした非線型力学的特性を明確に認定することはできない。現在のわれわれの採り得る途は今日までになされた動的な実験結果に基づき、構造物の荷重-変形曲線からその動的な非線型特性を認定するよりはかたない。それらの多くの資料を綜合すると構造物の力学的特性はたとえ図 3.4.4 図の ② に示すような履歴性を有するものと思われる。このように構造物の復元力の非線型特性から履歴領域への遷移は一般に不規則な曲線を描くものと考えられるが、これを簡便な形で図 ① に示すような完全弾性-塑性曲線に置換して、これら二種の復元力特性

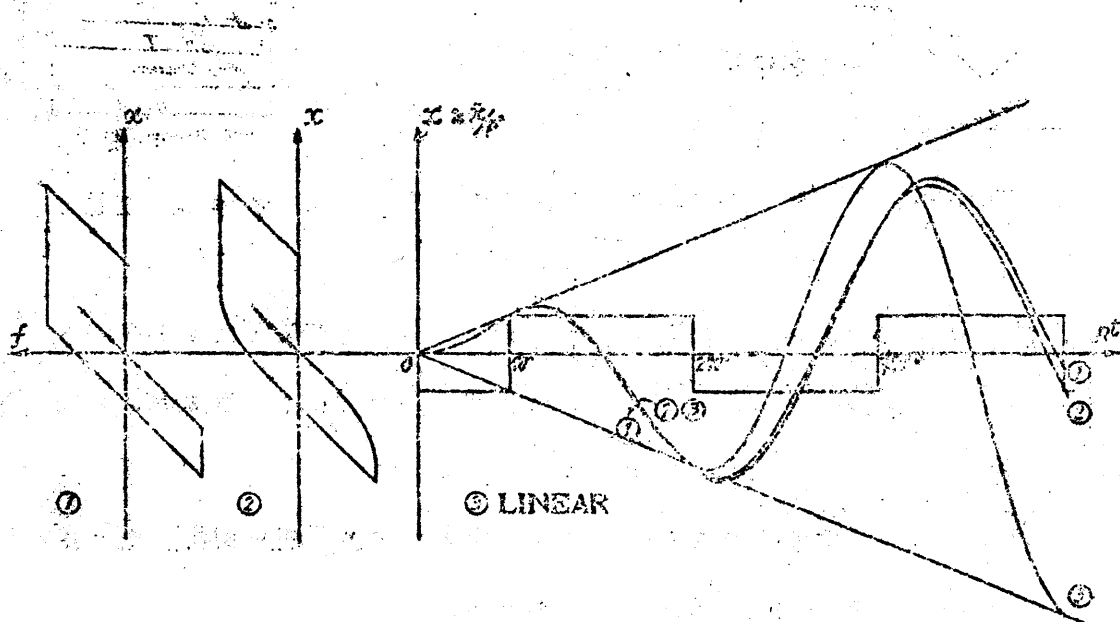
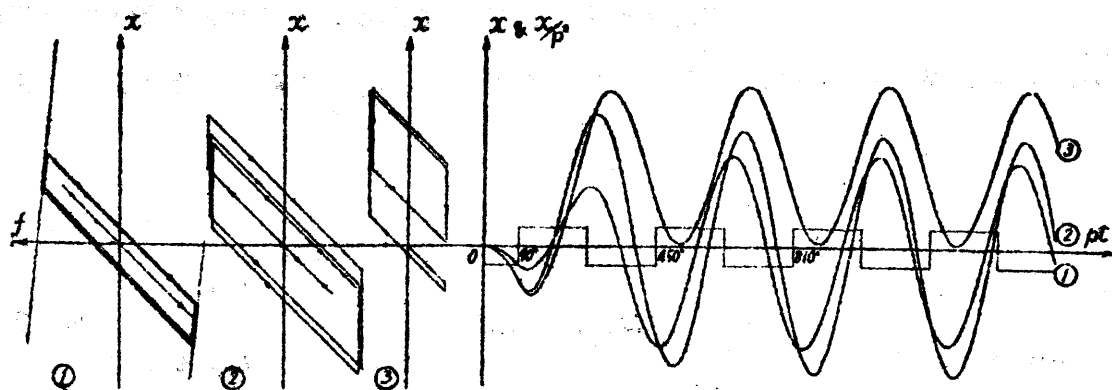


図 3.4.4

をもつ1質点系について、この振動系の弾性応力時の固有振動周期に等しい周期をもち、かつ1 cycle以上継続的に作用する地震波を与えたときの *response* を求めても、この両者の間にはオ3・4・4図の右図に示すように定性的にはほとんど着しい差異は認められない。しかし完全に線型の復元力を有する系の *response* とのかかなり顕著な相違は地震時の構造物の応答を問題にする際に従来の線型理論の適用の不適切さが改めて認識されるのである。同図②に示した曲線の想定には構造物材料の品質などによってかなりの多様性を包含することが容易に予想せられりけれども、それらの曲線の多様性(バラツキ)が振動系の *response* に与える影響は小さく、したがって構造物の非線型動力学的特性を完全弾性-塑性曲線に想定しても決して問題の核心を見失なう恐れがないことはオ3・4・4図に示した解析結果から十分に指摘されるのである。

つぎに地震波の周期が構造物の弾性応力時の固有振動周期に一致するとき構造物の *response* は最も塑性域に入り易く、かつ構造物にとって最も危険な状態、すなわち崩壊の可能性を呈するものとしての、半ば従来の線型非定常振動解析の結果から見て一般に危懼される予測に基づいてオ3・4・5図には振動系に弾性共振を実現せしめるような定常波を与えたが、その結果からは、構造物の振動が塑性領域にまで及ぶならば構造物の振動周期はかなり伸長され、履歴性にに基づく振動 *energy* の吸収作用も伴って、振動系の振幅は増大の一途を辿ることなくほとんど一定ないしはむしろ徐々にではあるが振幅の絶対値が減少する傾向にあることが確かめられた。オ3・4・5図に採用したような構造物の復元力特性に対して



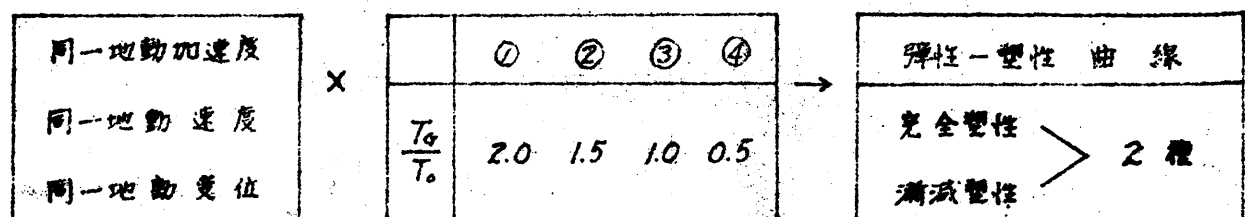
オ3・4・5図

その yield point を振動の 1 cycle 以内に越えるような大きな加速度をもつ破壊的な地震波を想定すれば、(実際の破壊的な地震波は断層な波を S 波 — secondary wave — のごく初期にもつことが従来の地震学の研究で実証されている。——オ I 編参照), 構造物の振動が塑性域に移りて以降の状態はたとえ定常波の継続によって追求しても、あるいはまた地震波を破壊的な 1 cycle の波で止めても構造物の最大変形量には変りがない。

このことは地震波の cycle 数が構造物の非線形地震応答に及ぼす影響はさほど重要ではないということ、い、換えれば塑性域に移りて以後の構造物の振動状態をさらに定常波の継続によって追求する必要のないこととわれわれに教える。地震波が定常的な波動でないことは改めて述べるまでもなく、破壊的な波は地震動のごく初期に現われるのみであつて、震源からの距離如何によってその波の到来が少し遅れたにしてもやはりその破壊的な波によって構造物は決定的な塑性領域に移りてしまうものと考えられるのである。したがって構造物の終局的な地震応答量を問題にする場合には常に破壊的な 1 cycle の地震波が問題であつて、それ以後の構造物の response はたとえ同程度あるいはそれ以下の破壊力をもつた波が到来したとしてもなんら問題の対象とするに足りないものといえよう。すなわち一つの構造物に対して最も危険な状態として定常共振の外力を与えることすら非線形地震応答の解析手段としてはほとんど無用のことであり、地震波としては破壊的な 1 cycle だけを想定すれば十分なことがこゝに立証されるのである。

以上の考察に基づいて、しからば地震の破壊的な 1 波が構造物の弾性振動同期と共振する場合が最も危険であるか否か、さらにそれに関連して構造物の破壊に対して決定的な因子となるものは地震波の変位、速度、加速度の値のいずれであるか、すなわち構造物の設計は過去の地震記録から得られる地震波の最大変位、最大速度あるいは最大加速度の値の何れの尺度

オ 3・2 表



地震波

構造物

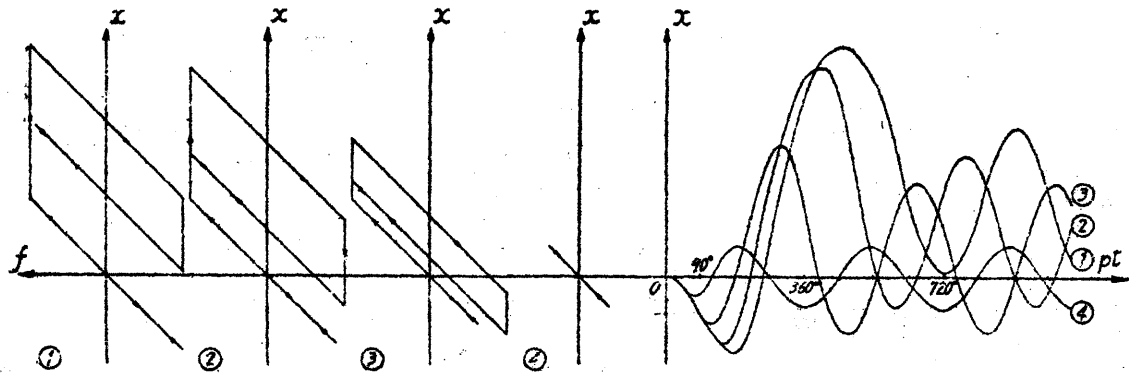
[T_g : 地震同期, T_0 : 構造物の固有振動同期 (弾性)]

において問題とすべきかという点について第3・2表のように系統的な地震波と構造物の種類（復元力の特性）とを仮定して、それぞれの組合めせに対して得られた解を第3・4・6図ないし第3・4・7図に示した。そして、これらの諸結果を吟味するならばつぎのような結論が得られる。

1. 同一地震加速度を与えた場合

(第3・4・6図)

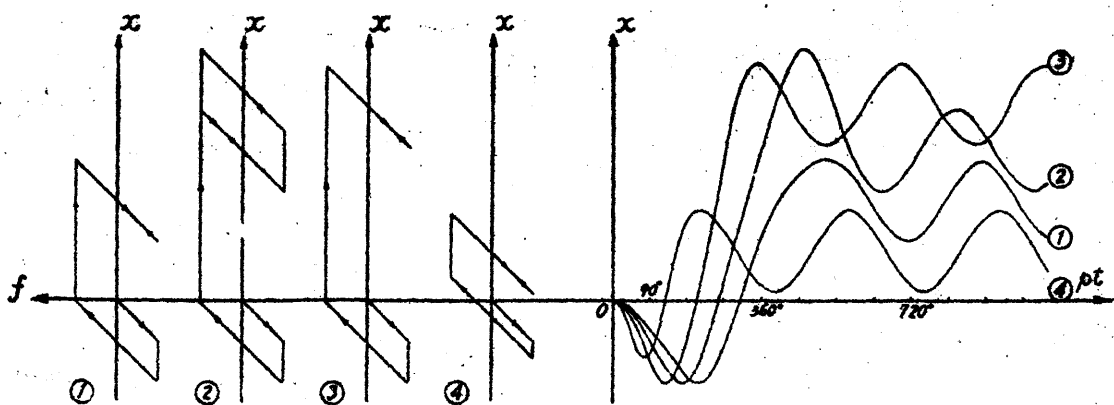
地震波の周期が長いほど構造物の最大 response は大きく、構造物を危険な状態に近づける。第3・4・6図はその一例であるが、この傾向はこゝに仮定せる構造物の復元力の種類（振動系の動力学特性）にかかわらず共通に見られる。



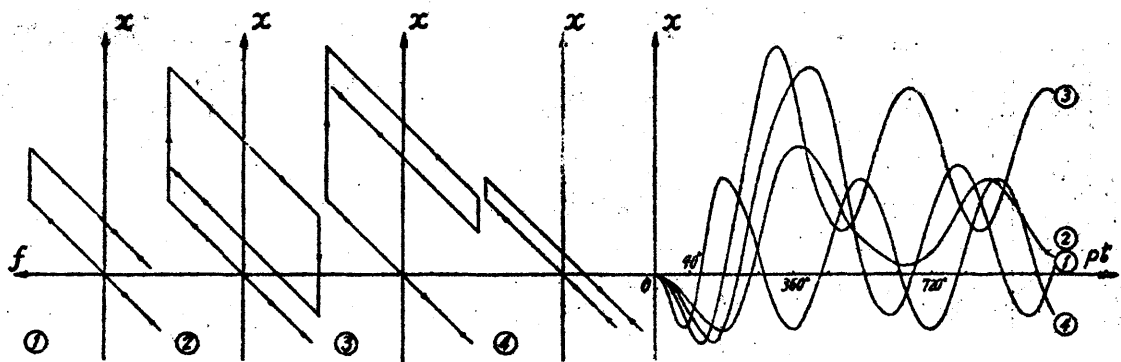
第3・4・6図

2. 同一地震速度をもつ地震波を与えた場合

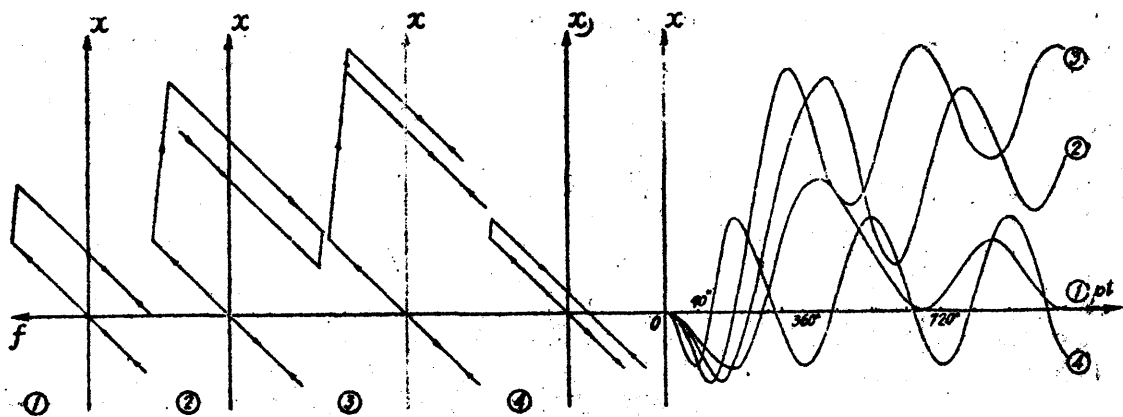
(第3・4・7図～第3・4・9図)



第3・4・7図



第 3・4・8 図

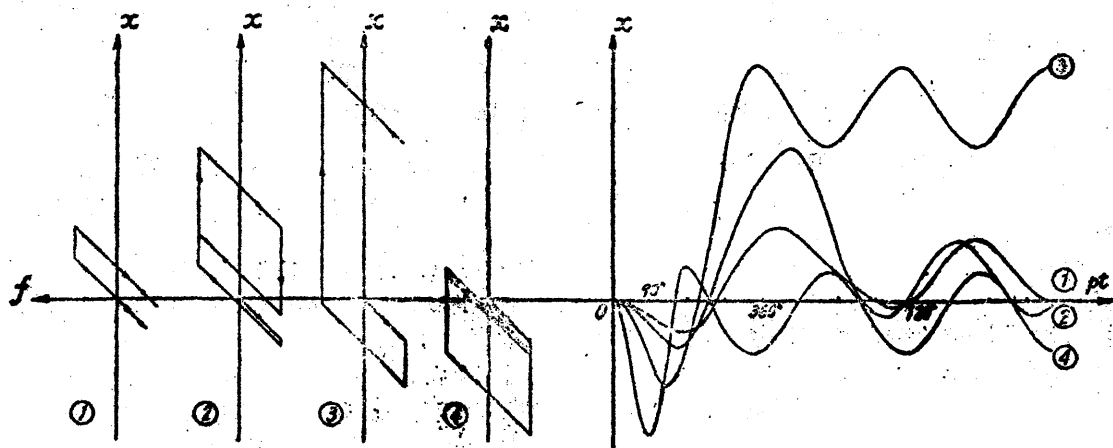


第 3・4・9 図

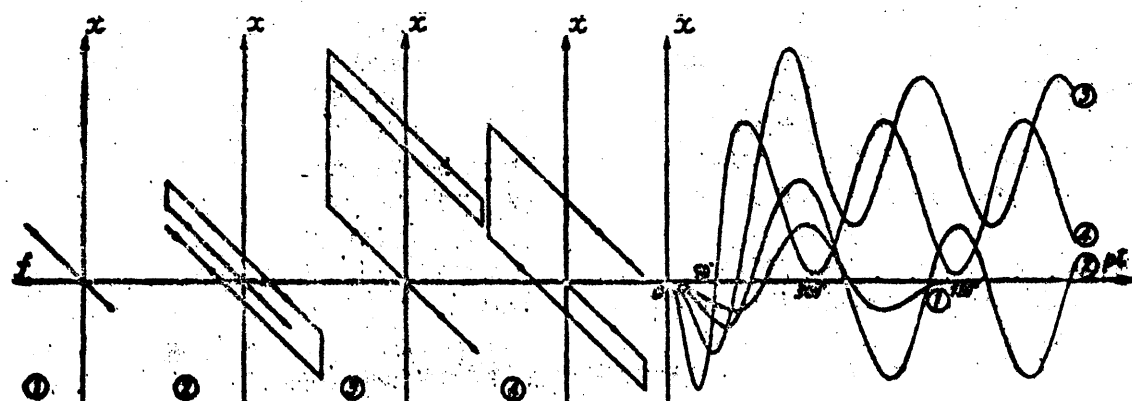
地震波の周期が振動系の弾性時間有振動周期に相等しいとき、すなわち構造物と非定常弾性共振を起すような周期をもつた地震波の作用によつて、構造物は最大の変形をなすが共振よりやや長い周期をもつ地震波を与えても振動系の最大振幅の値は余り変らない。このことは、作用する地震波の平均速度が相等しければ、構造物の変形量は地動の速度によつてほぼ規定せられ、しかもその変形量が地震波と構造物の周期が相等しいような範囲で最大でさなければ小さくなることを意味するものである。

3. 同一地動変位をもつ地震波を与えた場合 (第3.4.10図～第3.4.12図)

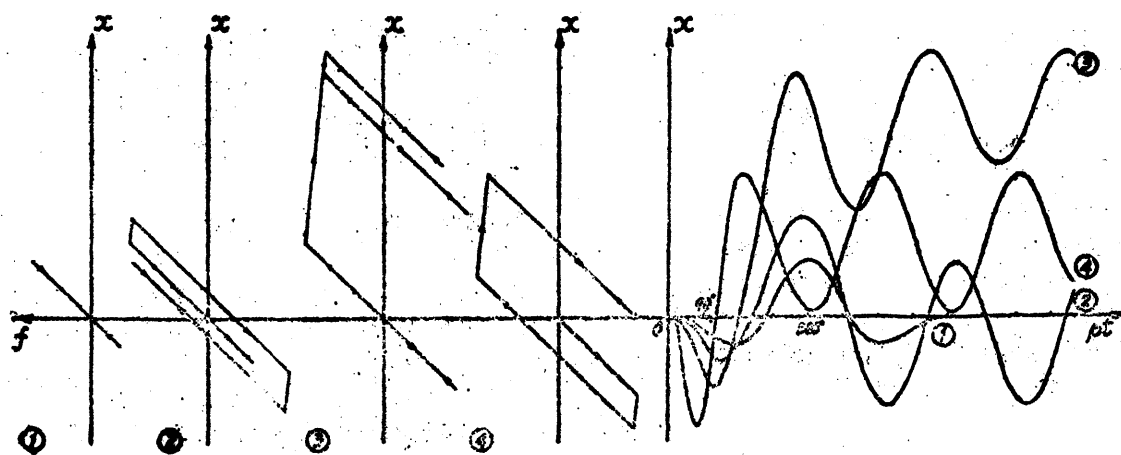
地動と構造物の弾性共振付近で振動系の変形量は最大となり、response spectrum には一つの peak が明確に現われることがわかる。すなわち、地動と構造物の周期が異なれば最大振幅の減少は共振点を遠ざかるにつれて著しくなることが明らかに観取される。



第 3 · 4 · 10 图



第 3 · 4 · 11 图



第 3 · 4 · 12 图

こに舉げた単純な非線型復元力特性をもつ構造物の地震応答を求めた若干の計算例からは、たとえ地震波の加速度を一定に採つても、地震波の周期によつて構造物の変形量、すなわち、地震時の構造物の危険度に着しい差異の見られることから、従来、地震波の尺度として定値加速度を採用して建築物の設計用震度の値を定めていたことの無意味さが確然と諒解されるであらう。このことは第Ⅱ編においても既に明確に指摘したことであるが、このような dynamic な構造物の地震応答に関する二、三の解析によつても、現行のわが国の耐震設計基準の不合理さは容易に指摘されるのである。

地震を対象とする構造物の挙動の解析は必然的に、耐震計算法においても〔時間〕の量を問題にする必要性をわれわれに教えるが、しからば実際の構造計算の段階に至つてわれわれが認識すべき地震波の破壊力を示す尺度としては、地震波のもつ速度の値かあるいは最大変位の値のいずれを採るべきであらうかが問題となるであらう。いずれの量にしても〔長さ/時間〕ないし〔長さ〕 \longleftrightarrow 〔地震波周期/構造物周期〕という関係で〔時間〕の量は考慮されるべき形態にあり、そして地震の破壊力の基準として定値変位を採用することは共鳴点における peak が判然として、甚だ明瞭なるもののように思われるけれども、一方現在において、われわれが共鳴点として捉えなければならぬ建築物の弾性応力時の固有振動周期を確実、正確に算定することが容易に一般化されない現状においては、理論的妥当性は主張し得ても現実の設計問題としては結局不確かさを見れ得ないことが考えられる。これに反して定値加速度値の採用は構造物の弾性固有振動周期と共鳴する附近の周期をもつ地震波の最大速度を問題にするということであるから、建築物の弾性固有振動周期は概算によつて求めても、あるいはその推定値に若干の誤差が含まれていても、その値を基準にして、地震波の破壊力を評価することが充分の妥当性をもつて主張できるであらう。

3.4.3 Bi-linear, hysteretic な復元力特性をもつ 1 自由度振動系の地震応答 spectrum

地震時の構造物の挙動を解析するためには今日なお地震波の不規則性、復元力の非線型性などの幾多の難解な要因が介在するため、多くの場合には構造物を簡単な質点系に抽象化してその過渡強制振動が論義されている。しかも非線型復元力をもつ 1 自由度振動系に過渡的な excitation が作用する場合の振動系の response を求めることもかなり困難な問題であ

る。この系の運動を表わす微分方程式は一般に m を振動系の質量として相対座標系で

$$m\ddot{x} + g(x, \dot{x}; t) = f(t) \quad (3.4.1)$$

と書かれるが、復元力関数 $g(x, \dot{x}; t)$ が一般的に振動系の相対変位 (ひずみ量) x やその速度 \dot{x} の高次の冪を含んだり、あるいは x と関数 $g(x, \dot{x}; t)$ との関係が簡単に解析関数で表現できないような曲線で表示される場合には、(3.4.1) 式の解の重畳の法則は成立せず、したがって、ある形の関数 $g(x, \dot{x}; t)$ が図式的に (graphically) 与えられた場合の任意の外力 (ないしは地動) $f(t)$ に対する解はその都度 (3.4.1) 式の特別解として求めなければならないことは前に述べた通りである。ゆえに、たとえ 1 種類の関数 $g(x, \dot{x}; t)$ の特性が規定される場合でも、種々の複雑な $f(t)$ に対してその振動系がどのような挙動を示すかということを含括的に解明するためには、それらの $f(t)$ についての各々の場合の解をその都度求めて、結果を比較検討せねばならないことになる。そして結果の比較検討はわれわれの特に注目する、ある一つの量に関して、地震波の周期に対する spectrum を画くことによってその様相が一層明らかにされるのである。このためには必然的に膨大な計算量が要求されることになるので其処には何か能率的な解析手段が見出されることが望ましいものとされてきた。

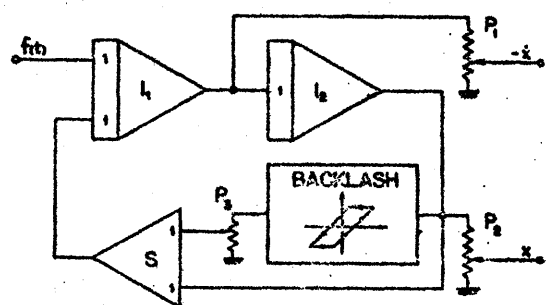
前節に呈示した計算結果は、たゞ二三の type の復元力特性を備えた構造物の過渡振動解を E. Meissner 法あるいは phase-plane-delta 法を用いて求めたものを示したに留るけれども、かかる step-by-step 法式の計算法によつては所要時間と労力との制約によつて求め得る response の数量も自ら限定せられ、前節の結論はこのために十分な資料の裏付けに乏しいものといわれても仕方がなかった。本節ではこのような観点に立つて、問題の解析手段として analog computer を使用し、これによつて、われわれの当面の目的である構造物の非線型過渡振動解を spectrum 表示で記述し、もつて前節の資料を補うとともに、広く構造物の耐震設計の資料とすることが企てられた。以下に示すものはもちろん、最も簡単な構造物を対象として、われわれの目的への第一歩を踏み出したものであつて同時に将来行なわれるべき諸解析の方向を明示するものでもあろう。 (3.36)

振動系の変位、復元力、外力などの力学的諸量を電圧、抵抗などの電気量に変換して (3.4.1) 式を表現する電氣的模擬回路を作り、この電気系に外力 $f(t)$ を input として導入し、

outputとして振動系の変位、速度、加速度に対応する電圧の変化を取り出す。いわゆる analog computer を用いる方法は振動問題にはかなり古くから行なわれて来たものである。

しかし従来の analog computer では振動系の復元力特性が hysteresis loop を画き、しかもこの loop の形状が特殊な場合には、その解析は至難とされていた。それはこの振動系の復元力特性を相似すべき simulator として適当な非線型要素が作り得なかつたからである。けれども最近、京都大学工学部電子工学教室で製作された電子管式伝速度型 analog computer は backlash element (非線型) を併用して振動系の bi-linear, hysteretic な復元力特性を十分な精度をもって表現することができ、われわれが前節で取扱った構造物の非線型力学的特性は多分に弾塑性ないしは完全塑性として抽象化されてきたものであつたから、本節での解析を行なうに当つて、この analog computer の利用について検討する意義を見出したのであつた。

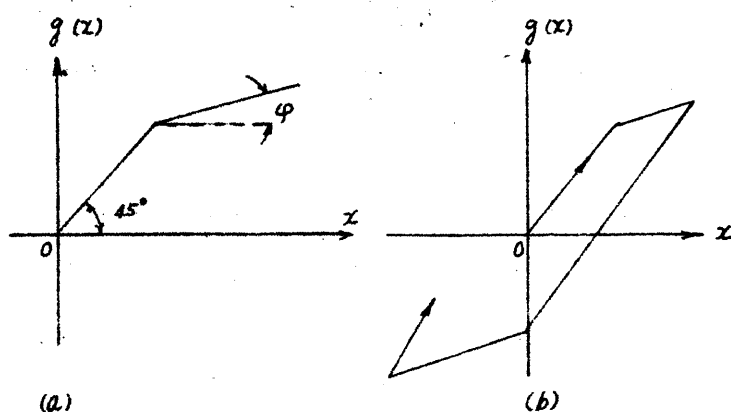
この analog computer を使用して構造物の非線型過渡振動解を求める場合の原理は前章あるいは第 IV 編に詳述せられているから、ここでは省略するが、本節で取扱から 1 自由度振動系の微分方程式 (3.4.1) を相似する電気回路の block diagram は第 3.4.13 図に示される。われわれがいま対象とする bi-linear, hysteretic な復元力特性 (第 3.4.14 図) は第 3.4.13 図においては backlash element と linear element の並列組合によ



ANALOG COMPUTER CIRCUIT WITH A BACKLASH ELEMENT

第 3.4.13 図

つて表現される。すなわち第 3.4.14 図で振動系の変位と復元力の関係が、たとえばその復元力の降伏点までは系の復元力は変位置に正比例するが、変位がそれ以上になると復元力はいよるでと勾配の異なる直線を通じて変化する場合を想定すると、適当な電気量の縮尺を選ぶことによって、この場合の弾性域に相当する復元力-変位の直線の勾配を 45° にしたときの降伏



第 3 · 4 · 14 図

以後に述べる直線の勾配 ϕ は *backlash element* に附随した *potentiometer* (第 3 · 4 · 13 図の P_3) を調整することによって規定することができ、したがって、いろいろな *type* の *bi-linear*, *hysteretic* な復元力を想定することが可能である。この第 3 · 4 · 14 図を電気的に表現するときは、回路自身の各要素の電気的特性、たとえば増幅器出力の直線性の限界 *potentiometer* や *recorder* などの周波数特性、その他の制約によって振動系の振幅の電気的 *range* は $\pm 50V$ に限定されることから、演算はすべてこの範囲内に収まるようにせねばならない。

われわれはいま、1 自由度質量系が種々の形状の *bi-linear*, *hysteretic* な復元力特性をもち、この系に矩形波、余弦波および正弦波が各 1 *cycle* 作用する場合の振動系の最大動的 *response* に注目しよう。1 *cycle* の矩形波、余弦波および正弦波はつぎの簡単な線型微分方程式

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + P_0^2 y = E. \quad (3.4.2)$$

の解として得られるものである。ここに P_0 および E_0 はそれぞれ定数であつて、適当な初期条件を与えると、解

$$y = \frac{E_0}{P_0^2} + A \cos P_0 t + B \sin P_0 t \quad (3.4.3)$$

は P_0 なる円振動数をもつ正弦、あるいは余弦の波となる。前章に示したような定値加速度波 (1 対の *acceleration doublet*) は、上のようにして得られた余弦波の振幅を著しく増幅して后、さらに飽和器 (*satulator*) に導入すると、ある一定値以上の加速度振幅はすべて切り去られて、完全に矩形波に極めて近似した形のものが見られる。このようにして人

目的に作られる *excitation* $f(t)$ 自身の振幅および周期は $(3 \cdot 4 \cdot 2)$, $(3 \cdot 4 \cdot 3)$ 式の p_0 および E_0 の値を変えることにより任意に変化せしめることができる。このためには *potentiometer* が用いられまたこのようにして作られた $f(t)$ を 1 cycle だけ取り出すことは *relay* によって行なわれる。

analog computer による解析に当つては、まず、質点系の復元力特性が *bi-linear* であつても、実際にはその中でほとんど線型と見做されるものから、完全弾塑性、すなわち振動系の復元力が降伏点に達するとそれ以後は系の変位が増大しても復元力は一定の値を保ち完全な塑性流れ (*ideal plastic flow*) が起ると考えられるものまで種々の場合を想定し得るから解析に当つては振動系の復元力と変位との関係を示す *diagram* を適当な縮尺の電圧量の変換によつて、当初の弾性域に相当する部分の勾配が、復元力、変位の両軸と 45° の角度をなすように画いた場合 (第 3・4・14 図) の塑性変形領域に対応する直線部分の傾斜角 φ の値を

$\varphi = 0^\circ$ (完全塑性); 7.5° ; 15° ; 22.5° ; 30° ; 37.5° ; および 45° (完全な線型)

にとつた計 7 個の復元力特性が想定せられ、そしてこれらの場合の振動系の地震応答は φ の値を *parameter* として *spectrum* 表示が行なわれる。

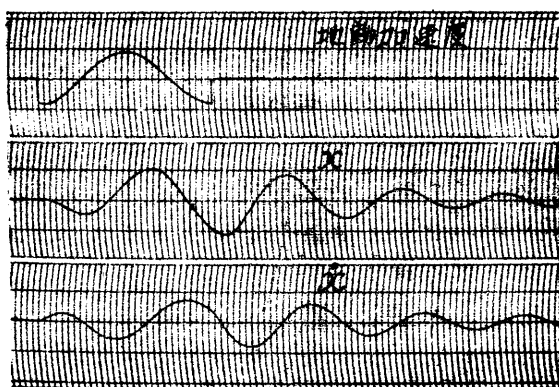
つぎに、これらの振動系に作用せしめる地動の最大加速度と振動系の復元力の降伏点における値との比を α と定義して、地動が振動系に及ぼす *intensity* の目安とした。そして本節で示した地震応答 *spectrum* の表示にはこの *Seismic intensity* α について、 $\alpha = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ および 1.0 の計 5 段階を採用した。これらの α の値はい、換えれば、基準設計震度 0.2 に対応する静的水平力が与えられたとき架構の各部最大応力がちょうど降伏点に達するように設計せられた建築物に対して、任意の周期をもち、その最大加速度値がそれぞれ $0.04g, 0.08g, 0.12g, 0.16g$ および $0.20g$ (g は重力加速度) なる短脈波、余弦波、あるいは正弦波が *dynamically* に作用することに相当するであろう。したがつて、もしこのような α に対応する加速度を構造物 (振動系) に静的に作用させた場合には振動系の復元要素はすべて弾性限度以下の応力しか生じないし、したがつて振動系の変形も弾性域に収まる筈である。しかし同じ加速度値でも、それを動力学的に質点系に作用せしめた場合にはその振動系の挙動は前の静的載荷の場合とは全く異なつた複雑な様相を呈する。そして、た

たとえ地動加速度的値が等しくても、その継続時間を異にする二つの地動に対しては質点系はそれぞれ相異なつた response を示すことは前節の解析結果からも明らかにされるところである。すなわち、地震動が構造物に及ぼす効果には、地震波の最大加速度の値のみならず、地動のもつ *time factor* が極めて重要な因子となるからである。したがつて、この点についてわれわれは 1 cycle の地動を与えることから出発するが、その地動の作用時間 T と振動系のもつ弾性固有振動周期 T_0 (系の微小振動時すなわち系の復元力が第 3・4・14 図に示した勾配 45° なる直線上を follow しているときの自由振動周期) との比 T/T_0 の値に関してつぎのごとき場合を想定した。

$$T/T_0 = 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0,$$

このような分類によつて φ と δ および T/T_0 の三つの値を *parameter* として、これらの各々の組合わせによつて、一つの型の地動に対して合計 $7 \times 5 \times 8 = 280$ 個の解が求められた。よつて本節に示す結果はこの 1 組 280 個の response を 3 種の *type* の地動について求めた総計 840 個の解を網羅したものである。

これらの解は第 3・4・15 図に示すように一連の *direct-writing oscillograph* 記録紙上に地動加速度、振動系の相対変位 x およびその速度 \dot{x} の時間的変動として画かれている。



第 3・4・15 図

この記録を整理するに當つてわれわれが注目したのは、上の変位記録から

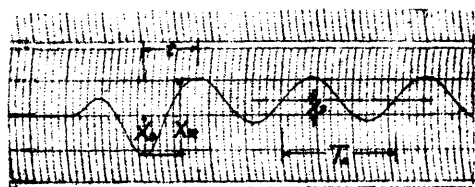
- 1) 振動系の最大全振幅 ; X_R
- 2) 振動系の最大変位 ; X_0
- 3) 地動の作用が終了した後の振動系の釣合位置 ; X_F , および
- 4) 振動系の最大全振幅 X_R に対応する周期 ; t

を讀み取ることであつた。この中 1) ~ 3) の各々は φ および δ の値を *parameter* として、比 T/T_0 に関して *plot* した *spectrum* で表示される。

bi-linear, hysteretic な復元力特性をもつ振動系が激しい地動の *impulse* を受けると、その地動の作用によつて振動系は *plastic* な *deformation* をなし、その結果 振動系の釣

合位置 (position of equilibrium) は最初の位置から移動させられる。そしてこの位置はさらにそれ以後の地動の *impulse* の作用によつて変化し、結局、振動系の永久ひずみ (permanent set) は強制力の作用期間中は刻々に増減を繰返すのである。したがつて、振動系が任意の半 cycle の間に与る変形量はこの刻々に (正確にいえば半 cycle ごとに) 変化する釣合位置を基準にして測られなければならない。この意味から、振動中の系の最大変形量を問題にするという立場から X_R なる量が注目せられ、そして X_D は従来の線型理論による解析方法と全じ流儀で振動系の過渡振動 response を評価しようという考え方、すなわち、振動系の当初の釣合位置を絶対的なものと考えて、この位置からの変形量について論じる、いわゆる *drift limitation* に関連せるものとして興味をもたれている。このような考え方にしたがえば、地動の作用が終了して、自由振動に移つた振動系の最終的な釣合位置が、当初の振動系の釣合位置からどれほど距つているかを知るために、 X_F なる量が問題にせられるのである。

振動系の復元力が弾性域を超えて、塑性領域に入るならば、その時の振動周期は、弾性域の時の固有振動周期に比べて著るしく増大することはすでに前節で示した結果から観察されるところである。したがつてこゝではその周期の伸びに対して定量的な観察が試みられるのである。上には示した各量の定義を図示したものが第 3・4・16 図に示される。

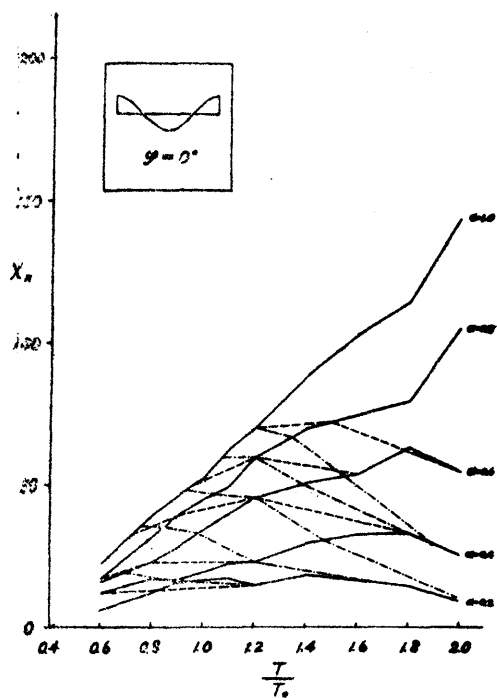


第 3・4・16 図

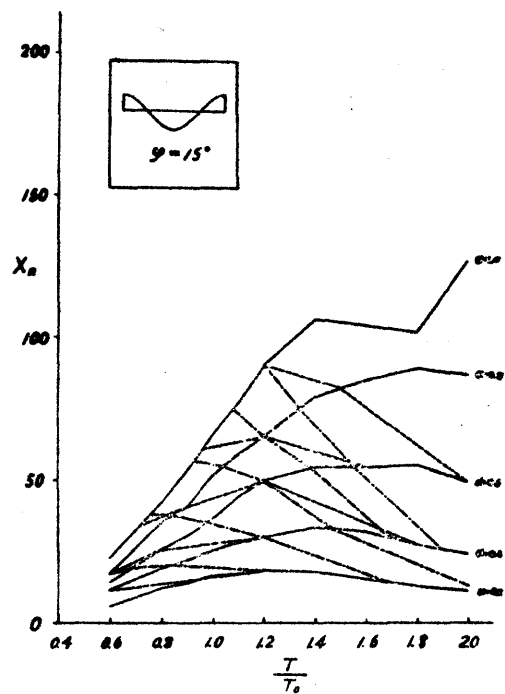
Response Spectrum の考察

A. T/T_0 に関する X_R および X_D の spectrum

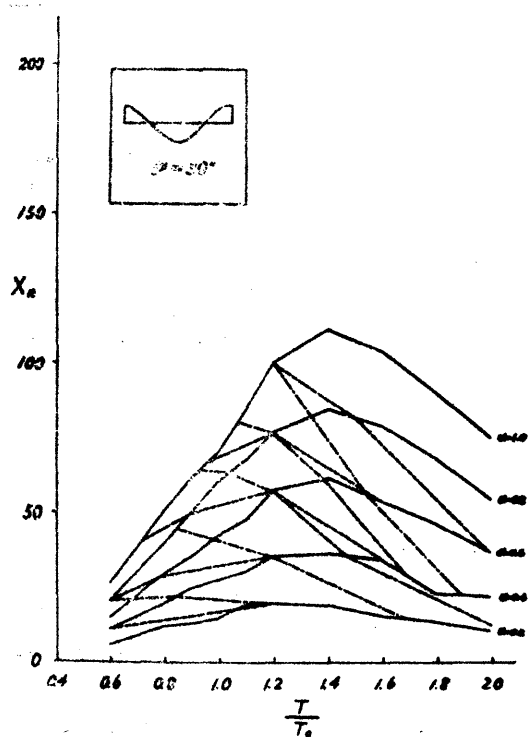
第 3・4・17 図および第 3・4・18 図は *bi-linear, hysteretic* な復元力特性をもつ 1 自由度振動系が抽象化された地動を受けて過渡振動をするときの振動中の最大全振幅 X_R およ



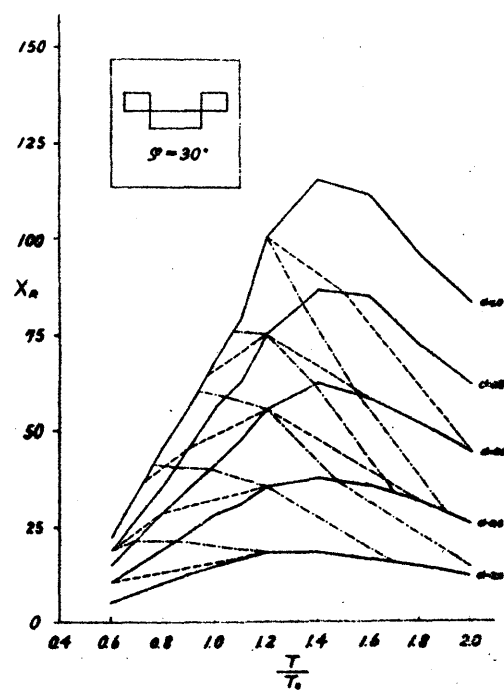
第 3・4・17 図 (a)



第 3・4・17 図 (b)

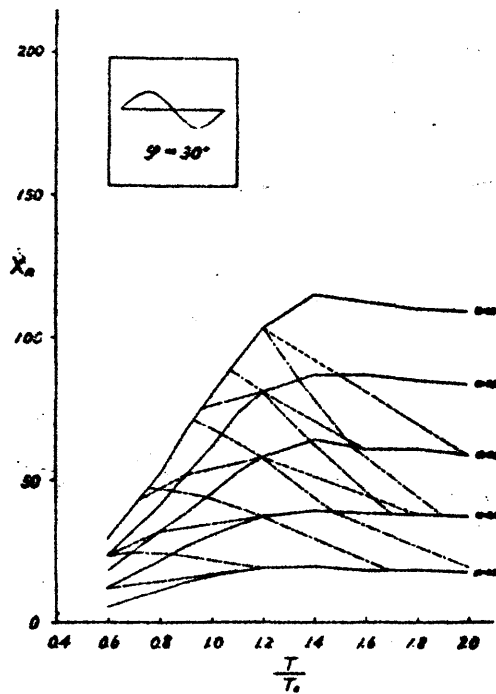


第 3・4・17 図 (c)

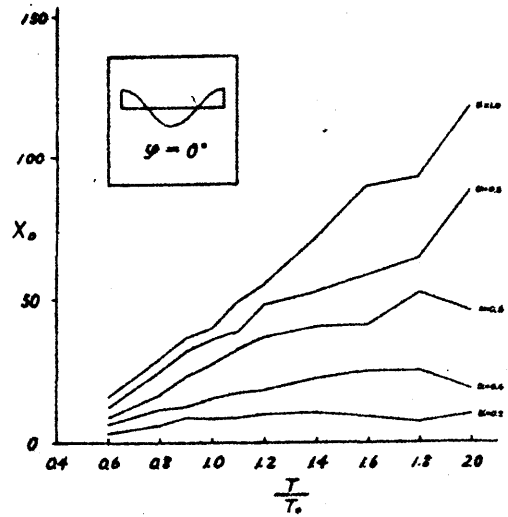


第 3・4・17 図 (d)

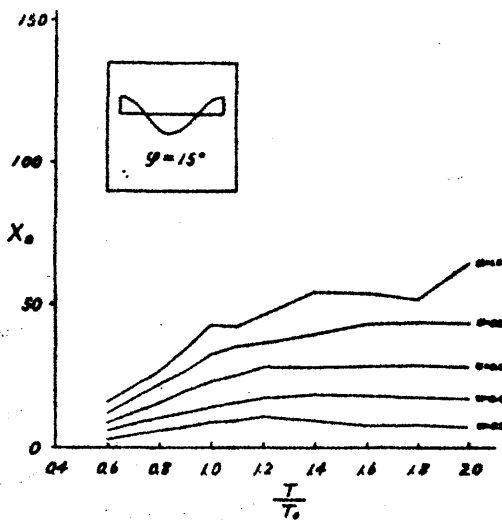
び振動系の復元力特性を示す parameter φ に対応して、地動と振動系の周期比 T/T_0 に関して plot したものである。第 3・4・17 図に実線および鎖線で示された spectrum は、同一地動速度、および同一地動変位をもち、たゞ継続時間のみ異なる一群の地動を解析の場合の一つの



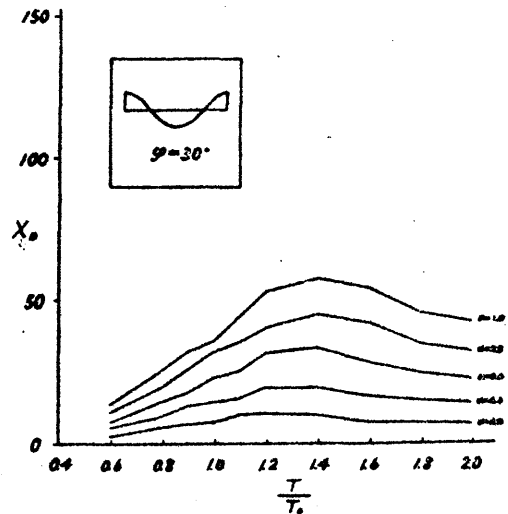
第 3・4・17 図 (a)



第 3・4・18 図 (b)



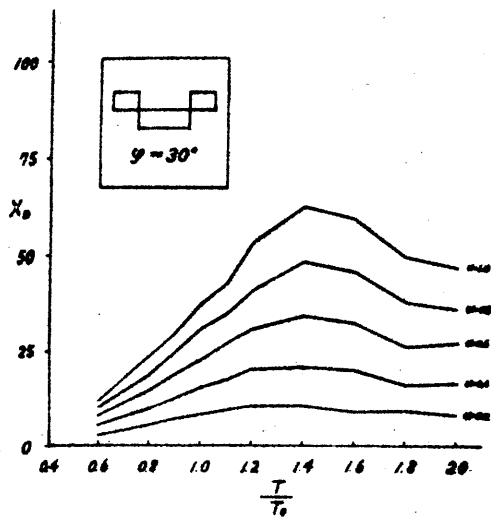
第 3・4・18 図 (c)



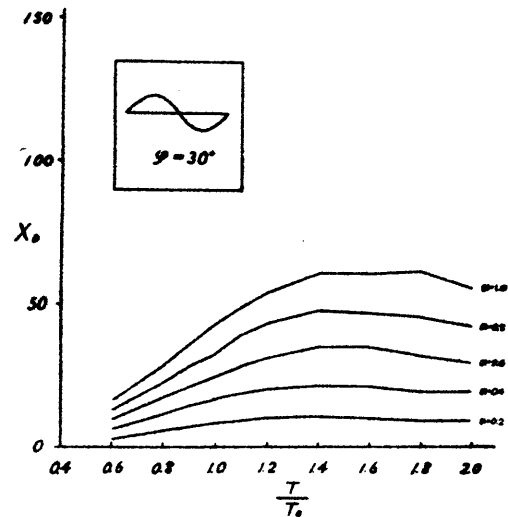
第 3・4・18 図 (d)

又度によつた場合の周期比 T/T_0 の変化に伴う response X_R の変動を示すものである。地動変位としては 1 cycle の sine, versed sine および quadratic の 3 種の変位 pulse を想定したが、これらの pulse の和速度の時間的変動はそれぞれ 1 cycle の sine, cosine, および square wave となる。

まずこれら 3 種の地動による response X_R および X_0 の spectrum から共通に認められる事項を列挙するとつぎのようになる。



第 3.4.18 図 (d)



第 3.4.18 図 (e)

- 1) 地動加速度の値 α が小さい場合，すなわち $\alpha = 0.2$ の場合は与えられた地動の形状や振動系の非線型復元力特性 φ の如何に拘らず，系の振動は線型領域に留まる。
- 2) 振動系の非線型復元力 φ の値が 22.5° ないし 45° の範囲で spectrum 曲線群は各 1 個の顕著な peak をもち，そしてこの peak の位置は φ の値が大なるとき，すなわち振動系の復元力の特性が線型に近いときには T/T_0 の値の小さいところに見られ， φ の値が小さくなるにつれて，同じ α の値に対応する spectrum 曲線の peak の位置は段々と T/T_0 の大きな値の方向へ移動する傾向がある。さらに φ の値が zero に近づくと α の大きな値に対応する曲線群には peak が認められない。
- 3) φ の値がいろいろと相異なる場合を比較すれば， φ の値が大なるときは spectrum の "backbone curve" (spectrum 曲線群の peak の英を結ぶ曲線をこのように名付けることにする) は立上り，ほぼ縦の座標軸と平行であるが， φ の値が小となるにつれて，この backbone curve の勾配は小さくなる。つまり backbone curve は取てくる。
- 4) X_R の値を互同じ地動速度をもつような地震波に対して plot した spectrum (図に真線で示す) および同一地動変位をもつ地震波に対して plot した spectrum (図に鎖線で示す) を観察すると， T/T_0 の値が 0.7 の付近で明確な peak を生じ，しかもこの peak の位置のバラツキは極めて少ない。

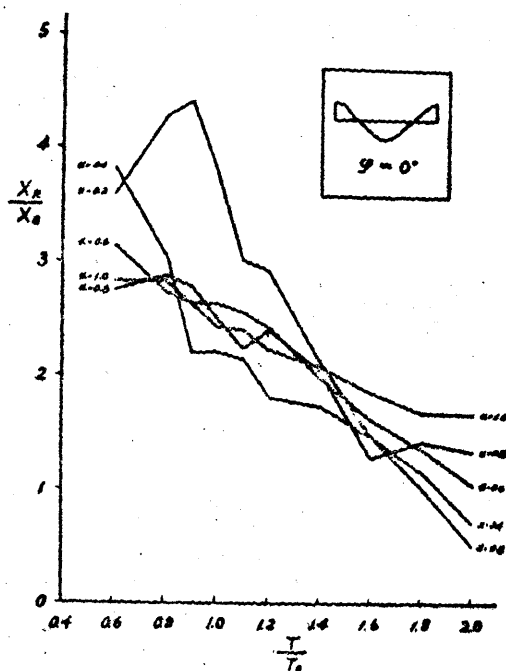
このような事柄を綜合すると， φ のある値をもつた振動系の response はたとえ α の値

を一定にしても、それだけでは系の振動中の最大変位量を定めることはできないことが明らかにされる。すなわちこれは振動系の response が一般に α の値のみならず、 T/T_0 の値とも密接な関係を有することを示すものであつて、地震波の構造物に及ぼす破壊力の尺度としては、地動加速度の最大値よりもむしろ、 α と T の両方の量に関係した地動速度ないしは地動変位が問題にされなければならないことを意味するのである。したがつて前編から主張してきたように「地震動と構造物の周期の関係を考慮することなく、何れ定値の加速度を尺度にとつて構造物の耐震設計を行なうことは何ら意味がない」ということをこゝでも繰返し断言することができるのである。

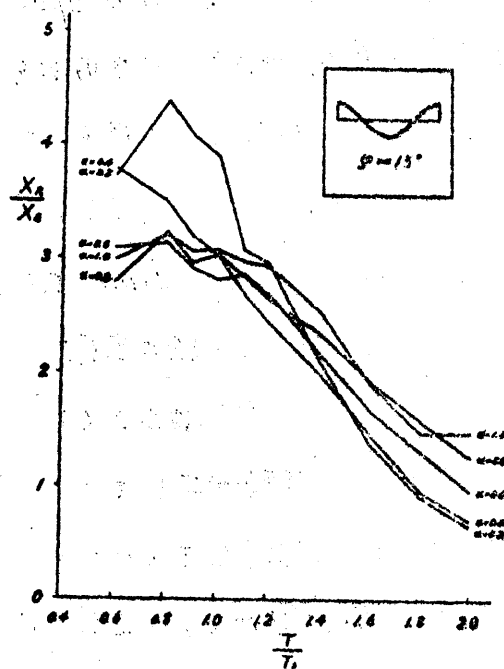
B. X_R/X_0 の spectrum

第3・4・19図は前に示した事柄を別の角度から詳細に観察するために、 X_R の値を対応する地動の全振幅 X_0 の比で表わした plot を示す。この結果からつぎのような傾向が観察せられよう。

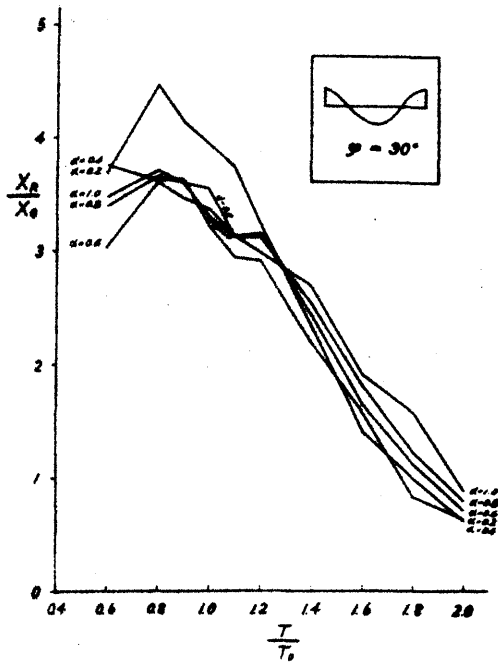
1) $\alpha = 0.2$ の場合には与えられた地動の初相や振動系の非線型力学的特性 μ の値の如何に拘らず系の振動は線型領域に留まる。



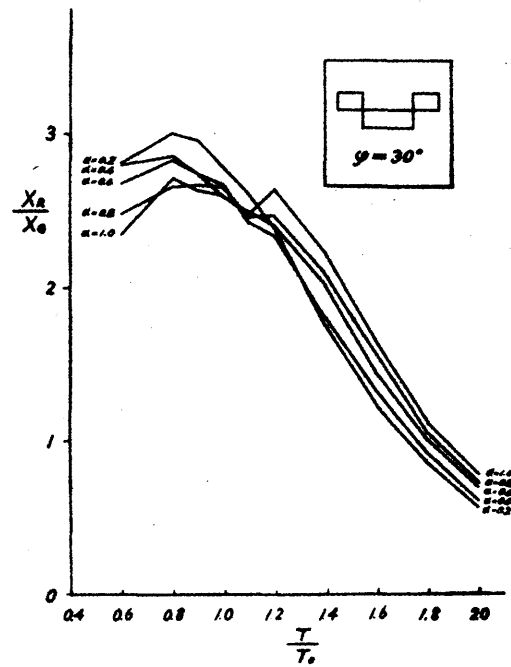
第3・4・19図 (a)



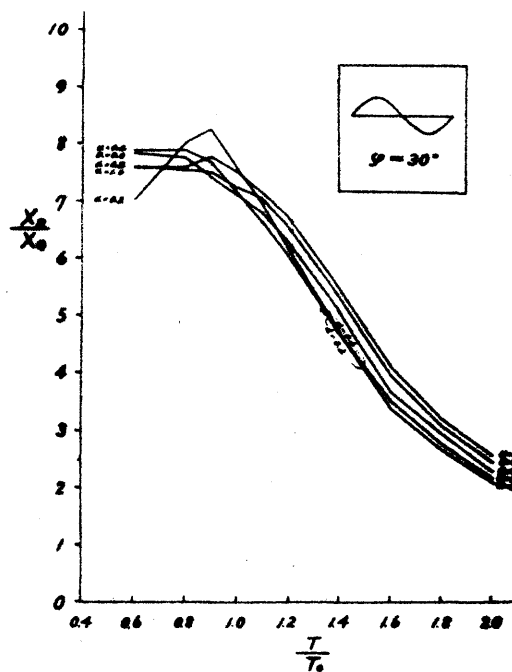
第3・4・19図 (b)



第 3・4・19 図 (c)



第 3・4・19 図 (d)



第 3・4・19 図 (e)

2) 全体的な傾向として比 X_R/X_0 の値は周期比 T/T_0 が大きくなると一様に減少することが見られる。

3) φ のそれぞれの値に対応する spectrum 曲線群について、 α の値が小さいとき、すなわちたとえば $\alpha = 0.2$ の場合には曲線は一つの peak をもち、 α の値がや、大きく

ると、peakの位置は左の方 (T_0 の値の小さい方向) へ移動し、 α の値がさらに大きくなる peak は存在しなくなる。

4) φ の値が小さくなると α の種々の値に対する spectrum 曲線群の開きが大きくなる。

5) 振動系の復元力が塑性域に入るにつれて、一般に spectrum 曲線の勾配は小となる。

すなわち T_0 が小さい範囲では、 X_R/X_0 の値は α の増大とともに小さくなり、 T_0 の値の大きいところでは、この逆となる。つまり、各 spectrum 曲線はある一変の近傍で交差し合ひ、曲線群は全体として反転する。 φ の値が大きくなるにつれて、この曲線群の反転位置は T_0 の値の小さい方へと移動する傾向が見られる。

6) ここに示した第3・4・19図の結果は、定値加速度値 α を parameter とする曲線群に peak がでてゐるため、一見、定値加速度が合理的な尺度として地震波の構造物に及ぼす破壊力を規定するもののように思われしめるけれども、この peak の位置が α の値によつて変動するのであるから、これは決して合理的な尺度ではないことに注意せねばならない。

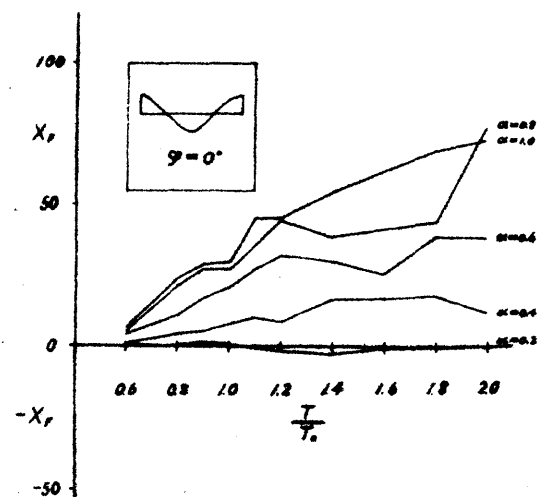
C. X_F と T_0 との関係

地震の作用が終了した後の振動系の釣合位置は振動中の系の復元要素の塑性変形によつて振動以前の位置とはかなり相異なる場合が少なくない。そこで、振動系の終局の釣合位置を当初の釣合位置を基準にして測つた変位量を X_F で表わし、これをそのおのの場合の response から求めて plot した一例を 第3・4・20 図に示す。この結果を観察すればつぎの事柄が指摘されるであらう。

1) X_F の値は当然、負の値を取ることもある。

2) φ が 22.5° よりも大きな値に対しては、 α や T_0 の値の如何に拘らず X_F がほとんど zero であることが認められたので、その plot を図示することは省略される。

3) φ が小さい場合、たとえば $\varphi = 0$ の場合には X_F の値は T_0 の値とともに増大



第3・4・20 図

するが、その spectrum 曲線群の形状には何ら規則性が存在しない。

4) そして、 φ の値が小さく、かつ T/T_0 の値が 1.0 よりも小さくなる時には α の如何に拘らず XF spectrum 曲線群のバラツキは少ない。

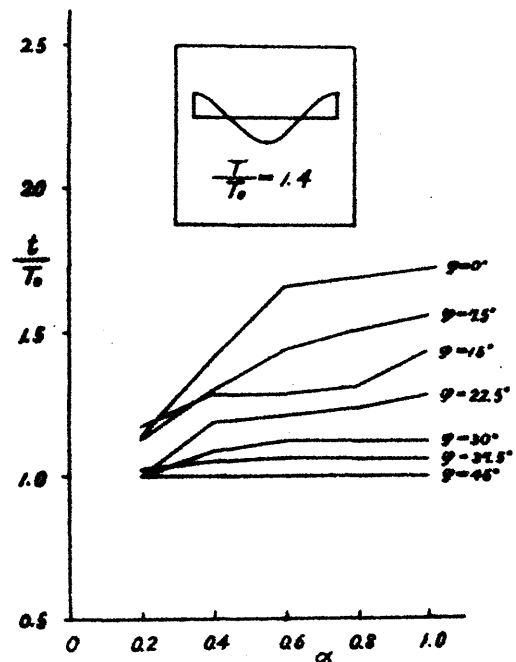
5) φ の値が小さくても、 T/T_0 の値が 1.0 以上になると「 α の如何に拘らず spectrum 曲線群のバラツキが多くなる」ということは、構造物の終局設計において α を一定値と定めて、しかも α の値を大きく取って剛構造を設計しても何ら意味がないことを改めて示唆するものである。

D. T/T_0 と α との関係 (T/T_0 および φ : parameters)

われわれが想定した3種の秒の地動について振動系の response の最大全振幅時の半周期 t と振動系の弾性応力時固有周期 T_0 との比を α に関して plot して第 3・4・21 図に示した。

こゝでは地動と振動系の周期比 $T/T_0 = 1.4$ の場合を参考までに図示した。

3種の秒状の地動に関して、これらの plot の全体的な大きな傾向は相等しく、そしてつぎのよう結論が下し得るのである。すなわち



第 3・4・21 図

1) すべての plot からいえることは、 α の値が大きくなるにつれて T/T_0 の値もまた大きくなる。い、換えれば、地動加速度の大

き地震波の作用によつて振動系の周期の伸びは著るしい。そしてさらにこの周期の伸びる模様は周期比 T/T_0 の値にも関係し、 T/T_0 の値が大きくなればなるほど、 T/T_0 の値は大きくなることがい、得るのである。

2) T/T_0 の値が小さい範囲においては、 α の値が大きいときに T/T_0 の値が 1 よりも小さくなることもあり得る。すなわちこれは、振動系の最大振幅が地動の作用中、つまり強制振動時に生ずる場合があるためである。

3) T/t_0 の値が小さいとき, φ を parameter とする曲線群のパラツキは小さく, T/t_0 の値の増大とともに曲線群は拡がりを見せる。 T/t_0 の値が 1.2 よりも大なるときは (たとえば第 3.4.21 図に示した場合には) $\varphi = 0$ なる非線型復元力特性をもつ振動系が最も大きな ζ/t_0 の値を示す。

4) T/t_0 が 1.6 より小さい範囲では (第 3.4.21 図の場合は再びこれに該当する), $\varphi = 45^\circ$ の振動系 (完全な線型系) に対する ζ/t_0 の値は一定で $\zeta/t_0 = 1.0$ となる。

3.4.4 Slip model に抽象され得る 1 自由度振動系の地震応答 spectrum

電子管式 analog computer を用いて前節で解析せられた 1 自由度振動系はその弾塑性履歴特性が Masing の model とよばれる系のそれに当て嵌まるものであつた (3.40)。

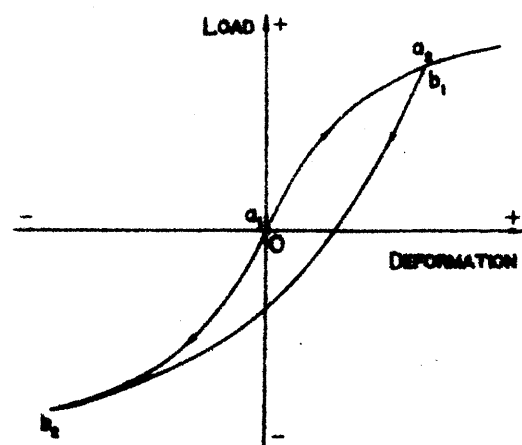
Masing の履歴 model というのは、実際の鋼構造のはり、やとくに溶接構造による Steel structure, あるいは一体に作られた鉄筋 concrete 構造物が交番荷重をうけるときに示す荷重-変形曲線に見られる hysteresis の特性を説明するために考えられたものである。現実の多くの構造物の地震時の挙動はしたがって前節に行なつた解析結果のようになるものと考えられるが、しかし、一方その動的性狀が単に Masing の力学的模型のみによつては説明せられないような構造物もまた少くないのである。たとえばその構造部材の接合部が、鉄、bolt, rivet, 釘打ち、あるいは一般に緊結されたいわゆる組立構造物にあつては、荷重の繰返しによつて、Masing の hysteretic model が示すものとは若干相異なつた傾向を呈示するのであつて、大抵の組立構造物は地震によつてその接合部には明らかに、かなりの滑り (slip) や内部的な dislocation が見られ、また接合部の変形の deterioration が顕著に認められるのである (3.41)。

1935 年に棚橋教授は鉄接鋼構造の部分的試験中に交番的な正負の静的荷重を加えて、生ずる曲げ moment の変動による試験片の変形ならびに終局耐力について注意深く実験せられたことがある (3.42)。この実験から得られた鉄接接合部に関して得られた荷重-変形曲線はその鉄接試験片に特有な複雑な模様を示し、そして試験片自身の deterioration はそんなに大きくないことを明らかにした。そして棚橋博士はこれらの実験によつて得られた荷重-変形曲線を Masing によるものと、もう一つ全博士自身の考察になる 2 種の機械的 model

をもつて説明せられたものであつた。棚橋教授の考えられた model は最近 Jacobsen 教授によつて slip model と名付けられたが (3.43), これはたとえば接合部が永久的ずみを起こした以後において rivet がその permanent deformation をした rivet 孔の中で slip することによつて生ずる影響を十分に説明するものである。

本節においてはこの slip model として表現することができる動力学的特性をもつた 1 自由度振動系の挙動に注目される。この単純化された特殊な構造物 (組立架構) の地震応答は前節で用いたと全く電子管式低速度型 analog computer によつて求められたが, この computer には本節の slip model の力学的特性を現出せしめるためにもう 1 組の back lash element が附加されたことを述べておく必要がある。

Masing の hysteresis model の特性は, 実験的に得られるある種の構造物の荷重-変形曲線の履歴 loop を説明するために考えられたもので, その荷重-変形曲線は第 3.4.22 図に示すように荷重の増大に伴う荷重-変形曲線は常に変形軸に対して上に凸であり, また除荷曲線は変形軸に対して常に上向きに凹となる。構造物に載荷の前歴 (history) がない場合には, 最初の (第 1 回目の) 載荷に対応する荷重-変形曲線はその構造物の静的試験より得られる処女曲線に一致し, そして除荷するに逆方向への載荷の曲線 $b_1 \sim b_2$ (第 3.4.22 図) はこの処女曲線 $a_1 \sim a_2$ の 2 倍に拡大されるものと想定せられる。このことは載荷の前歴に影響されない部分は単にこの荷重-変形曲線の処女曲線部分のみであつて, それ以後の除荷, 載荷曲線はすべてそれ以前の荷重-変形の模様に関係することを意味するものである。



第 3.4.22 図

このような hysteresis loop と Baushinger 効果 (塑性学でいう加工効果) を説明するたためのもう一つの model は 1922 年に C. F. Jenkin によつて提案されている (3.44)。これが Masing の model をさらに抽象化した, bi-linear hysteretic な復元力特性をもつ振動系を代表するもののなのである。すなわち Jenkin の model は第 3.4.23 図に示されるとともに示されるもので, これはわれわれが前節で取扱つた振動系の復元力-変位の関係

そのまゝに表わすものである。

他方、棚橋教授の *slip model* の抽象化された荷重-変形曲線は第 3・4・24 図 (b) で与えられるものであつて、前の第 3・2・23 図と比較すれば多分に様相を異にすることがわかる。

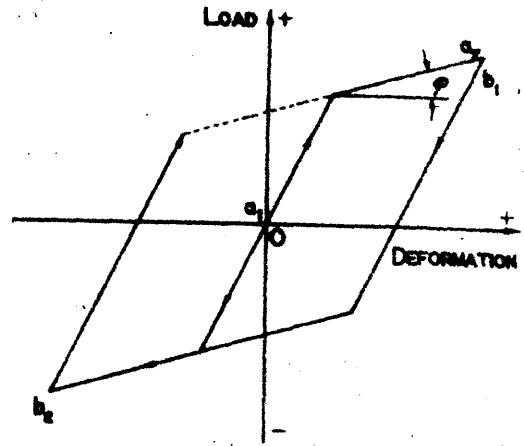
第 3・2・24 図 (a) に示されたこの *model* は機械的な例を挙げて、説明すると、固定された基礎 A に取付けられた三つの可動な *block* , B, C, および C' よりなるものと考えてよい。この

三つの *block* の間にはそれぞれ渦巻バネが挿入され、そして、これらのバネの端は *block* C および C' には固定されているが、各他端は *block* B に単に接するだけである。したがつて

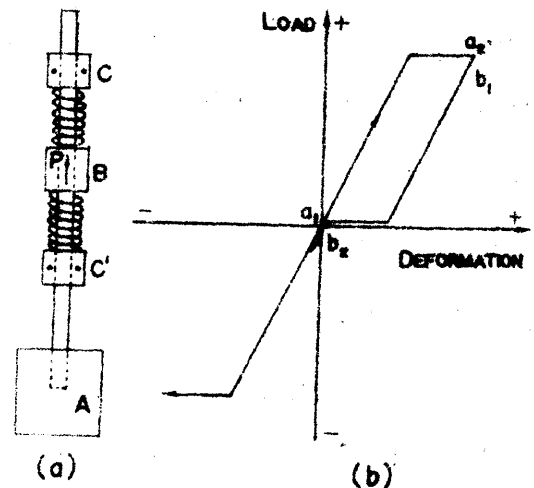
これらのバネは決して引張りの状態になることはなく、また *block* C および C' には *rod* との

間に一定の摩擦が働き、バネの圧縮力がその値以上になるとこれらの *block* C および C' は *rod* に沿つて移動する。 *block* B は *rod* との間に摩擦がなく、外力 P と、二つの *helical spring* によつて *block* C, C' 間を往復運動するものと考えてよい。

一般に若干の *type* の組立構造物はこの第 3・4・24 図に示すような *model* を一つの *Unit* として、それが各 B *block* をつぎつぎと結び付けたいくつもの *Unit* よりなり立っているものと見做すことができる。このような種類の *hysteresis loop* は第 3・4・25 図に示されるが、その *Virgin curve* は先程の第 1 種の *hysteresis loop* と全じであつても、除荷曲線 $b_1 \sim b_2$ はこの場合には、ちょうど *Virgin curve* $a_1 \sim a_2$ を逆向けに描いたようなものとなり、そして繰返し載荷に対応する曲線の形は *non-Virgin* の領域内ですでに描かれている除荷曲線



第 3・4・23 図

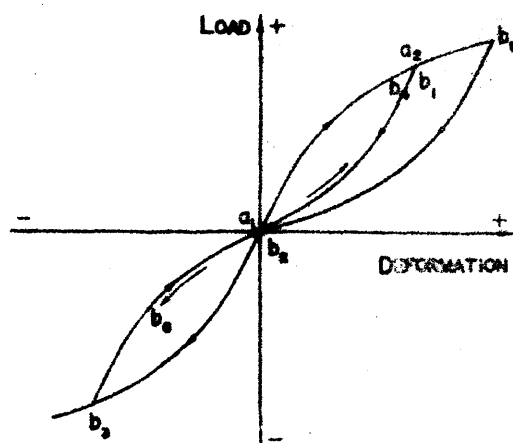


第 3・4・24 図

見做すことができる。このような種類の *hysteresis loop* は第 3・4・25 図に示されるが、その *Virgin curve* は先程の第 1 種の *hysteresis loop* と全じであつても、除荷曲線 $b_1 \sim b_2$ はこの場合には、ちょうど *Virgin curve* $a_1 \sim a_2$ を逆向けに描いたようなものとなり、そして繰返し載荷に対応する曲線の形は *non-Virgin* の領域内ですでに描かれている除荷曲線

の形状に一致する。

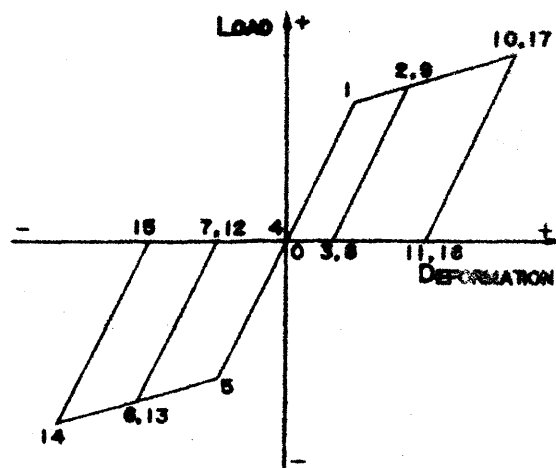
このような slip model の hysteresis loop を poly-linear な特性で近似することは容易になされ、それは第 3・4・26 図に示すようなものとなる。この図ではその荷重の極大値が段々と増大して行く場合の hysteresis loop が描かれているが、このような大きな正負の交番荷重の作用によって相当量の塑性流れ (plastic drift) が生じ、そして一旦生じた plastic drift によつて、それに対応する permanent set の区間の変移に対し



第 3・4・25 図

てこの model の復元力要素は有初に働かない。そしてこの復元力が zero となる滑りの量は、その後の載荷によつて新たに plastic drift が生ぜしめられる限り、段々と増大し、model は次第に deteriorate してしまうのである。

本節の目的はかかる slip model に抽象化される 1 自由度振動系の地震応答を、analog computer を用いて求め、その結果を解析することにあつたから、このような deterioration が徐々に進展する slip model の特性を電気的に模擬することから考察が始められた。



第 3・4・26 図

その大きさが段々と増大するような正負の交番荷重が作用する場合、第 3・4・26 図の荷重変移曲線はその poly-linear な表

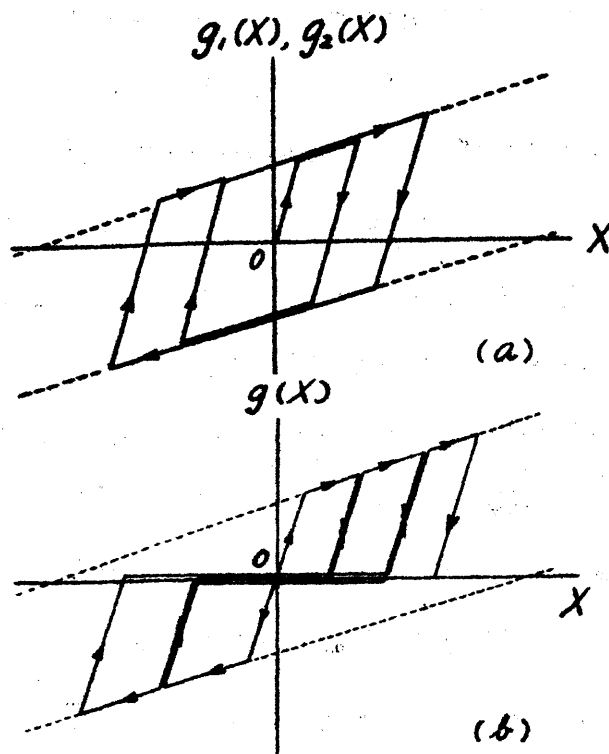
示の順線を図示の番号順に follow するが、このような複雑な機械系の特性を相似するためには第 3・4・27 図 (a) に示すような特性を 2 組、back lash element と linear element を組合わせて作り、そして hold 回路を利用した記憶装置を使用することによつて可能となる。すなわち、この 2 組の $g(x)$ 特性はそれぞれ振動系の変位 x の正、あるいは負の部分のみを

受持つ *bi-linear, hysteretic type* の復元力特性を備えるものとすれば、いずれか一つの *element* が演算を行なうとき、もう一つの *element* は *hold* の状態にある。これら二つの要素の切換えは *relay* ならびに *comparator* により、振動系の復元力特性の選択はその入力電圧 X の符号に基づいて行なわれ、結果として第 3・4・27 図 (b) に示すような非線型復元力特性を現出することができる。

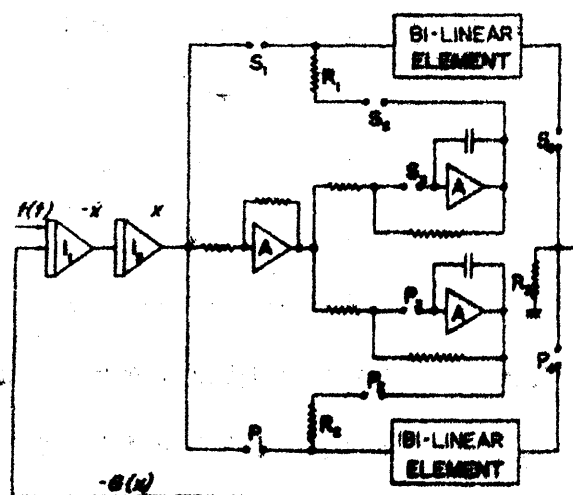
このような要素を備えた *analog computer* の *block diagram* は第 3・4・28 図に示されるが同図の中央に位置する *comparator* 及び *Switch* S_1, S_2, S_3, S_4 あるいは P_1, P_2, P_3, P_4 をそれぞれ自動的に開閉して、*comparator* の入力電圧 X の符号如何によつて、上または下の *back lash element* を動かせるのである。この *comparator* に繋がる 2 台の *hold* 回路はそれぞれこの振動系の復元力が *zero* となる最も新しい正、負の変位量を記憶し、そして、これは次に振動系の変位がその値に達するまで、それに対応する

back lash element を駆動せしめない働きをする。この *hold circuit* はその機能が完了するために若干の時間を必要とするため、他の演算との *time-lag* が生じないよう、*hold* 回路の操作の間は他の演算は一時自動的に *hold* される。この時間のことを *time of holding* といわれる。

第 3・4・29 図にはこの *slip model* 振動系の *response* の一例を示したもので



第 3・4・27 図



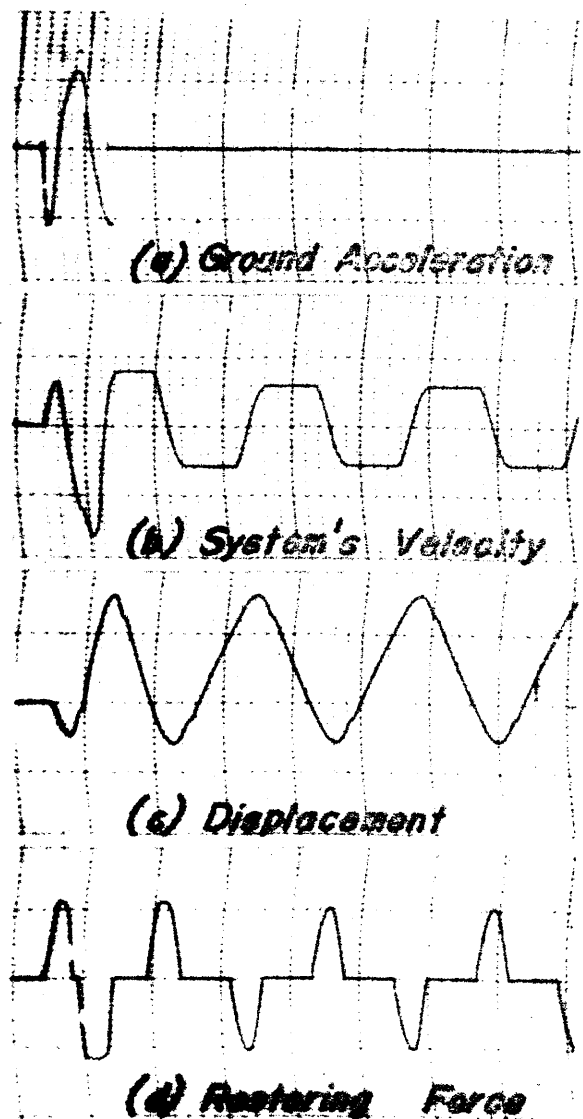
第 3・4・28 図

あるが、その displacement の変動の時間的 plot (第 3.4.29 図 (c)) を見て容易にわかるように、振動の各半 cycle ごとに曲線の不連続点が存在する。振動系の変位の時間的 plot は元来、その値、ならびにその時間に関する 1 次の導関数はともに連続である。この不連続点はすなわち計算途中の holding によって生じたものに他ならないから、これら 1 組の不連続点を結ぶ直線部分の長さに対応する時間は time of holding として、この系の振動周期の算定に当っては除かれなければならない (3.45)。

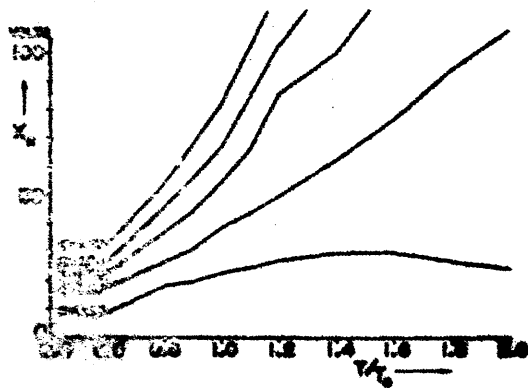
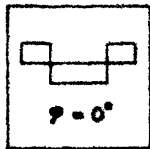
前節で取扱った Jenkin の model あるいは抽象化された masing の model の振動系の地震応答と比較して slip model 振動系の response を解析するために、対象とする response 量および parameter はすべて前節で採用したと全くものに着目せられる。地

震波としては抽象化された 1 cycle の versed-sine , および quadratic な変位 pulse を振動系に与え、各 parameter の組合せによる総計 450 組の response curve が京都大学工学部電子工学教室にある電子管式低速度型 analog computer を用いて、比較的短時日の中に求められた。

解析結果はすべて前節と同様な spectrum 表示として第 3.4.30 図ないし第 3.4.33 図に示される。1 cycle の矩形加速度波 (quadratic displacement pulse) の作用を受けた slip model 振動系の過渡振動の response curve から振動中の swing の最大変位量を読みとって、その絶対量を電気的な Voltage の表示のまゝで、周期比 T/T_0 に関する spectrum で呈示した第 3.4.30 図を観察するとつぎのような事柄が注目されるであろう。すなわち、地



第 3.4.29 図

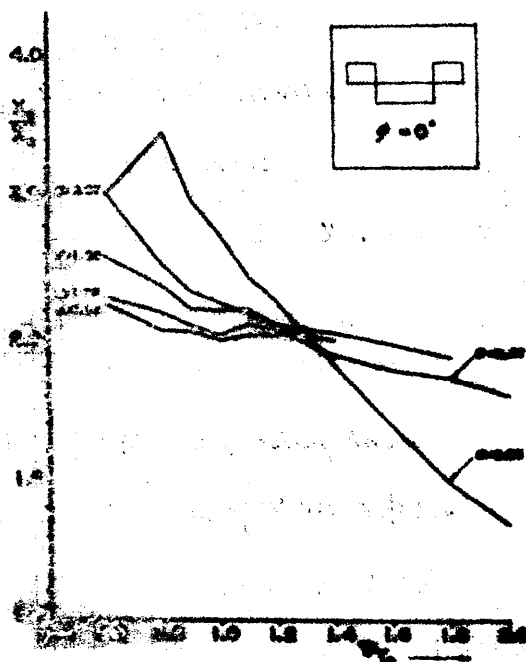


第 3・4・30 図

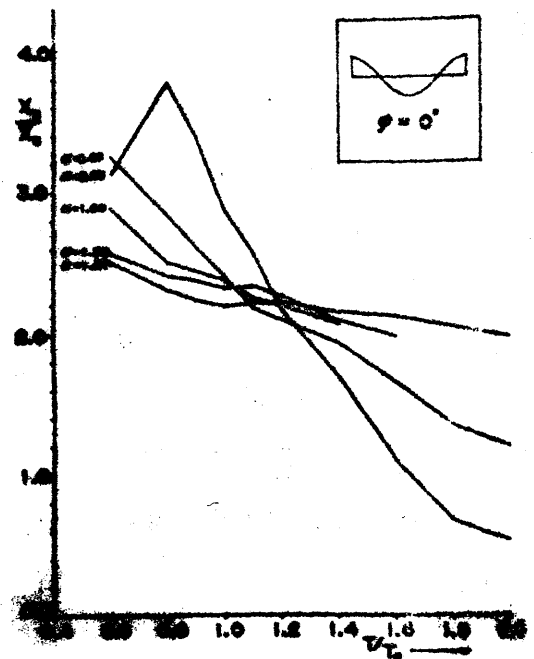
動加速度 α の値が大きければ系の最大振幅 X_R は $\propto T_f$ の増加とともに増大する。 α の値が 1 以上のときには spectrum 曲線は T_f の増加に従って単調に増大することは極めて顕著であるが、 $\alpha=0.33$ に対応する spectrum は $\propto T_f$ の値が 1.4 ないし 1.6 の範囲でや、不明瞭な peak をもつことが見られる。この傾向は前節の Jenkin の model について求められた結果の傾向とほぼ一致するところである。

振動系の振動中の最大振幅 X_R とそれに対応する

入地動変位 X_0 との比を quadratic および versed-sine の地動について spectrum 表示したものは第 3・4・31 図 および 第 3・4・32 図に示されるが、これら両図を比較すると、双方の response spectrum の一般的な傾向には何ら著しい差異が認められないことがわかる。このことは地動の形状が僅かに変化しても、結果に及ぼす影響はさほど重要ではないことを意味するものであろう。slip model 振動系の最大変位は X_R/X_0 の値で示したとき T_f の値が 1.2 以下の範囲では、ほとんど 2.0 以上の大きさになることが認められるが、前節の系に関する X_R/X_0 の spectra について観察された事柄はこゝでも全く全様にい、得るのである。



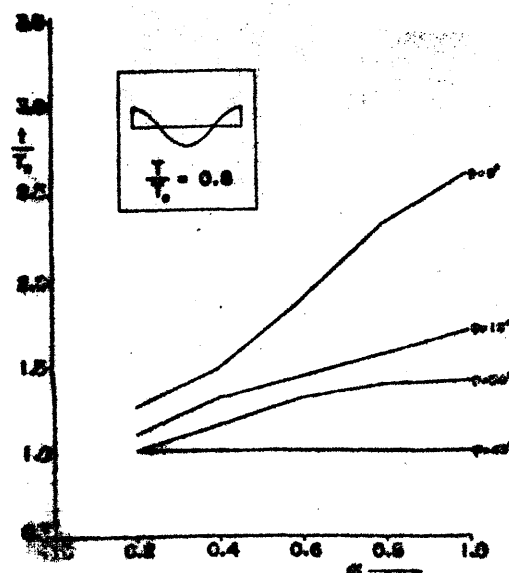
第 3・4・31 図



第 3・4・32 図

振動系が最大振幅を示す半 cycle の間の振動周期の伸びは *slip model* の場合時に顕著である。

第 3.4.33 図はこの抽象化された振動系の塑性域における復元力曲線の傾斜角 φ が Zero になるとき (すなわち完全塑性のとき), $d = 1.0$ で $T/T_0 = 0.8$ なる *versed-sine displacement pulse* の 1 cycle の作用を受けた振動系の最大振幅時の半周期が, 系の初期固有振動周期の 2.5 倍以上になることを示すものである。



第 3.4.33 図

第 3.4.33 図に描かれた *spectrum* 曲線群は前節の結果よりもさらに分散が著しいことはそれが主

として *slippage* によるものであると考えられるだけに非常に重要視されなければならない。

本節の解析結果から一般にいえることは *slip model* の系の最大変移量ならびに周期の伸びの量が前節の *Jenkin* の *model* の系に比べてかなり大きいということである。このことは *slip model* の系にあつては大振幅での振動の 1 cycle の間の復元力が *Jenkin* の *model* の系ほど有効に働かないこと, したがつてその振動の 1 cycle に消費される *energy* がより小さいことが上記の事柄に対する理由として挙げられるが, これら 2 種の *model* の系の *prototype* が現実に存在する以上, 耐震構造の面においても, これらもなお, これら 2 種あるいはそれ以上の *type* の *model* について研究されることが是非必要であると考えられる。

本章に示した基礎的な考察の結果からは *Jenkin* の *model* に相当する構造物はそれが弾性域を超えた振動時に振動 *energy* を多量に吸収するゆえに耐震的であり, また *slip model* の耐震性に関しては大変移によつてその振動周期の著るしく伸びることによつて大変移をなした以後の地動との共振 (過渡共振) を避け得るという点に, 今後さらに解明, 考慮すべき多くの興味ある問題が存在するように思われる。

オ5章 結 論

オII編では構造物の地震応答を求める問題が従来の線型理論にはよらず、新しく脚光を浴びてきた非線型過渡振動理論の立場から論じられた。構造物を構成する材料が現実を示す力学的特性とできるだけ忠実に考慮に入れて解析することは、とりも直さず、構造物の地震応答を従来よりも一層実際に近いものとして取扱うことであって、その結果は構造物の耐震性に関する誤まりのない知識とわれわれに与え、そして合理的な構造物の耐震設計法の樹立への正しい針路を示すものとして重要性をもつのである。

けれども、この非線型過渡振動の理論に基づいて構造物の地震応答を求めることには非常に多くの制約と難解な問題が伴っているのであって、われわれの採り得る解析手段は線型理論に比較して著しく少なく、そしてまた一般性を欠くものといわなければならない。したがって本編においてなされた考察はこれら若干の解析手段でもって複雑な現象の解明に真正面から立ち向かう結果とならざるを得なかったとも見られ得るのである。

本編のオ1章においては、この構造物の非線型過渡振動の問題と取扱うに至るまでの背景と、そして問題を複雑ならしめる要因についての基礎的な考察を施し、そして主に構造物の動力学的な荷重-変形の特性と地震波動のもつ不規則性について論議が集中的になされた。また、これに対して従来の線型理論がこの問題に関する限り全くその適用性を欠くものであることが明らかに論じられている。

オ2章では、したがって、一般的な非線型振動論として発達してきたものの中で構造物の地震応答の問題、すなわちわれわれの問題に適用し得る各種の解析手段の比較的な考察がなされ、まず非常に簡単な系の振動問題に帰し得る場合に対して現在までに試みられた解法を列挙し、その発展的な背景を述べ、そして実用的な応用範囲が示された。すなわち1自由度振動系の非定常問題の解法として、過去の多くの研究者によって考案され、提唱されてきたものはそれに用いられる根本原理にしたがって分類すれば *step-by-step* 数値積分法、*step-by-step* 図式積分法、線型理論からの拡張の試み、機械的な模型による実験的解析法、および電気的な *analogy* の5種に大別できること、そしてその各々に対して考案された方法の若干についてはその章で改めて概要を述べ、また最も効果的に適用され得る問題が指摘された。

解析的な *Ritz-Galerkin* の方法および *Kryloff-Bogoliebouff* の方法は 1 個の非線型復元力関数をもった振動系の定常的な挙動と論ずる場合にはともに非常に高く評価された解法であつて、これらは振動系が非定常的な外力を受ける場合にも拡張することができるとも、時間的な変動の極めて大きい地震動による構造物の *response* を求めるには *step-by-step* 数値積分法かあるいは図式解法の方が多分に実用性を具備していたこと、そして前者は *digital computer* の発展とともにますます重要度を加え、また後者はその簡便さの故に、前者による計算結果を吟味し、そして新しく計算問題の所在と探求するために今後ともますます不可欠なものとなつて行くであろうことが結論的に詳述されたのである。

電子管式の相似計算機による解析方法は、想定された振動系の力学的特性を電気的に相似することが十分に可能な場合には、極めて厳正解に近い答を迅速かつ簡単に求めることができること、その原理の紹介と併せて簡単に記述された。

2 階の常微分方程式で支配される 1 自由度振動系の過渡振動を解くための代表的な二つの図式解法、すなわち *Meissner* の方法と *Phase-plane-delta method*、あるいは筆者らによつて提示された修正 *delta* 法に関するかなり詳細な議論も第 2 章でなされたが、これらの方法がいままでは単に 1 自由度振動系についてののみしか適用し得なかつたことは筆者らにとって不満であつた。そこで第 3 章にはこれらの方法を拡張して、多自由度振動系の地震応答を求め得るような形に導いた結果が示された。*step-by-step* 演算において時間間隔に対応する図面上の解曲線がなす角度を小さく採るとき、振動系の初期条件と考へ併せれば、*numerical integration* におけると同じ原理で各 *step* の図式演算の際に与えるべき初期条件が前の *step* に関しての演算結果から与えられることに着目して、振動系の自由度と同数の作図面、あるいは位相面上にその振動系の *step-by-step* の時間的な変動が画き得ることが明らかにされたのである。

第 3 章において、これら図式解法によつて求められた単純な振動系の抽象化された地震に対する応答は非線型領域における振動系の変位と復元力との関連性、振動速度の変化の状況、さらには振動系の振動同期の伸長する様相など過去の地震の際の観察や構造物の非線型大振動時の実験結果から明らかにされた事実を良く説明し得ることが指摘せられた。そして数個の質量とばねをもつ振動系に抽象され得る構造物の全般的な挙動、たとえば最大振幅や振動

周期などの時間的な変動を重心的に問題にする場合には前の第2章で取扱われた1自由度系に対する考察の結果が非常に有用であることが注目せられたのである。

本編において一貫して採られてきた研究態度はその考察の各段階において断片的に論じられてきたが、こゝでこれらを総めて見るとつぎのように要約できるであろう。すなわち構造物の震の耐震性を究明するためには構造物が地震によって極限変形状態に至る挙動の全過程を知る必要があるのであって、

- (1) 地震動は破壊的な波を予想し、その非定常性を認識して掛かること、
- (2) したがって、構造物の挙動は定常振動ではなく、非定常振動として捉えなければならないこと、
- (3) そして構造物の極限状態としてはその力学的特性の非線型化が必然的であり、非線型領域における挙動としては非定常振動そのものの挙動を求めなければならないこと、
- (4) 最後に求められた非線型挙動より逆に構造物を最も危険な状態に陥れる破壊的地震波を見出し、これを破壊力の尺度とすべきである。

このようにこれらの段階を経て尺度として定められた地震力は、当然構造物の極限状態をその背景として決定せられたものであり、そしてまた得られた非線型挙動は構造物の耐震性を論ずるための好例の資料たることには疑いない。もちろん建築構造物は単純なものではなく、上記の段階を経る途中に幾つかの仮定が含まれているが、それらの諸仮定は実験的事実の欠如のために避け得られないものが大抵であり、したがって仮定に柔軟性を与えたものも少なくないが、これは今後の実験に俟つ他はない。しかし、今日までに実在の構造物の力学的挙動とこのような現実から知るためになされた実験もすでにかなりの数に上り、そしてその中で現在われわれが論じている問題に反映されるべき解析結果も多いのである。この構造物の示す力学的特性に関する論議は總めて次篇に譲られるが、第4章においては上記の立場に立つて構造物の地震応答 *spectrum* に興味が集中せられたのであった。

第4章では建築物の構造主体に多分に抽象化を施すと同時に、その力学的性質の変化に応じてこれに *parametric* な表示を与え、抽象化された地震動の *intensity* と時間的な要素との変動に伴って得られる地震応答に対して *spectrum* による表現が試みられた。すなわちこれは地震動の性質をいろいろに変えたときに、ある *type* の非線型復元力特性をもつ構造

物に対して最も不利な作用を与える地動はどれかという問題に解答をとんとするものであった。

かゝる考察は勢い多種多様な個々の case についてそれぞれの非定常的な response を探見し、それらを総合する仕事の上に立つものであって、このためには第2章で論議せられた Meissner の方法、Phase-plane-delta method、および低速度型電子管式 analog computer による方法が大々的に利用せられ、そしてこの解析において各方法の長短が遺憾なく發揮せられたのであった。各種振動系の振動中の最大変形量や振動周期に関する spectrum 解析結果とそれに対する具体的な議論は第4章に挙げられているが、それらの結果がいずれもこの難解な命題の全貌を部分的に少しづつ明らかにして行くものであり、とくにこの章では backlash element をもった電子管式低速度型 analog computer が hysteretic type の bi-linear 復元力特性を有する質点系の非定常振動解析を極めて容易ならしめ、そして将来におけるこの computer の利用はますます一般化され、重要性を増大するものであることが結論とせられたのである。

第Ⅲ編の引用文献：

- 3.01) Ryo Tanabashi, "On the Resistance of Structures to Earthquake Shocks", Memoirs of the College of Engineering, Kyoto Imperial University, Vol. IX, No. 4, 1937.
- 3.02) Lydik S. Jacobsen, "Vibration Research at Stanford University", Bull. Seismological Society of America, Vol. 19, No. 1, pp. 1-27, March 1929.
- 3.03) J. J. Stoker, "NONLINEAR VIBRATIONS in Mechanical and Electrical Systems", Interscience Publishers, Inc., New York, N.Y., pp. 1-267, 1950.

- 3.04) N. Minorsky, "Introduction to Nonlinear Mechanics", Ann Arbor, Mich., 1947, and, A. A. Andronow and C. E. Chaikin, "Theory of Oscillations", English language edition, Princeton University Press, Princeton, N.J., 1949.
- 3.05) J. Lamoën, "Sur la sollicitation dynamique par le vent des édifices élancés", Mém. acad. roy. Belgique, Class sci., Vol. 12, No. 1437, 1932.
- 3.06) J. Lamoën, "Étude graphique des vibrations de systèmes à un seul degré de liberté", Rev. universelle mines, Series 8, Vol. 11, No. 7, May 1935.
- 3.07) E. Meissner, "Graphische Analysis mittelst des Linienbild einer Funktion", Schweizerische Bauzeitung, 1931-1932, Zürich.
- 3.08) 津村正光, 牧之内三郎, 福尾信平, 「非線型振動の図式解法 (E-函数法) I, II」, 日本機械学会論文集第17巻, 第57号, 1951.
- 3.09) 小堀鐸二, 金多 潔, 「地震による構造物の非線型振動序説」, 日本建築学会論文集第51号, pp. 50~60. 昭和30年5月.
- 3.10) J. B. Wilbur and R. J. Hansen, "Behavior of Structural Elements Under Impulsive Loads, I and II", A report submitted to New England Division, Corps of Engineers, in partial completion of Contract No. DA-19-016-eng-239, Massachusetts Institute of Technology, November 1950.
- 3.11) 棚橋 謙, 小堀鐸二, 金多 潔, 「非線型過渡振動 (その 1) — 問題の所在と解法の呈示」, 日本建築学会研究報告第29号, pp. 207~208. 昭和29年10月.
- 3.12) 棚橋 謙, 小堀鐸二, 金多 潔, 「非線型過渡振動 (その 2) — 塑性領域に於ける挙動」, 日本建築学会研究報告第29号, pp. 209~210. 昭和29年10月.

- 3.13) 棚橋 諒, 小堀 鐸二, 金多 深, 「非線型過渡振動(その3) — 地震波の想定に基づく破壊力の尺度」, 日本建築学会研究報告オ27号, pp. 211~212, 昭和29年10月.
- 3.14) Karl Klotter, "Non-linear Vibration Problems Treated by the Averaging Method of W. Ritz", Proc. First National Congress of Applied Mechanics, 1951. The American Society of Mechanical Engineers.
- 3.15) Toshihiko Hisada, "Nonlinear Vibrations of Two Story Building", 日本建築学会論文集第50号, pp. 67~79, 昭和30年3月.
- 3.16) Takuji Kobori and Ryoichiro Minai, "Study on Unstationary Vibration of Building Structure with Plastic Deformation of Substructure", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 1085-1104, July 1960.
- 3.17) Norihira Ando, "Nonlinear Vibrations of Building Structures", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 1045-1060, July 1960.
- 3.18) William E. Milne, "Numerical Solution of Differential Equations", John Wiley and Sons, Inc., New York, N. Y., 1953.
- 3.19) 小堀 鐸二, 金多 深, 「非線型振動問題の解法の建築への応用」, 日本建築学会研究報告, 第32号(近畿支部), 昭和30年6月.
- 3.20) 石崎 澄雄, 「構造物の振動計算に対する差分法の適用について」, 日本建築学会研究報告, オ30号(近畿支部), 昭和30年1月.
- 3.21) N. Kryloff and N. Bogoliebouff, "Introduction To Non-linear Mechanics", A Free Translation by Solomon Lefschetz of Excerpts from Two Russian Monographs, Princeton University Press, Princeton, N. J., pp. 1-105, 1947.
- 3.22) Karl Klotter, "Non-linear Oscillations", A Lecture at the Division of Engineering Mechanics, Stanford University, Stanford, California, March 1957.

- 3.23) W. F. Sheppard, "Central Difference Formulae", Proc. London Mathematical Society, Vol. 31, 1899.
- 3.24) Mario G. Salvadori, "Earthquake Stresses in Shear Buildings", Proc. A. S. C. E., Vol. 79, Separate No. 177, pp. 1-23, March 1953.
- 3.25) N. M. Newmark, "Computation of Dynamic Structural Response in the Range Approaching Failure", Proc. of the Symposium on Earthquake and Blast Effects on Structures, 1952.
- 3.26) C. S. Whitney, B. G. Anderson and M. G. Salvadori, "Comprehensive Numerical Method for the Analysis of Earthquake Resistant Structures" Jour. of American Concrete Institute, Vol. 23, No. 1, Sept. 1951.
- 3.27) Lydik S. Jacobsen, "On a General Method of Solving Second Order Ordinary Differential Equations by Phase-Plane-Displacements", Jour. of Applied Mechanics, Vol. 19, No. 4, Dec. 1952.
- 3.28) 棚橋 諒, 小堀 鐸二, 金多 孝, 「Meissnerの方法による非線型振動の解について」, 日本建築学会研究報告第28号(近畿支部), 昭和29年6月.
- 3.29) V. Bruce, "A Dynamic Analogue for Investigating Differential Equations with Periodic Coefficients", Navy Contract N6-ONR-251, Task Order II, Departments of Engineering and Mathematics, Stanford University, Stanford, California, May 1948.
- 3.30) Lydik S. Jacobsen and Robert S. Ayre, "ENGINEERING VIBRATIONS with Applications to Structures and Machinery", McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, N.Y., pp. 258-259, 1958.
- 3.31) Lydik S. Jacobsen and Robert S. Ayre, "Development of a 'Deformation-Model' of a Building for the Study of Blast Load Effects", Navy Contract N6ori154, Task Order I, Structural Dynamics, Technical Report No. 17, Vibration Research Laboratory, School of Engineering, Stanford University, Stanford, California, June 1952.

- 3.32) Lydik S. Jacobsen, Alan W. Trorey and Harry A. Williams, "Further Development and Tests of a Collapsible, Elastoplastic Deformation Model", Navy Contract N6 ori 154, Task Order I, Structural Dynamics, Technical Report No. 18, Vibration Research Laboratory, School of Engineering, Stanford University, Stanford, California, August 1953.
- 3.33) Lydik S. Jacobsen, "A Short Summary of the Structural Dynamics Research Carried Out at Stanford University Under the Sponsorship of the Office of Naval Research", Navy Contract N6 ori 154, Task Order I, Structural Dynamics, Technical Report No. 19, Vibration Research Laboratory, School of Engineering, Stanford University, Stanford, California, August 1953.
- 3.34) K. M. Adams, R. A. Morris and R. I. Skinner, "An Analog Computer for the Determination of the Earthquake Response of Buildings in Bending and Shear Models", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 1181-1194, July 1960.
- 3.35) R. I. Skinner, K. M. Adams and K. J. Brown, "Handbook for Determination of Response of Shear Buildings to An Earthquake", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 719-738, July 1960.
- 3.36) 小堀鐸三, 金多 泰, 南村良一郎, 水加耕治, 「構造物の耐震設計とアナログ・コンピューター (アナログ・コンピューターによる非線形過渡振動解析)」, 日本建築学会論文報告集第63号, pp. 297-304, 昭和34年10月.
- 3.37) M. A. Biot, "A Mechanical Analyzer for the Prediction of Earthquake Stresses", Bull. of the Seismological Society of America, Vol. 31, No. 2, pp. 151-171, April 1941.
- 3.38) Donald E. Hudson, "Response Spectrum Techniques in Engineering Seismology", Proc. First World Conference on Earthquake Engineering, Berkeley, California, pp. 4-1-12, June 1956.

- 3.39) 小堀 鍾二, 「地震による構造物の非線型振動について」, 日本建築学会研究報告オ28号, (近畿支部), 昭和29年6月.
- 3.40) Takuji Kobori, Kiyoshi Kaneta, Ryoichiro Minai and Koji Mizuhata, "Analog Computer Analysis of Non-linear, Transient Vibration of Structures", Proc. 9th Japan National Congress for Applied Mechanics, 1959, pp. 395-398, May 1960.
- 3.41) Takuji Kobori, Kiyoshi Kaneta, Ryoichiro Minai and Koji Mizuhata, "Analog Computer Analysis of Non-linear, Transient Vibration of Structures (Second Report)", Proc. 10th Japan National Congress for Applied Mechanics, 1960, pp. 391-394, May 1961.
- 3.42) Ryo Tanabashi, "Tests to Determine the Behavior of Riveted Joints of Steel Structures under Alternate Bending Moments", Memoirs of the College of Engineering, Kyoto Imperial University, Vol. VIII, No. 4, 1935.
- 3.43) Lydik S. Jacobsen, "Damping in Composite Structures", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 1029-1044, July 1960.
- 3.44) Stephen P. Timoshenko, "Strength of Materials, Part II", Third Edition, D. Van Nostrand Company, Inc., 1956, p. 416.
- 3.45) 三木 光爾, 「電子管式アナログ・コンピュータの自動プログラミングについて」, 京都大学工学部電子工学科特別研究論文, 昭和34年4月.

要 約

第IV編は主として構造物の振動時に構造体内に吸収される energy, すなわち構造減衰の問題を取扱ったものである。振動系に減衰が存在することはそれが地震時に系に過大な応力を生じないために望ましいものであり、そして構造物が地震時に外部から与えられた energy を吸収するのは主に構造材料の弾塑性性質によるものである。これらの事柄と第III編で行なった非線型振動と対応させて定量的な考察が進められている。

第1章 序 論 — 既往の諸研究成果の要約ならびに検討

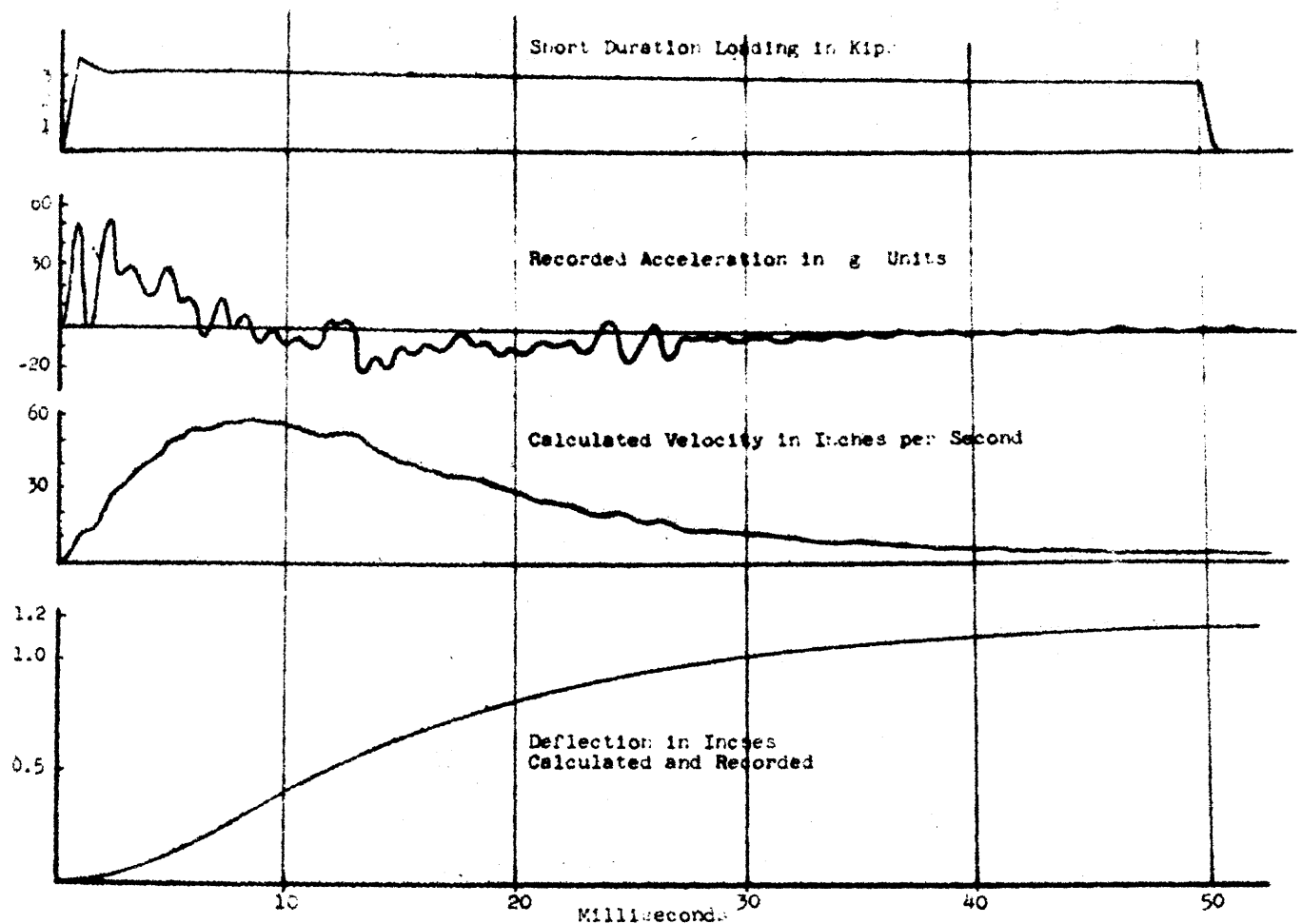
構造物の地震応答は地震をうける構造物の動力学的な性質の充分な認識の上に立つてはじめて明確な議論がなされ得るものである。前の第III編に呈示した構造物の地震応答に関する考察では地震時の構造物の動力学的な復元力-変形曲線にある種の仮定を設けて、これに基づいた構造物の非線型振動の模様が解析せられたが、現実の構造物が地震時に示す復元的性質はそこに想定せられたものに如何程の妥当性を与えるかということは一つの重要な問題である。それは単に前章の解析結果がどの程度の信頼性をもって現実の構造物の地震時の挙動を良く説明し得るかということに関連するのみならず、また前編の結果と架構の耐震設計法に適用する際の根據として人々の工学的判断をたねさせるだけの大きな意味をもつのである。

たとえば構造物振動系のもつ摩擦が地震時の応力を制限するのに大きな役割を有すること、すなわち地震荷重に対して抵抗するという建前からいえば、かなり多量の減衰が構造物に存在することはそれが地動によって与えられた構造物の振動 energy を吸収し、そして地動と構造物がほとんど共振に近い状態においてなお且つその振幅を増大せしめないことは夙に M. P. White 教授 (4.01), あるいは L. S. Jacobsen 教授によって指摘せられ、論じられた (4.02) にも拘らず、その定量的な減衰性状の認識は現実の構造物を対象とする限り非常に困難な問題であった。

すなわち多くの構造材料の弾性域における内部摩擦は一級に微小な量であるから、われわれは材料の弾性領域における減衰量を、とくに架構に塑性 hinge が発生し、大きなひずみが果

中せるような状態において問題にしなければならないからである。このことは強い外力の作用によって、あるいは材料の収縮、乾燥、建築物の不同沈下などによって生ずる亀裂のごとき、どちらかといえば *accidental* なし、かも *unintentional* な塑性 *hinge* と、そしてこれとは別個の一般的天鉋、*bolt*, *rivet*, 釘、その他 *clamped* の接合部とわれわれが設計し、こゝで多量の *energy* 吸収を回すものの2種について考察を施さなければならないといひ得るのである。経験的あるいは実験的にわれわれはかゝる構造物の塑性 *hinge* の塑性変形量、あるいは一般的に *clamp* された構造部材の接合部において起り得る摩擦を伴う滑りは構造物の力学的性状、とくに振動の減衰性状に極めて大きな影響をもつことを知っている。しかしこの事実は多くの静的な載荷実験によって得られた知識に基づくものであり、そしてこれらの実験の中で地震時に構造部材が受けるような交番的な荷重を数 *cycle* 加えるような載荷方法による実験は非常に少ないものといわねばならない。構造物の振動減衰の定量的な認識は、したがって断片的な資料の蓄積の上に立って、且つ本質的な問題の解決は不同のまゝに放置されてきたという実状にあるといえよう。たとえば交番的な正負の方向に静的な荷重を加えて実験された構造物の挙動がどれほど長くその構造物の動的性状を説明し得るかということは何時でも走まって擧げられる疑問であるし、ほとんどすべての研究者が構造物の動的な剛性は静的のそれに比べて大きく得られることには同意しても、それがどれほど大きくなるかについて正しい答を得ることは依然として困難なのである。

Massachusetts工科大学の Wilbur, Hansen 両教授は鉄筋 *concrete* ばりの静的および動的な実験を行なつて (4・03), いわゆる長時間 (10 sec) 外力を作用せしめた場合と、短時間 (50 *millisec*) の加力による場合には、ばりの抵抗力はその静的な抵抗力に比べてそれぞれ 0 ないし 6%, および 15 ないし 30% も増大し、さらに減衰によって吸収された仕事量はそれぞれ約 15% および 30% も静的載荷の場合よりも大きくなることを結論として導いている。この場合実験に使された試験片は断面が $3\frac{1}{2}'' \times 4\frac{1}{2}''$, 長さ 72" の鉄筋 *concrete* ばりであり、このばりの弾性時の固有振動周期 T は約 35 *millisec* となる。したがって“短”時間載荷はほぼ $1.5T$ に相当し、“長”時間の載荷は約 $300T$ に対応することになる。このばりの短時間載荷時の動的な挙動は第 4・1・1 図に示されるが、その加速度の記録には、ばりの 5 次ないし 6 次の固有振動周期 (約 1.4 *millisec* および約 1.0 *millisec*) が卓越している

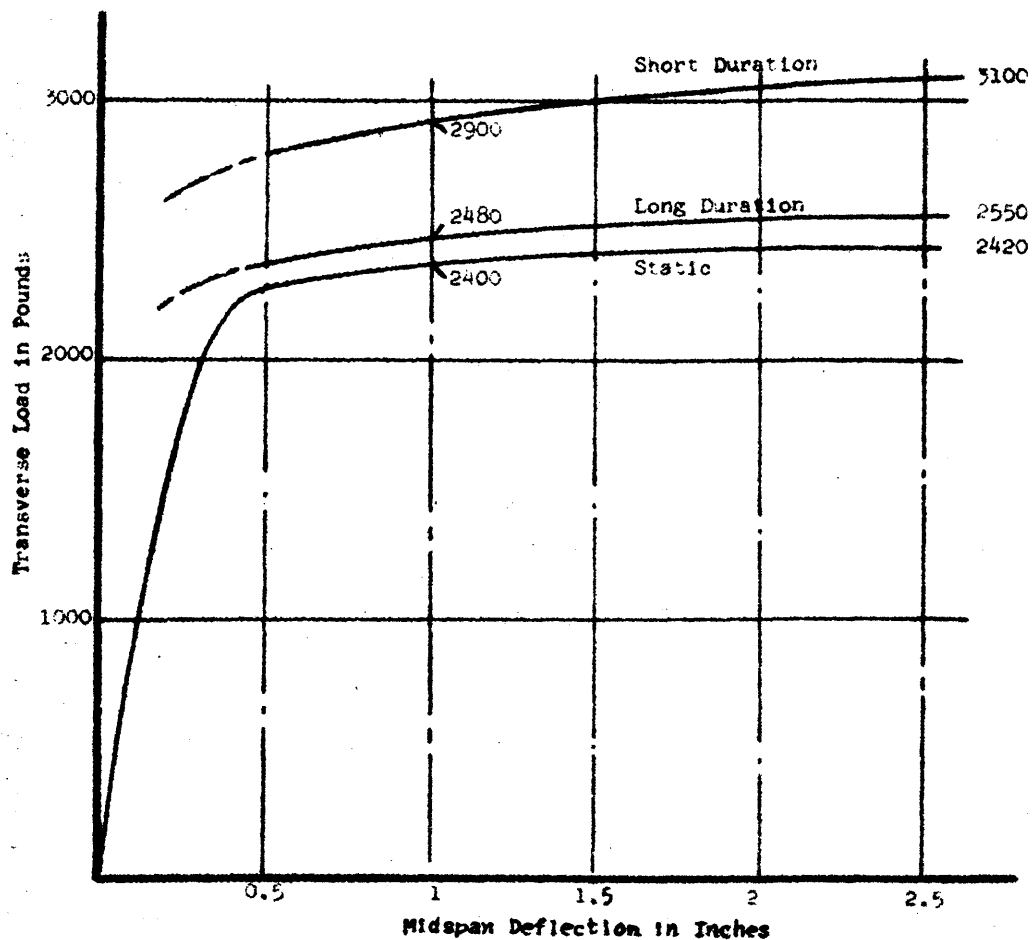


第 4・1・1 図 鉄筋 concrete ばりの中実における荷重、加速度、速度ならびに
たわみの時間的な変動

ことが認められる。

Wilbur, Hansen 両教授の実験記録をこのばりに与えた荷重とばり中実におけるたわみとの関係にて示せば第 4・1・2 図のようになるが、この図からはばりの動的な抵抗は静的な載荷の場合よりも高く、たとえばたわみが 1 吋のところでは短時間載荷 (0.05 sec) の場合の抵抗力は 2,900 磅度であって、静的な剛性 2,400 磅度/吋 より 20% も高くなっていることが示される。

このように構造物の力学的特性はその載荷速度の大きさ如何によって種々のバラツキを示すことが明らかにされるが、その構造物の剛性、あるいは一般的な力学的性状を明らかにするための実験的研究は多くその解析の困難さのために上の事実を不明のまゝに残して、その徹底的な解明を後日の研究に譲ることにしてなされてきたのである。したがって、われわれはかゝる



第 4・1・2 図

解析結果を検討する場合に幸に載荷速度の重要性ないしは動的な載荷と静的載荷の本質的な差異を念頭においてかゝらねばならないものである。

通常の架構建築物に用いられる材料の力学的特性を動力学的な立場から明らかにせんとする試みは 1930 年 Lydik S. Jacobsen 博士によつて始められた(4・04)。この研究は 9 呎 × 9 呎 の寸法をもつ木造の壁体の動的剛性ならびに減衰性状を Stanford 大学の振動研究所にある振動台を用いて定量的に把握することを目的としたものであつた。同時に実物の $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{4}$ の大きさの壁体模型を作り、これらによつて縮尺模型の相似性を調べるとともに相対的な載荷速度の変化に対する影響が注目された。そしてこの実験によつて、壁体の変形量は動的な外力の大きさ(絶対値)に比例するが、その所要速度あるいは外力の振動数が最大変形量に及ぼす影響は極めて著しいこと、また模型縮尺の相似律は *dimensional theory* による結果とよく一致することが明らかにされた。壁体を構成する木材の木目(あるいは *sheathing*)

の方向の影響についても検討が施された。この研究によって得られた結論はつぎのように要約されよう。

- (1) 5種の縮尺による模型の壁体に関する実験結果はほぼ同一の傾向を示すことから、小さな縮尺の模型による実験の資料も十分信頼することができる。
- (2) 木材の接合に用いられた釘の作用で *panel* の弾性が均一でないこと、壁体内の摩擦などの要因によって地動との共振は見られず、壁体の最大変形量はほぼ地動振幅の2倍以内に収まること。
- (3) *Diagonal sheathing* の壁体の方が *horizontal sheathing* のものに比べて初期剛性が大さく、したがって微少な動的荷重に対する抵抗力が大であるが、*horizontal sheathing* の壁体は *flexible* であるために、ある種の *type* の大きな動的荷重に対しては *diagonal sheathing* よりも優れていることがある。
- (4) 壁体の崩壊あるいは弾性的な釣合を失う時期、およびそのときの変形量は明確におさえることができない。それは木材自身の破壊が明白に認められず、接合部に使用された釘が漸次緊結力を欠いてくるからである。

木構造の壁体あるいは屋根 *panel* の剛性に関しては Oregon Forest Products Laboratory および Forest Products Laboratory, University of Wisconsin の研究者によって広汎な研究が続けられ、一連の報告書が出されている (4.05, 4.06, 4.07, 4.08)。

Oregon Forest Products Laboratory の J. R. Stillinger 氏の報告 (4.05) は 20×60 呎の屋根 *panel* に普通の木材あるいは合板 (Plywood) を貼り合わせたものに関して種々の荷重段階における強度と剛性を実験的に求めたものである。供試体は *panel* に貼られる木材あるいは合板の厚さや方向を変え、釘間隔を変化せしめ、開口部の有無その他境界条件の異なるいくつかの場合を想定して製作され、これが2個の 30 ton 容量の水圧式 *jack* によって繰返し載荷がなされた。この報告には 11 項目からなる実験結果の結論が挙げられているが、その中特に重要と思われるのは壁体の構成法、すなわち *panel* に貼られる木材の方向によって壁体の強度が支配されること、木材の乾燥度が終局強度に及ぼす影響の大きいこと、その他施工法に対して注意すべき点が多いことなどであろう。

この *J. E. Stillinger* 氏の研究が一般的に木構造物の力学的性状を相当明らかにしたとはいえず、爆発的な荷重や風力、地震の影響などを問題にして木構造物の設計に資するには、その実験装置ならびに方法にいま一つ満足すべき点が見出せないと主張する *University of Wisconsin* の *D. V. Doyle* 氏の論文 (4.06) はやはり前と全く 20×60 呎の実物大の屋根 panel および 8×8 呎の壁体 panel を対象として実験的研究を行なっている。この研究は *Stillinger* 氏の実験に比べて載荷時の panel の変形ならびに種々の荷重段階における測定をずっと多く行なっており、極めて詳細かつ信頼し得る荷重-変形曲線を各種 panel について呈示したところに特色がある。そして載荷を終了した以後の zero 荷重時において *permanent set* を記録し、その値と panel の最大変形量の値とを関連づけた点もまた注目されてよい。各荷重段階における panel の変形の姿態は興味ある傾向を示すが、しかしこのような種々の事実が *Doyle* 氏の報告の結論にはあまり強調されていない点が惜しまれる。

J. W. Johnson 氏の報告 (4.07) は前に挙げた *Stillinger* 氏の報告 (4.05) と全く同じ線に沿った研究をたゞ材質の異なる木材について行なっているに過ぎないのであまり興味がなく、むしろ同氏と *C. H. Burrows* 氏とによる共同研究の結果 (4.08) の方により重要性が認められる。それは 20×60 呎屋根 panel の実験において徐荷曲線の形状を問題にしているからである。しかしこの研究も木構造物の力学的特性の本質的な説明よりもむしろ実際の施工面に適用されるべき資料を求めることに重点が置かれているから、耐震工学者の注目を浴びるまでには至っていない。

このような状況に鑑みて木構造建築物の釘接合部の剛性ならびに構造減衰について先年、*Lydik S. Jacobsen* 教授の指導のもとに筆者が一つの実験を行なったことがある (4.09)。これは実物大の構造物を対象とするよりもむしろ細部的な釘接合部の挙動が主に注目されたものであって、その詳細の一部は本編第4章に記されよう。

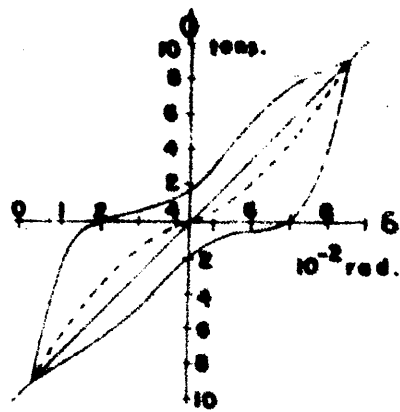
建築物の振動減衰性に関する研究の一環として、木造建築物の振動減衰性について 1939 年に報告された谷口 忠博士の実験的研究 (4.10) はいままで述べてきた各実験とは異なっており、本邦の木造家屋の要素たる各種構造の荷壁、無壁首組についてこれらが正負繰返し水平荷重によって自由振動し、破壊する各段階における強度、変形量、固有振動周期、固有減衰係数ならびにその変化の状態を詳らかに実験的に求められたものである。この実験には実用的な9種の

type の壁体骨組試験体が考えられ、rope と滑車と重錘とによってこれらに初期の変形を与え、それを急激に解除して、以後の自由振動からいろいろな興味ある量が測定せられた。この実験結果に基づいて谷口教授はそれを静力学的な立場と動力学的な立場から考察を試みておられるが、前者においては正負繰返し水平荷重に対する架構骨組の変形度から木造架構の剛性の問題を論じ、後者においては骨組の変形量の増大に伴う固有振動周期の変化の問題と木造家屋と地震動との共振の問題、骨組に入れられる筋違の耐震的效果、なうびに減衰性などに対して具体的な議論がなされている。

第2回世界地震工学会議では建設省建築研究所の竹山謙三郎博士、久田俊彦博士および大崎順彦博士が前の谷口教授の実験の対案となったものと類似の木造建築物の骨組について過去の震害記録から観察された被害の模様に基づいて、これら骨組の塑性降伏の pattern について論じ、また正負繰返し荷重による破壊までの骨組の復元力-変形曲線の一般的傾向を明らかにし、そしてこれから現実の木構造物の動的挙動を推論して実際の設計に対する具体的な注意を喚起しておられること(4・11)は注目に値するものである。

Lydik S. Jacobsen 教授も同会議において、いまわれわれが問題とせる現実の構造物の複合的な接合部の減衰性について同博士のもつておられる見解と明らかにされた(4・12)。

その研究の第一の目的は一般的な組立構造物に存在する履歴性の type の減衰性状に関する知識と理解を深めることにあったとされているが、とくに弾塑性変形と接触摩擦が起る抽象化された、しかも non-deteriorating な構造物の接合部に対して格別の考察がなされたものである。Deterioration を伴う接合部についても簡単に、現象の観測された事実のみについて議論がなされているが、これまでの他の研究者による実験結果を総合して結論されることは、接合部の deterioration が比較的緩慢であるということが強調されている。この例証として、1935年に棚橋教授によってなされた鉚接鋼構造物の接合部に関する正負曲げ試験(4・13)、鉄筋 concrete 耐震壁に関する武藤 清教授の実験(4・14)、あるいは前述の Wilbur, Hansen 両教授の鉄筋 concrete ばりに関する動力学的な加力試験などが挙げられ、これらの実験結果から抽象的な non-deteriorating な接合部の荷重-変形関係を幾何学的に表示する方法が考案された。たとえ棚橋教授の論文(4・13)から総合される鋼構造物接合部の復元力(ϕ)および変形量(δ)の関係を示す曲線は第4・1・3図のように画かれ、また不連続の釘接合

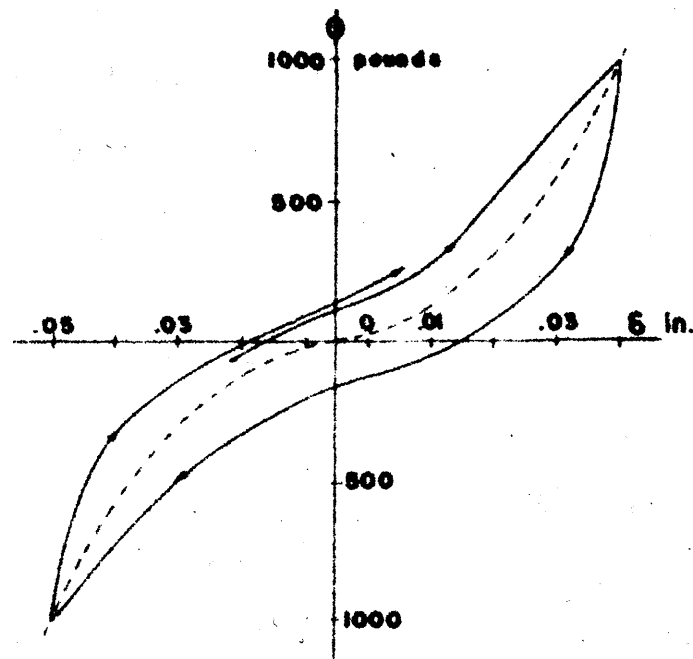


第 4.1.3 図

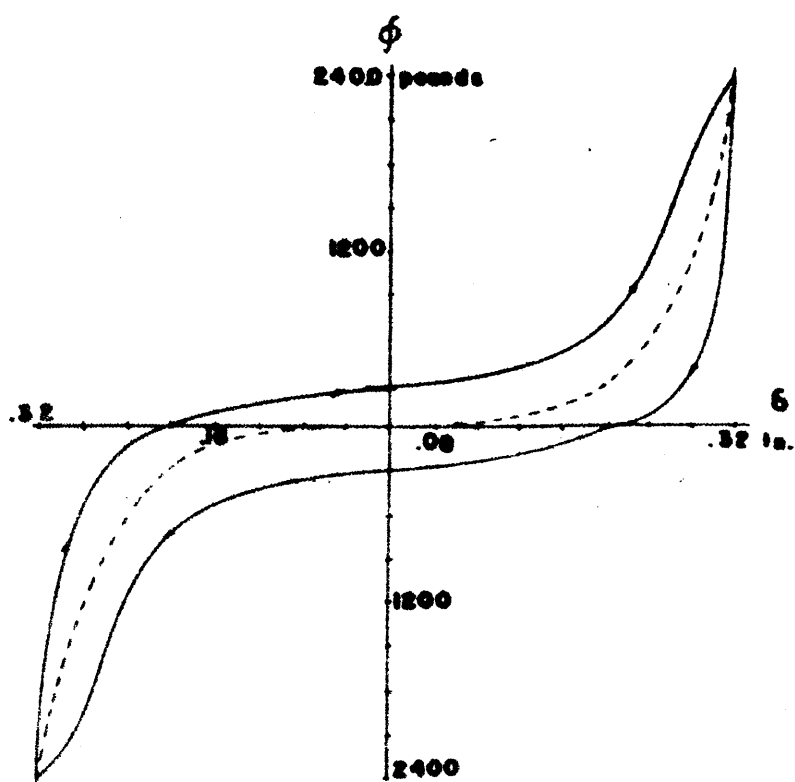
部に対する單荷の実験結果(4.09)からは、たとえ $\pm 1,000$ 刻度および $\pm 2,400$ 刻度の荷重段階において第 4.1.4 図および第 4.1.5 図に示すような *hardening spring type* の *skeleton* 曲線をもった $\phi-\delta$ 曲線が画かれるけれども、Wilbur, Hansen 両教授の実験による鉄筋 concrete ばりの復元力-変形曲線は第 4.1.6

図に示されるように *soft spring type* の *ske-*

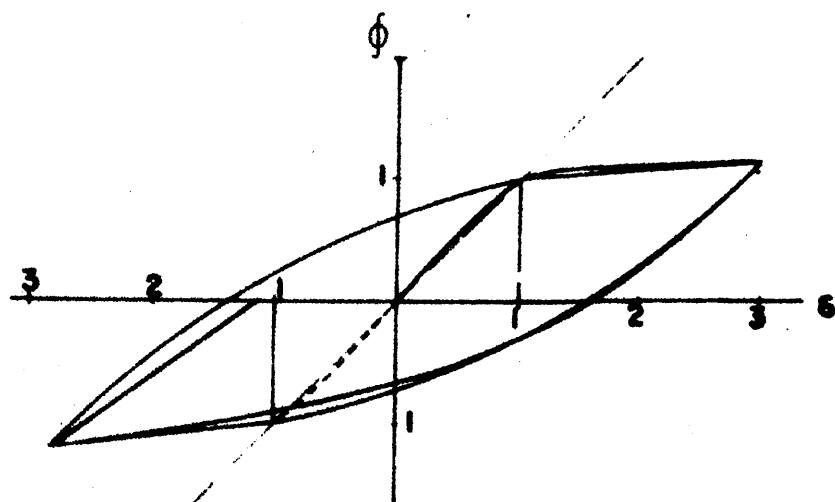
leton 曲線をもったものとなる。Jacobsen 教授はこの他に Masing の力学的模型、棚橋教授の *slip model* (本編第 3 章に詳述される) などの力学的特性についても言及し、そしてかかる複雑かつ多様な力学的性状とその復元力-変形曲線の広義な解釈によって実際の構造物の力学的性状はその *skeleton* 曲線が直線的なもの、*softening type*、および *hardening type* の 3 種の振動系に構造減衰が存在するものとして、つぎのような図示を試みられた(第 4.1.7 図)。その図において、番号 1, 2, 3 はそれぞれ *linear*, *soft spring type*, および *hard spring type* の *skeleton* 曲線をもつ振動系に対応するものであるが、その



第 4.1.4 図



第 4 · 1 · 5 圖

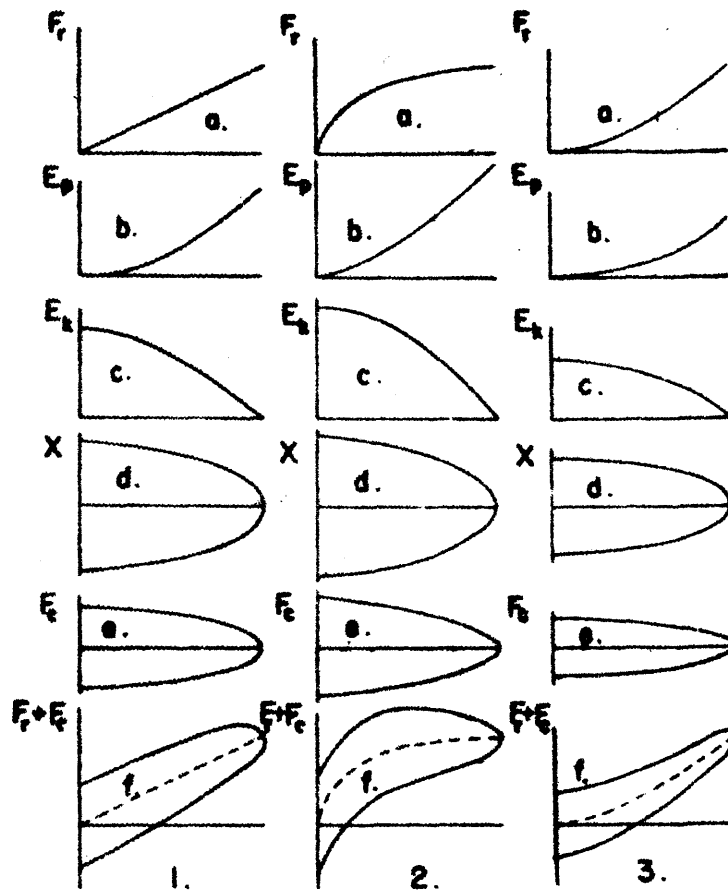


第 4 · 1 · 6 圖

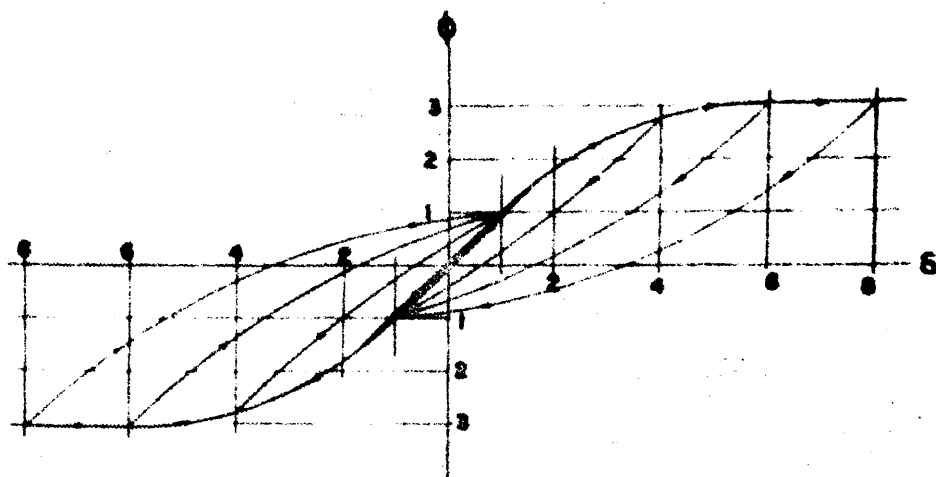
復元力-変形曲線は振動系の剛性に基づく復元力 F_r と、減衰に基づく抵抗力 F_c の和として与えられる。 E_p はしたがって振動系の復元要素に蓄えられる *potential energy* を、そして E_k は系の *kinetic energy* を示し、その下には振動系の速度の変動の梗概が変位 x と対比させて画かれている。この図に基づいて *Jacobsen* 教授は複雑な構造減衰の存在する振動系の減衰量と等価粘性減衰比 (*equivalent viscous damping coefficient ratio*) ν_{eq} でもって表わすことも試みられた。けれども非定常的な外力(地動)を受けて構造物の振幅が増大する場合の復元力-変形量の関係を、この図を参考にし、そして既往の実験的研究の結果を総合して、各種の復元力特性をもつ振動系に対して第4・1・8図ないし第4・1・10図のように円弧と直線でもって幾何学的に近似せられたことは非常に興味ある試みであり、構造物の地震応答を解析する場合に参考とされるべき重要なものといわなければならない。非線型度の高い復元力特性を有する構造物に対して、あるいは粘性減衰以外の *type* の大きな減衰量をもつ振動系を対象として等価粘性減衰係数比 ν_{eq} を問題にすることは現象的には全く意味のないことであるが、実際に多くの場合非常に有効に利用化されていることを結論とし、とくに実際の建築構造物の減衰量の評価は欠損の場合、粘性減衰を有するものとの仮定のもとに振動試験の結果から ν_{eq} の形で推定されていることを考え併せると、*Jacobsen* 教授がこの等価粘性減衰係数比 ν_{eq} を復元力-変形履歴曲線が囲む面積と "skeleton" 曲線との関連という点に議論を集中せられたことは非常に重要性をもつものといわなければならない。

この論文においても *Jacobsen* 教授は接合部の履歴性を説明するために *St. Venant* の力学的模型をいくつも直列に繋いだ、いわゆる *behavioristic model* (4・15) にも触れておられるが、それは本編第3章において再び言及されるであろう。

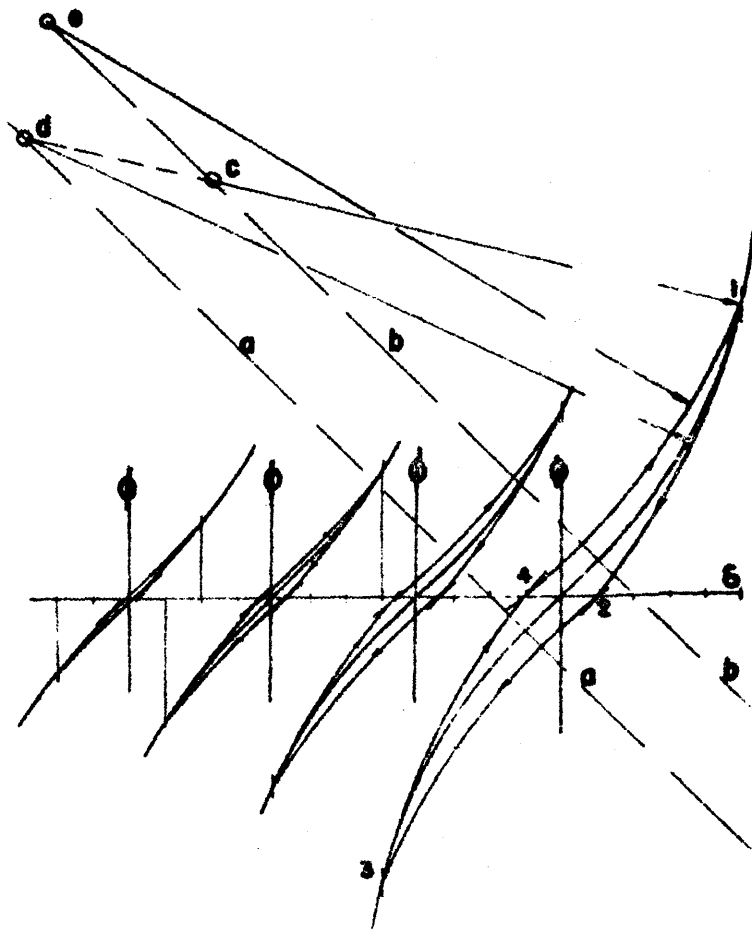
構造減衰を伴う振動系の自由振動および定常的な外力による強制振動に関する定性的な考察はいままでに多くの研究者によってなされた(たとえば4・16), そして概念的な若干の結論は得られているけれども、現実の構造物をもつ動的な振動性状態いしは減衰性状態の解明には多くの問題がいまなお不明のまゝに残されている。したがって、かゝる構造物の地震応答を求めるためには、このような問題の整理と認識が必要であって、本編ではこの分野の既往の研究によって得られた知識を纏め、さらに若干の考察を加え、そして将来の研究の方向に対する指針を定める目的をもって次章以下の議論が展開されるのである。



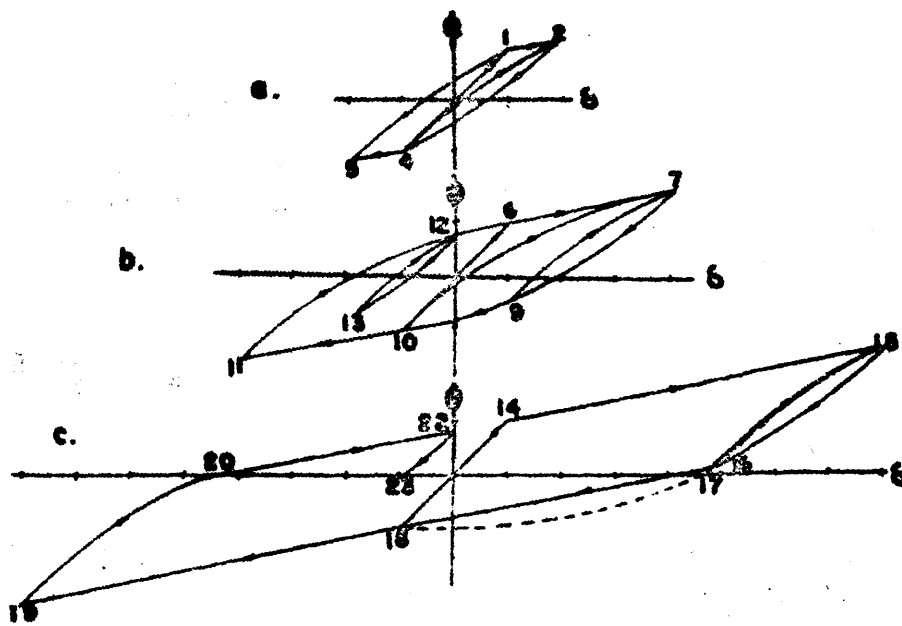
第 4・1・7 図



第 4・1・8 図 *softening type* 振動系の復元力-変位曲線の幾何学的近似.



第 4.1.9 図 *hardening type* 振動系の復元力-変形曲線の幾何学的近似



第 4.1.10 図 *bi-linear* の復元力-変形曲線の幾何学的近似

第2章 構造物の振動の減衰性に関する一考察

4.2.1 概説

構造物として地震荷重に安全に抵抗せしめようとする立場からは、その構造物にかなり大きな減衰性が存在することは非常に望ましいものといえる。それはこの減衰性が地震時に地盤から構造物に傳達される振動 energy を吸収して、たとえ構造物が地震波と共振するような状態に近い場合でも、架構の振幅とある程度以上に増大せしめない働きをもつからである。

多くの実際の構造材料の弾性領域における内部減衰は非常に小さいものであるから、われわれは主に材料の弾塑性領域における減衰、とくに plastic hinge が構造部材に生じたり、また変形の集中が顕著に見られてくるような架構の大変形の状態における構造減衰に注目する。

とくに組立架構においてはその接合部の部材間の摩擦を伴うごく僅かの滑りが材料の塑性変形とともにその構造物の減衰性状に大きく影響することは重要な事柄であるが、構造物の動的減衰性を評価することは極めて困難な問題であるために、まだ殆んどはされてない。その問題の困難さは構造物に弾塑性動的挙動となしめてその振動性状を調べるための試験装置を考案し、試験を実施し、そして記録することにあるのであって、与えるべき荷重の載荷方法、荷重速度などについて十分な検討を必要とし、また供試体の力学的特性、寸法効果などの異やそれに要する費用、労力なども考え併せると今日では早急に解決できないものともいわれているが、しかし、そればかりでなく構造物の振動の重要な一性状である減衰性について等閑視することは許されないものと思われる。

本章はかゝる観点から非線型の複雑な振動系の減衰性状について定性的に論じた基礎的な考察と纏めにあるものであって、本考察は1958年に筆者が Vibration Research Laboratory, Stanford University, Stanford, California にあつて行なわれ、Lydik S. Jacobsen 教授の御指導を得たことを記して感謝の意を表する。

4.2.2 自由減衰振動の表示法の比較

1自由度の振動系の構造物の載荷試験から求められるごく複雑な形状の荷重 — 変形曲線 — の特性をもつ場合にはその系の運動の微分方程式はつぎのように書かれる。

$$m\ddot{u} + G(u, \dot{u}; t) = F(t) \quad (4.2.1)$$

こゝに m : 質量,

u : 変形 (または相対変位),

\dot{u} : 速度, そして

$F(t)$: 外力

である。

関数 $G(u, \dot{u}; t)$ は減衰力と復元力に対する一般的表示であつて、系の荷重-変形の特性が外力の振動数には無関係、すなわちその系の振動中の復元力-変形曲線は静的試験から得られた荷重-変形曲線と近似的に相等しいと仮定すれば、たとえその系の減衰性の物理法則が未知であつても、つぎに述べるようないろいろの型の減衰の解析法によつてこの系の挙動を近似的に決定することができる。

微分方程式 (4.2.1) において関数 $G(u, \dot{u}; t)$ はつぎに挙げる型の一つで表現されるが、これらの表示は種々の type の減衰性と復元力をもつた多くの 1 自由度系の動的挙動と解析する場合に通常用いられるものである。すなわち

$$G(u, \dot{u}; t) = \text{非履歴性復元力} + C_n |\dot{u}|^{n-1} \dot{u} \quad (4.2.2a)$$

$$G(u, \dot{u}; t) = \text{非履歴性復元力} + C_m u^m (\text{sgn } \dot{u}) \quad (4.2.2b)$$

こゝに C_n および C_m は定数であつて、これらの式中の n と m の値は減衰の type を規定する。たとえば

$n=0$ または $m=0$ なるとき 単純な Coulomb 減衰,

$n=1$ なるとき 単純な粘性減衰,

$n=2$ なるとき 速度の 2 乗に比例する減衰,

$m=1$ なるとき “構造減衰”, そして

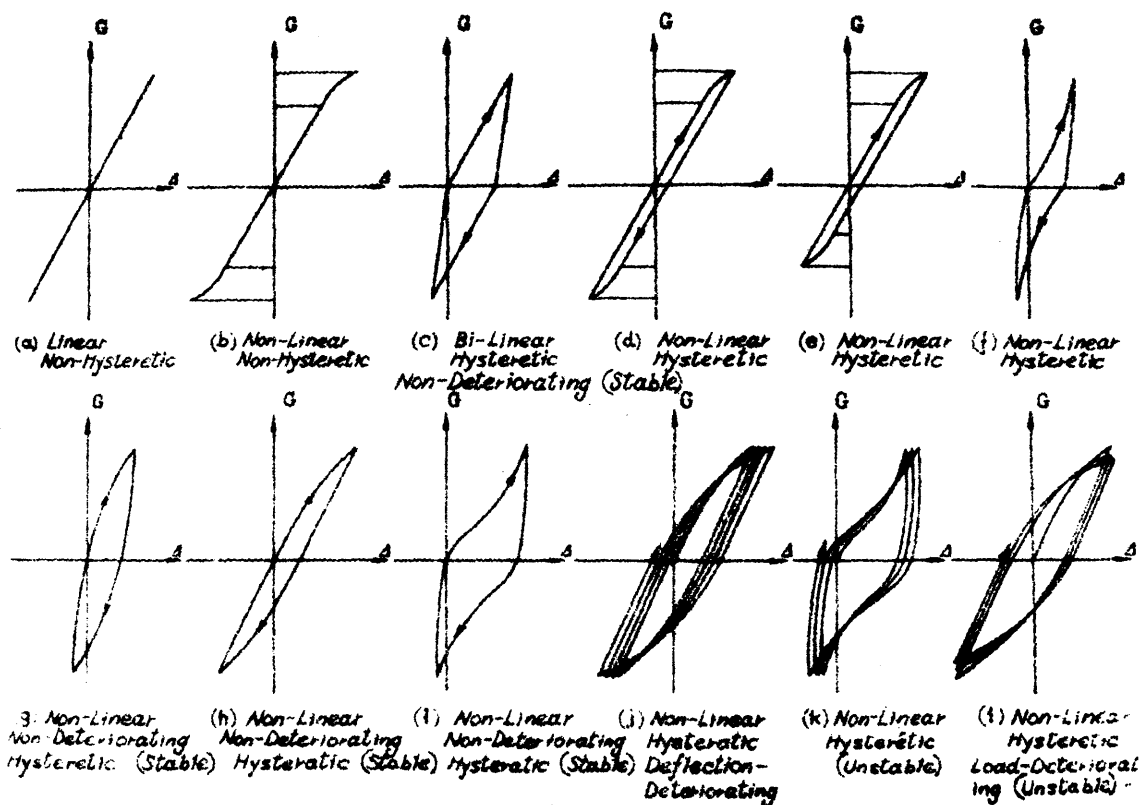
$m=2$ なるとき 2 次的な “構造減衰”,

となる。非履歴性復元力は変形 u の 1 価関数であつて大抵の場合、簡単な u の多項式 (polynomial) で近似される。

しかし関数 $G(u, \dot{u}; t)$ が簡単な解析的な表示では近似されないで、履歴性のある復元力-変形曲線の形式でのみ与えられる場合もあるが、任意の type の関数 $G(u, \dot{u}; t)$ が解析的に数式で与えられてもそれに対応する復元力-変形履歴曲線と画き得ることは事實であるから、この曲線の “skeleton” はまたその 1 価復元力と変形量との関係を示すものと考え

てよい。つまり任意の振動系に特有の荷重-変形の hysteresis loop はその骨格 (skeleton) として変位の 1 価関数の復元力特性を示す曲線ともし、そしてその曲線の両側に画かれる履歴 loop の面積が系の振動の 1 cycle の間に失われる energy すなわち減衰の量を与えるものと考えられるのである。

(したがって種々異なる型の関数 $G(u, \dot{u}, \ddot{u})$ とする振動系の減衰性と比較するためには、これらの系の復元力と減衰力の特性を示す解析的な表現を比較するよりも、それらの等価な復元力-変形の履歴曲線を書いて見ることの便利であり、しかも興味深いものと思われる。



第 4.2.1 図

第 4.2.1 図にはいろいろな type の復元力と減衰力特性を有する系に対する等価な荷重-変形履歴曲線の幾つかが羅列されている。この履歴 loop 内の面積と測れば 1 cycle 当りの energy 損失、または吸収された仕事の量が求められる。この図において zero から最大荷重までの載荷曲線の下側の面積はこの系の弾塑性変形の仕事量 W 、つまり系がその変形量と等しいその復元要素 (spring) 内に貯えられに potential energy とする。最大荷重が

ら zero までの降荷曲線の下側の面積と w で表わせば、 w は系の運動 energy に還元された量を示し、そしてこの場合の "Specific damping capacity" は定義によつてつぎのように書き表わされる。

$$\psi = \frac{\Delta W}{W} = \frac{W-w}{W} \quad \text{あるいは} \quad \Delta W = W-w \quad (4.2.3)$$

ゆえにある履歴特性が曲線によつて与えられるならば、その loop 内の面積は planimeter などを用いて数値積分によつて求みられるから、本章ではその荷重-変形の特性が 4.2.1 図に示されるような 1 自由度系の若干について考察を企てる。

(A) 線型復元力と Coulomb 減衰を有する系

最初に最も簡単な例として線型復元力と Coulomb の摩擦減衰を有する振動系について考える。この系の運動の微分方程式は

$$m\ddot{u} + (\operatorname{sgn} \dot{u}) C + ku = F(t) \quad (4.2.4)$$

と書かれるから、いま \dot{u} を v と書き表わせば

$$\ddot{u} = \frac{d}{dt} \dot{u} = \frac{d\dot{u}}{du} \times \frac{du}{dt} = v \frac{dv}{du} \quad (4.2.5)$$

となす、方程式 (4.2.4) はしたがつて

$$mv \frac{dv}{du} + (\operatorname{sgn} v) C + ku = F(t) \quad (4.2.6a)$$

または

$$mv dv + (\operatorname{sgn} v) C \cdot du + k u du = F(t) du \quad (4.2.6b)$$

と書き改められる。

上の (4.2.6b) 式を積分すれば

$$\frac{1}{2} m [v^2]_{v_1}^{v_2} + (\operatorname{sgn} v) C [u]_{u_1}^{u_2} + \frac{1}{2} k [u^2]_{u_1}^{u_2} = \int_{t_1}^{t_2} F(t) v dt \quad (4.2.7)$$

はる関係式を得るが、いま $t=0$ はるとし $u_1=0$ とすれば

$$\frac{1}{2} m v^2 = \int_0^t F(t) v dt + \frac{1}{2} m v_1^2 - (\operatorname{sgn} v) C u - \frac{1}{2} k u^2 \quad (4.2.8)$$

である。

この式はこの非保存系に対する energy の関係と説明するものであつて、その意味はつぎのように書き表わされる。

$$\text{時刻 } t_1 \text{ における系の運動 energy} = \begin{cases} 0 < t < t_1 \text{ 期間の外力による energy 導入} \\ + t=0 \text{ における系の運動 energy} \\ - t=0 \text{ において系に貯えられている potential energy} \\ - 0 < t < t_1 \text{ なる期間の減衰に基づく energy 損失} \end{cases} \quad (4.2.9)$$

この関係は過渡振動の状態のみならず振動の定常状態においても成立するものであつて、たとえば定常振動の場合には系の振幅がその最大値 U になるとき速度は zero となるから、(4.2.9) 式はつぎのように簡単化される。

$$0 = \text{energy 導入量} + \frac{1}{2} m v_0^2 - \text{energy 損失量} - \frac{1}{2} k U^2 \quad (4.2.10)$$

U と v_0 がともに正なるとき荷重変形曲線は図 4.2.2 の直線 AB で示される。そして A 点における速度 v_0 は G 点における系の速度 $-v_0$ とはその絶対値が相等しいから、つぎの関係が成立つ。

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \text{三角形 GDL の面積} = \text{三角形 OCE の面積} - \frac{1}{2} k U^2 \quad (4.2.11)$$

よつて、われわれは

$$[\text{外力によつて導入される energy}] = [\text{Coulomb 減衰による energy 損失量}]$$

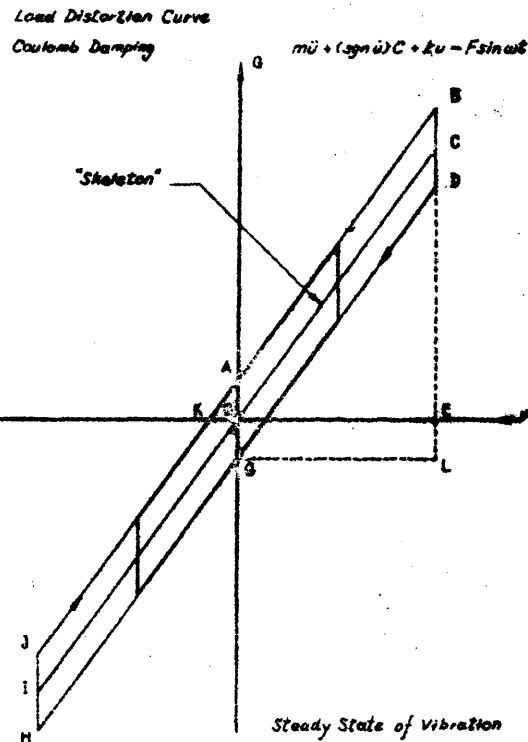
なる等式を得る。 (4.2.12)

1 cycle 当りの energy 損失量はこの場合 $\Delta W = 4CU$ で与えられ、これは energy 損失量が変形の振幅 U の 1 次の幂に比例することと示すが、一方系に貯えられる最大 energy は三角形 OCE の面積に相等しいから

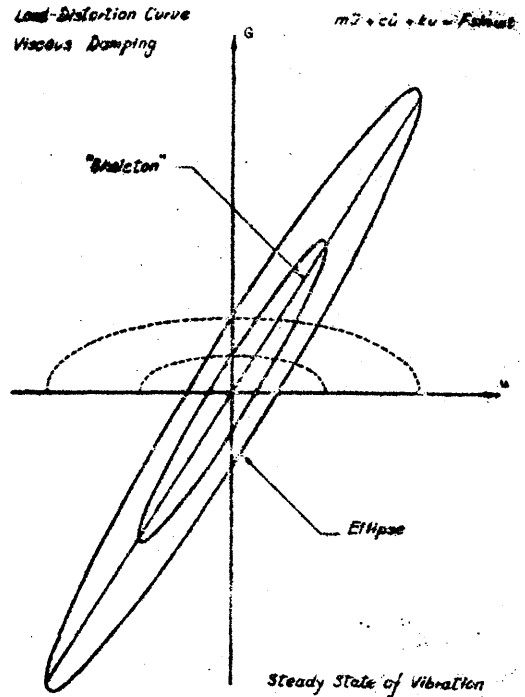
$$W = \frac{1}{2} k U^2 \quad (4.2.13)$$

ということになる。C の値が一定ならばこの系の specific damping capacity は

$$\psi = \frac{\Delta W}{W} = \frac{4CU}{\frac{1}{2}kU^2} = \frac{8C}{kU} \quad (4.2.14)$$



第 4.2.2 図



第 4.2.3 図

で表現される。すなわちこの場合の specific damping capacity は変形の振幅に比例する。また静的荷重の場合には荷重の時間的な増加率は非常に小さいから、したがって $\dot{u} = 0$ と見做してよい。このときには (4.2.9) 式は

$$\begin{aligned} &\text{載荷重によつてなされた仕事} - \text{貯えられた potential energy} \\ &\quad + \text{Coulomb 減衰に基づく energy 損失量} \end{aligned}$$

と解釈される。

(4.2.15)

(B) 線型復元力と粘性減衰を有する系

粘性減衰を伴う線型振動系の場合はその定常状態の振動に対する荷重—変形（あるいは復元力—変形）の特性は第 4.2.3 図に示される。この履歴 loop 内の面積は粘性減衰に基づく 1 cycle 当りの energy 損失量を与えるが、これは前の考察から外力による energy 導入量に相等しい。

A.L. Kimball はこのような系の 1 cycle 当りの energy 損失量とその対数減衰率 δ で表現したが (4.17), その結果は

$$\frac{\Delta W}{W} = 2\delta \quad (4.2.16)$$

すなわちこの場合の specific damping capacity は一定で、かつこの系の対数減衰率 δ の2倍とすることが示される。ゆえに振動の 1 cycle 当りの energy 損失量は

$$\Delta W = 2\delta W = 2\delta \times \frac{1}{2} k U^2 = k\delta U^2 \quad (4.2.17)$$

と書くこともできる。したがって粘性減衰を有する系に対しては 1 cycle 当りの energy 損失量は系の変形の振幅の2次の幂に比例することになる。

(c) 線型復元力と速度の高次に比例した減衰力を有する系

(i) 自由振動 :

振動速度の高次の幂に比例する減衰力をもつ系に対してその specific damping capacity を求めることはあまり容易ではない。R. von Mises は振動速度の2乗に比例する減衰と併なり系を考え、その自由振動の振幅が漸次低減される模様を研究した(4.18)。また K. Klotter 教授は2次の速度減衰と任意の特定の復元力をもつ振動系の自由振動と解析した(4.19)。そこで、この節では von Mises と Klotter の解析結果について簡単な紹介をなし、その説明を加えてみる。一つの例題として、いま2次の速度減衰と線型復元力を有する単純な振動系を考えよう。

系の自由振動の方程式は

$$\ddot{u} + \frac{1}{2} S \dot{u}^2 (\operatorname{sgn} \dot{u}) + p^2 u = 0 \quad (4.2.18)$$

で与えられ、こゝに $p^2 = k/m$ であり、そして S は一つの定数である。いま \dot{u}^2 と V とおけば

$$\ddot{u} = \frac{1}{2} \frac{dV}{du} \quad (4.2.19)$$

であるから(4.2.18)式は

$$\frac{dV}{du} + (\operatorname{sgn} \dot{u}) S \cdot V + 2p^2 u = 0 \quad (4.2.20)$$

と書き換えられる。

Von Mises は振動系が正の初期変位 $u = U$ と与えられ、そして静止から出発するときの運動に注目した。この場合、最初の振れ(swing)では振動系は負の速度 \dot{u} ともつから $\operatorname{sgn} \dot{u} = -1$ であり、したがってこの間は(4.2.20)式は

$$\frac{dV}{du} - S \cdot V = -2p^2 u \quad (4.2.21)$$

となる。この標準的な線型微分方程式の解は

$$V = 2p^2 e^{Su} \int_u^{U_1} e^{-Su} u du \quad (4.2.22)$$

であるから、いま

$$N(u) = \int_u^u e^{-Su} u du \quad (4.2.23)$$

と置いて (4.2.22) 式を

$$V = 2p^2 e^{Su} [N(U_1) - N(u)] \quad (4.2.24)$$

と書くことができる。

振動系の運動が微分方程式 (4.2.21) に従う限り、すなわち系がつぎの“最大変位” U_1 に達するまでは系の速度は負であるから、それまでは (4.2.24) 式が成立する。そして U_2 は方程式 (4.2.24) の右辺と zero とおいて決定せられるから

$$N(U_1) = N(U_2) \quad (4.2.25)$$

なる関係が得られ、この正の側の最大変形量 U_1 と負の側の最大変形量 U_2 との間の超越関数的な関係式はつぎのようにして取扱うことができる。すなわち、方程式 (4.2.23) に対して部分積分を行なうと

$$N(u) = S^{-2} [1 - e^{-Su} (Su+1)] \quad (4.2.26)$$

となるが、これより

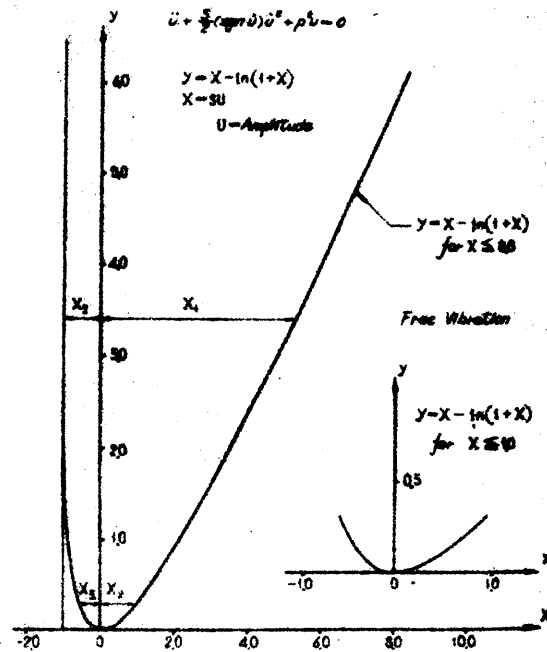
$$-\ln [1 - S^2 N(u)] = Su - \ln (Su+1) \quad (4.2.27)$$

である。この式とをいま、用いる代りにこの左辺を $y = -\ln [1 - S^2 N(u)]$ と書き換え、また Su を x で表現すれば

$$y = x - \ln (x+1) \quad (4.2.28)$$

が得られる。二つの連続的な振幅 U_1 と U_2 はその argument $x_1 = SU_1$ と $x_2 = SU_2$

Amplitude Relationships for a System with Quadratic Velocity Damping
R. von Mises' Method Linear Restoring Force



第 4.2.4 図

とが関数 y の同じ値を与えることよりものであるから (4.2.25) 式は

$$y_1 = X_1 - \ln(X_1 + 1) = y_2 = X_2 - \ln(X_2 + 1) \quad (4.2.29)$$

と書くのと同じことになる。

第 4.2.4 図は一つの振れに属する 1 組の X_1 と X_2 を定めるべき y_1 と y_2 を一般略に plot 17 に示したのである。この場合の振動の半 cycle 当りの energy 損失量は

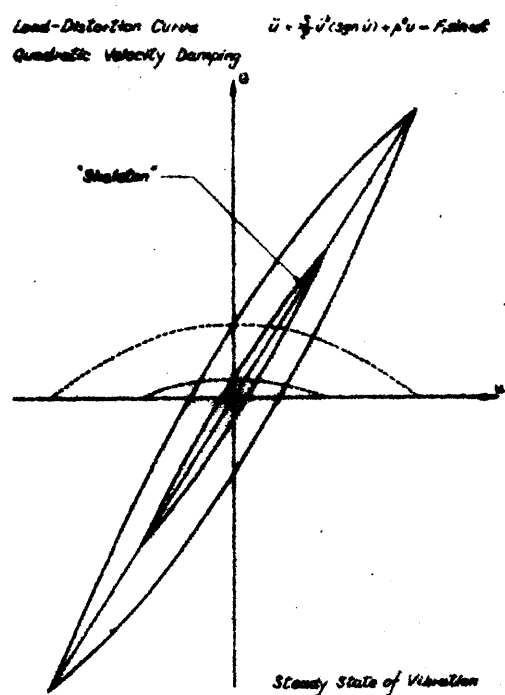
$$\Delta W_{\text{half cycle}} = \frac{1}{2} k U_1^2 - \frac{1}{2} k U_2^2 \quad (4.2.30)$$

となるから、したがって 1 cycle 当りの energy 損失量は

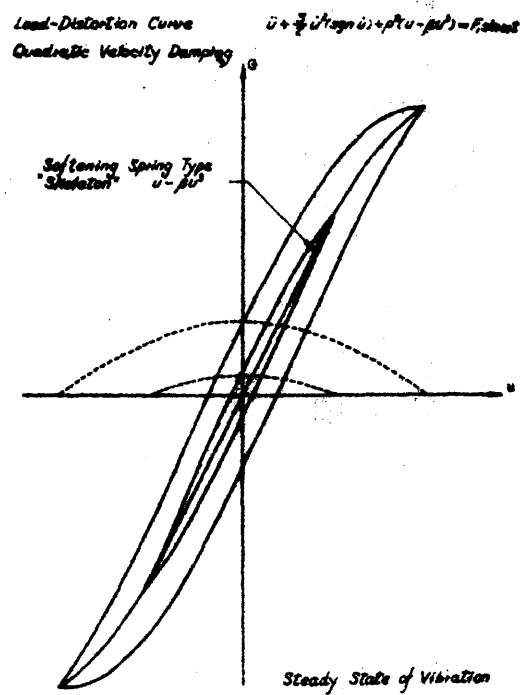
$$\Delta W = \frac{1}{2} k (U_1^2 - U_2^2) + \frac{1}{2} k (U_2^2 - U_3^2) = \frac{1}{2} k (U_1^2 - U_3^2) \quad (4.2.31)$$

として表わされる。1 cycle に当てる specific damping capacity はその最大変形量に
同値するから

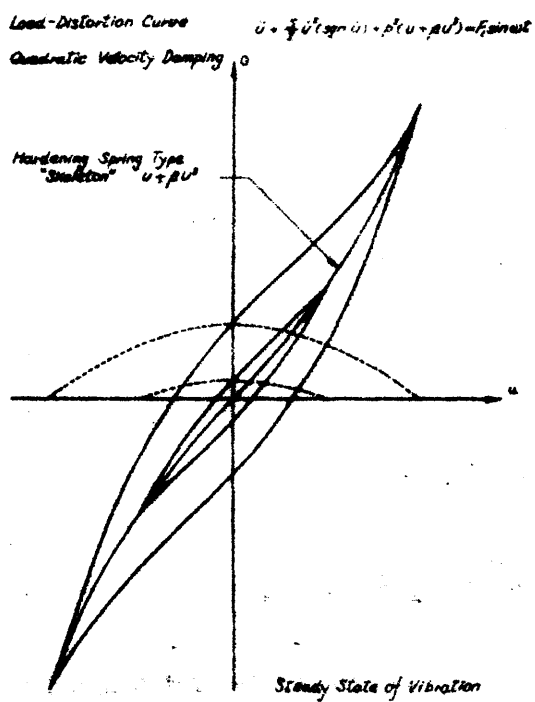
$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{U_1^2 - U_3^2}{U_1^2} \quad (4.2.32)$$



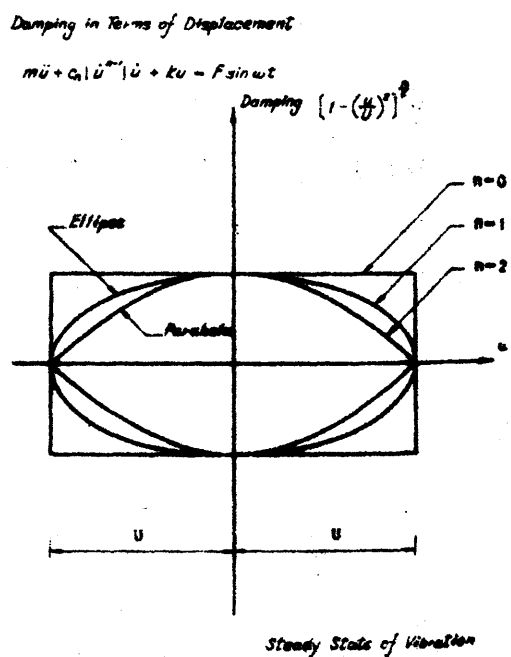
第 4·2·5 图



第 4·2·6 图



第 4·2·7 图



第 4·2·8 图

ということになる。この von Mises の方法は後に Klotter によつて非線型の復元力と2次の減衰力をもつ振動系に應用されたものである。

(ii) 定常強制振動

速度の2次に比例する減衰力と線型ばいしは非線型の復元力をもつ系の定常状態の振動の場合には正弦運動と仮定する際の等価履歴曲線がオ 4.2.5 図, オ 4.2.6 図およびオ 4.2.7 図に示される。この場合われわれは定常振動解と

$$u = U \sin (\omega t + \varphi) \quad (4.2.33)$$

こゝに ω : 強制力の振動数

φ : 位相角

と書くことができるから、この系の速度は

$$\dot{u} = U \omega \cos (\omega t + \varphi) \quad (4.2.34)$$

となる。したがつてこの場合の減衰力は

$$\begin{aligned} \dot{u}^2 &= U^2 \omega^2 \cos^2 (\omega t + \varphi) \\ &= U^2 \omega^2 [1 - \sin^2 (\omega t + \varphi)] \\ &= U^2 \omega^2 [1 - \left(\frac{u}{U}\right)^2] \end{aligned} \quad (4.2.35)$$

に比例する。よつてこの場合、速度の2次の幂に比例する減衰力は変形 u に関しては放物線的になることがわかる。

一般にある振動系の運動が

$$m \ddot{u} + c_n |\dot{u}|^{n-1} \dot{u} + k u = F \sin \omega t \quad (4.2.36)$$

で表わされる場合には、系の運動をまた正弦的なものと仮定してその specific damping capacity が求められる。すなわちその場合

$$\begin{aligned} \dot{u}^n &= U^n \omega^n \cos^n (\omega t + \varphi) \\ &= U^n \omega^n [1 - \sin^2 (\omega t + \varphi)]^{\frac{n}{2}} \\ &= U^n \omega^n [1 - \left(\frac{u}{U}\right)^2]^{\frac{n}{2}} \end{aligned} \quad (4.2.37)$$

が成立するが、この系の荷重—変形曲線は復元力 ("skeleton") と u の値に対応する減衰力の和として与えられ

$$G(u, \dot{u}; t) = k u + (\operatorname{sgn} \dot{u}) c_n U^n \omega^n [1 - \left(\frac{u}{U}\right)^2]^{\frac{n}{2}} \quad (4.2.38)$$

で表わされる。この式の減衰率は Fig. 4.2.8 図に n の種々の値に対して変形量 u の関数として示される。この履歴 loop に囲まれる面積、すなわち 1 cycle 当りの energy 損失量は

$$\Delta W = 4 c_n \int_0^U u^n du = 4 c_n U^n \omega^n \int_0^U \left[1 - \left(\frac{u}{U}\right)^2\right]^{\frac{n}{2}} du \quad (4.2.39)$$

となるから、ここで u の代りに $u = U \sin z$, $du = U \cos z dz$ なる関係と代入すれば

$$\begin{aligned} \Delta W &= 4 c_n U^n \omega^n \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \sin^2 z)^{\frac{n}{2}} U \cos z dz \\ &= 4 c_n U^{n+1} \omega^n \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{n+1} z dz \end{aligned}$$

そして n が奇数のとき

$$\Delta W = 4 c_n U^{n+1} \omega^n \times \frac{n}{(n+1)} \cdot \frac{(n-2)}{(n-1)} \cdots \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2}$$

n が偶数のとき

$$\Delta W = 4 c_n U^{n+1} \omega^n \times \frac{n}{(n+1)} \cdot \frac{(n-2)}{(n-1)} \cdots \frac{2}{3} \cdot 1 \quad (4.2.40)$$

が得られる。いま n が整数でないときには energy 損失量 ΔW は n の Gamma 関数となる。よつて任意の振幅 U に対する specific damping capacity は

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{\Delta W}{W} = \frac{4 c_n U^{n+1} \omega^n \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{n+1} z dz}{\frac{1}{2} k U^2} \\ &= 8 c_n U^{n-1} \omega^n \times \frac{n}{(n+1)} \cdot \frac{(n-2)}{(n-1)} \cdots \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \quad (n \text{ が奇数}) \\ &= 8 c_n U^{n-1} \omega^n \times \frac{n}{(n+1)} \cdot \frac{(n-2)}{(n-1)} \cdots \frac{2}{3} \cdot 1 \quad (n \text{ が偶数}) \end{aligned} \quad (4.2.41)$$

と書くことができる。

4.2.3 限界減衰係数を parameter としての specific damping capacity の図式表示

(A) Coulomb 減衰

粘性減衰をもつ単振は線型振動系の自由振動に対して限界減衰係数 (critical damping

coefficient) は $2\sqrt{km}$ として定義される。この意味はもし減衰がこの限界値よりも大きければ系の運動は振動的ではなくなるということである。これと同じような概念から一般的減衰の量をこの限界減衰係数に等価なものを基準として表示することも可能である。

いま Coulomb 減衰をもつ一つの系の自由振動がその振幅より $2D$ ずつ減ずるものと仮定しよう。 D はこの場合 Coulomb の摩擦力に比例した量である。 D の限界値はこの振動系の運動を一度半 cycle で停止せしめるべきものとして定義される。すなわち振幅 U に対する D_{cr} は

$$D_{cr} = \frac{U}{2} \quad (4.2.42)$$

で与えられる。ここで一つの parameter ξ と考え、これが減衰定数 D とその限界値 D_{cr} の比を表わすもの、すなわち

$$\xi = \frac{D}{D_{cr}} \quad (4.2.43)$$

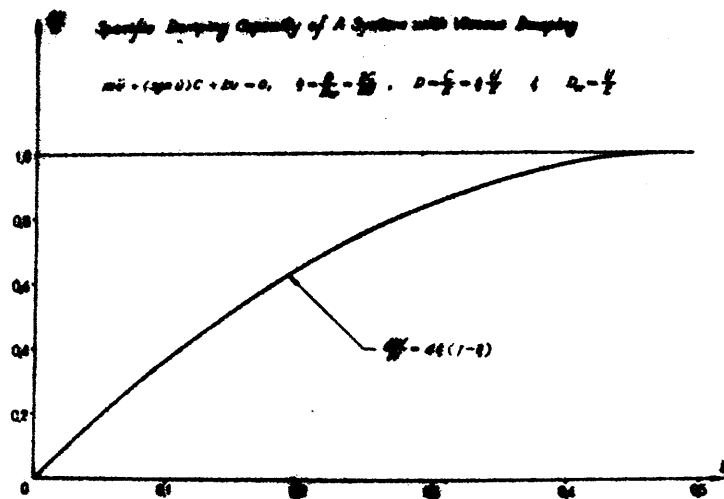
であるとする。 D なる大きさの Coulomb 摩擦を伴う系の振動の 1 cycle 当りに失われる energy 量は

$$\Delta W = \frac{1}{2}kU^2 - \frac{1}{2}k(U-4D)^2 = 4kD(U-2D) \quad (4.2.44)$$

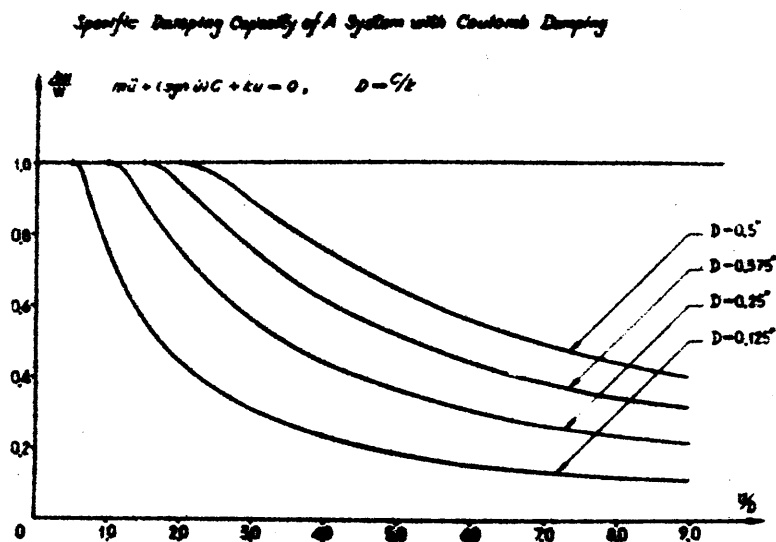
となるから、この場合の specific damping capacity は

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{\Delta W}{W} = \frac{4kD(U-2D)}{\frac{1}{2}kU^2} \\ &= \frac{8\xi D_{cr}(2D_{cr}-2\xi D_{cr})}{4D_{cr}^2} \\ &= 4\xi(1-\xi) \end{aligned} \quad (4.2.45)$$

として表示される。又 4.2.9 図は parameter ξ で示した振動の 1 cycle に対する specific damping capacity を図示したものである。一方、又 4.2.10 図は D の値を種々仮定して、それらの系に対する振動の振幅と specific damping capacity との関係が画かれている。



第 4・2・9 図



第 4・2・10 図

(B) 粘性減衰

粘性減衰を伴なう線型系に対してもまた一つの parameter ν を考え、これが系の減衰係数 C とその限界値 C_{cr} との比を表わすものとする。すなわち

$$\nu = \frac{C}{C_{cr}} = \frac{C}{2\sqrt{km}} \quad (4 \cdot 2 \cdot 46)$$

である。したがって対数減衰率 δ とこの ν で表わすと、定義からつぎのようになる。

$$\delta = \ln \frac{U_1}{U_2} = \frac{2\pi V}{\sqrt{1-V^2}} \quad (4.2.47)$$

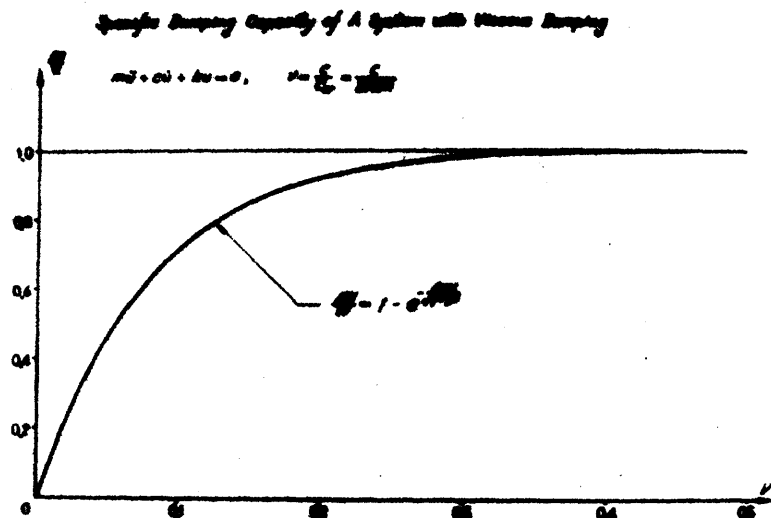
こゝに U_1 は正の側の最大変形であり、 U_2 は同じくつぎの cycle の正の側の最大変形量である。1 cycle 当りの energy 損失量は

$$\Delta W = \frac{1}{2} k U_1^2 - \frac{1}{2} k U_2^2 \quad (4.2.48)$$

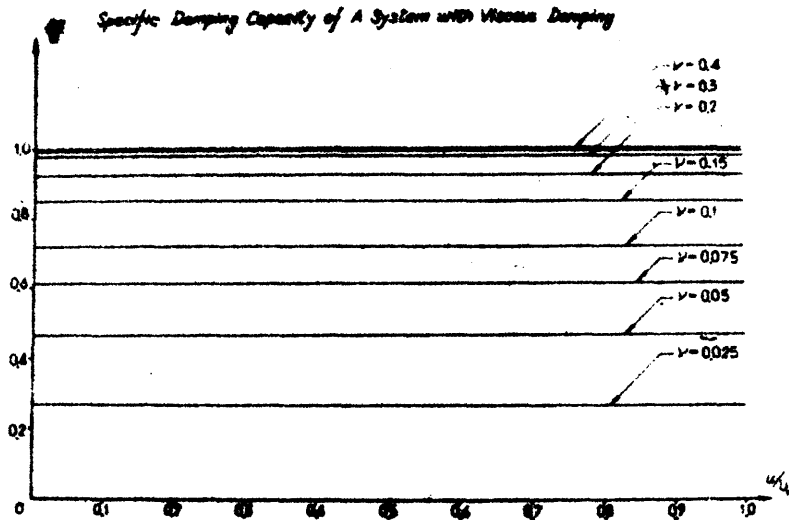
で与えられるから specific damping capacity は

$$\begin{aligned} \psi = \frac{\Delta W}{W} &= \frac{U_1^2 - U_2^2}{U_1^2} = \frac{U_1^2 - U_1^2 e^{-2\delta}}{U_1^2} \\ &= 1 - e^{-2\delta} = 1 - e^{-\frac{4\pi V}{\sqrt{1-V^2}}} \end{aligned} \quad (4.2.49)$$

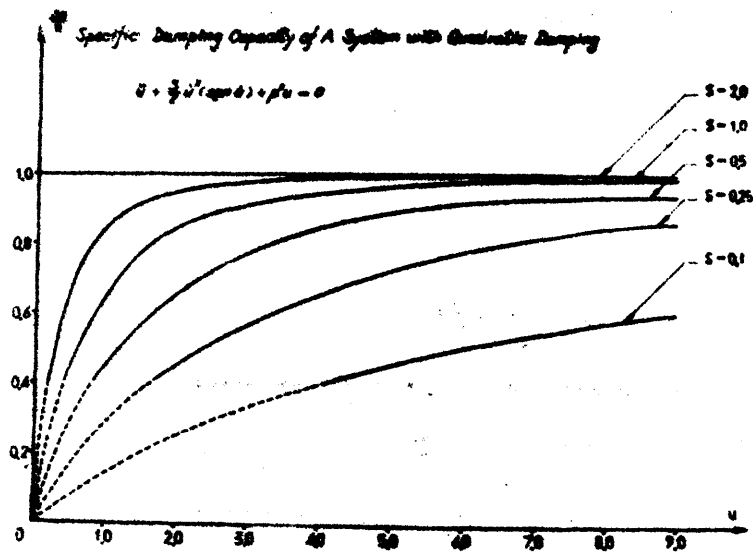
となる。又 4.2.11 図は $\Delta W/W$ と V と parameter として表わしにものであつて、これより粘性摩擦をもつ系の specific damping capacity は最大変形量 U の値には無関係であることがわかる。よつて V の種々の値に対応する specific damping capacity の値を又 4.2.12 図に示す。



第 4.2.11 図



第 4・2・12 図



第 4・2・13 図

(C) 振動速度の2次の事に比例する減衰

方程式 (4・2・18) で記述される系の自由振動の 1 cycle 当りの specific damping capacity の値は Von Mises の方法によつて S' の種々の値と振動系の最大変形量に対して求められた。その計算結果が第 4・2・13 図に示される。この場合には specific damping capacity は S' と最大変形量 U の両方に関係することになる。

4.2.4 Specific Damping Capacity の図式表示の実験結果への応用

木構造、鉄骨構造、鉄筋 concrete 構造など実際の材料によつて構成せられる構造物に交番荷重を載荷してその挙動を解析しようとする実験結果は一般に非常に複雑な様相と呈示する。この静的試験で記録された荷重—変形の特性曲線は通常、非線型 2 価関数で示されるべき履歴特性を有するもので、変形の大きき荷重の増分、載荷の前歴 (history) などが試体の荷重—変形履歴 loop を特性づける非常に重要な因子であることが知られる (4.20)。

かゝる特性をもつ構造物がもし 1 自由度振動系に抽象せられるならば、その場合の復元力と減衰力の組合わせ $G(u, \dot{u}; t)$ は非線型 2 価の履歴性をもつものとなる。 $G(u, \dot{u}; t)$ の特性が知らればその系が任意の動的載荷と受ける場合の系の応答は phase-plane-delta method によつて満足すべき精度で求めることができ、あるいは $G(u, \dot{u}; t)$ とともに bilinear, hysteretic な復元力特性として抽象することにより analog computer や digital computer の適用も可能である。しかし解析の簡単化のためにはかゝる複雑な復元—減衰力 $G(u, \dot{u}; t)$ をもつて系をそれに等価な粘性減衰と伴う等価線型復元力系に置き換えることも実用上望ましい場合が非常に多いのである。

かゝる場合には実験的に得られた荷重—変形曲線は直線の "skeleton" と粘性摩擦の成分によつて近似しなければならないが、しかしその際には比較的簡単な場合を除いて $\pm U$ の値がかなり小さくない限り一般には満足すべき近似は得られない。

4.2.5 本章の結論

1) 本章の目的は実際の構造物の振動性状に多く見られるようにその運動方程式の中で復元力と減衰力の各成分を明確に区別することができないような振動系の減衰性と評価する一方法について論ずることにあつた。すなわち通常の振動理論では運動方程式の一般的表示には慣性項、減衰項および復元力の項が各々独立に含まれるが、われわれの取扱う振動系では後者の 2 項は單に $G(u, \dot{u}; t)$ として一括表現され、そして通常これは非線型 2 価の履歴特性をもつ関数である。

2) われわれは議論を簡単な 1 自由度振動系に限ることとし、これが線型の復元力特性と Coulomb 摩擦、粘性摩擦あるいは系の振動速度の 2 次の項に比例する減衰力とを有する場合の

減衰量を *specific damping capacity* で表わした。そして各々の場合に強制力によつて系に導入せられる *energy* 量と減衰性によつて消散せられる *energy* 量、および系に蓄えられる *potential energy* 量の間の相互関係が論じられた。

3) 減衰力が系の振動速度の n 乗に比例する場合の *specific damping capacity* が系の最大変位と強制力の振動数の周数として解析的な表現で与えられることが示され、そして $n=2$ なる場合には R. Von Mises や K. Klotter が用いた方法が適切な解析手段であることが明らかにされた。とくに $n=2$ で系の復元力が任意の非線型特性を示す振動系の自由振動の解析には Klotter 教授の方法は有用である。

4) つぎに限界減衰係数あるいはその概念に基づいて任意の 1 自由度系の *specific damping capacity* が種々の *parameter* と対比せしめて図示された。そして現実の構造物のように複雑な動的挙動を示す振動系に対しても実用的な観点から等価な粘性減衰系に抽象されることが多いが、その際にも系の *specific damping capacity* を図式表示する方法は実験結果と解析する上に役立つものである。しかし実験から得られた系の荷重-変形曲線と直線的な "skeleton" と粘性摩擦の成分のみによつて近似することは振動系の定常振幅の小さい場合に限り適切であるが、さもないとまはさらに厳密な仮定を設けて解析すべきことが結論される。

第3章 鋼構造、鉄筋 concrete 構造接合部の特性

4.3.1 概説

本章においては主に鋼構造鉄筋 concrete 構造物の剛性と減衰性の問題を取扱う。ここで問題とされる対象は鋼、あるいは concrete などの *isolated material* でなく、それらが組み合わせられたものとして認識されるべきである。このような対象物に存在する減衰の *type* とその量を知ることは動的な荷重を受ける構造物を設計する場合、あるいは震害を受けた構造物の被害を減衰性の面から説明するためにも本質的に重要なものであろう。しかし、一口に減衰といつても、種々の *type* のものが考えられ、しかもこれらが実際には同時に起り得るから、われわれはまず初めにこれらの減衰性をそのよつて起る原因別に分類することを試みよう。そしてそれらはつぎのように書き表わせる。

- a) 空気中で構造物が動くことによつて生ずる空気の抵抗
- b) 構造物の材料の内部弾性および塑性変形による材料の減衰
- c) 種々の構造要素間の変形に基づく相互作用に伴う接触摩擦
- d) 構造物の基礎と周辺の地盤との間の相対変位による摩擦
- e) 構造物の基礎から周囲の地盤内に逸散する *energy* の傳播

これらの5種に大別できる減衰性の原因に関して、いまそれらの相対的な重要性について一般的に論ずるならば、大抵の構造物に対して減衰 a) は他の原因による減衰量に比べて無視し得る *order* にあり、そしてある種の構造物については減衰 d)、が b)、c) あるいは e) に比べて小さい場合が多いことが考えられる。大抵の構造物に対して e) は最も重要な減衰の因であるが、しかしたとえ d) と e) が隔離されにような振動系に抽象せられる場合でも、これらの量を測定することは困難である。組立構造物にあつては減衰の要因 c) が b) よりもさらに重要な場合が少なくないけれども、その場合でもこれら二つを分離して容量的に論ずることは容易ではない。

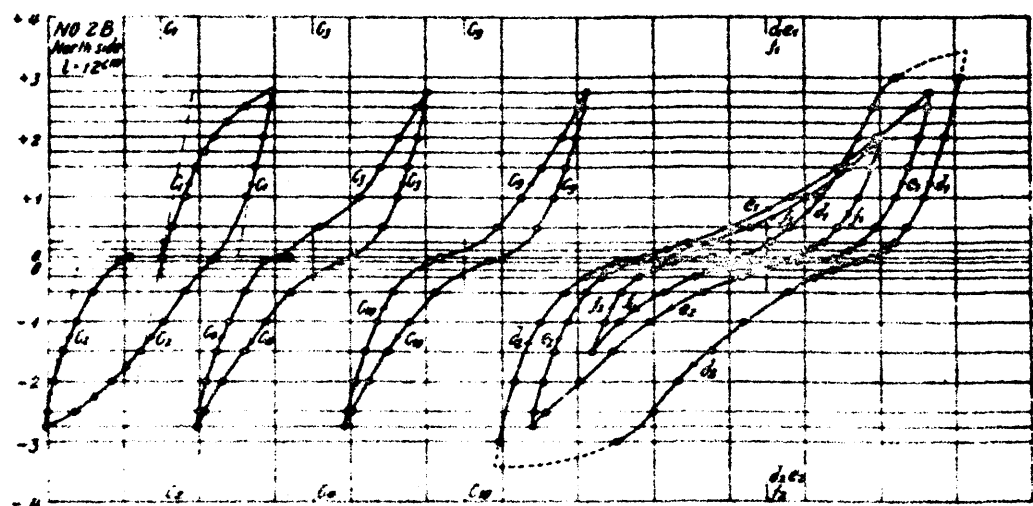
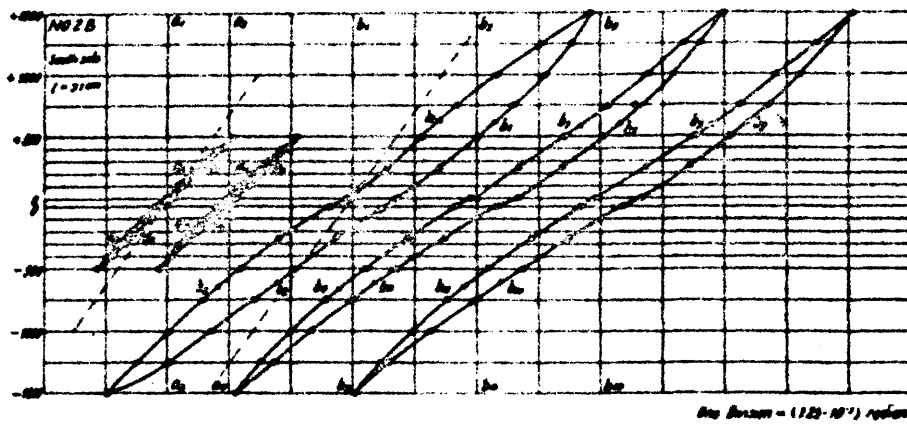
これらの減衰性を要因別に定量的に解明するためには種々の多くの場合についてこれを実験的に行なうより他に途がなく、そして現在までに世界中の多くの研究者によつて、これらの試みがすでにある程度までなされていることを考えると本章で述べることはこれらの研究結果を知り、検討し、そして整理することの必要性から、勢い過去のこの分野の文献に基づく研究が主体とならざるを得ないのである。そのためにかなり全般的な文献の蒐集が行われ、日本語、英語、独語、および佛語で書かれた論文を約170篇集成し、その中重要な50篇程の論文が讀まれた。この中でさらに重要と思われる10篇以上は筆者による要約がなされ、その内容の一部は本章に含まれる。蒐集された文献の中では大部分のものが上のb)の要因に基づく振動減衰性に関連せるものが多いことが認められ、要因c)の減衰を取扱ったものは10篇程度に留まるのであるが、しかし若干のものは5種の原因のすべてを考慮してこれらを組合せたものとしての野外実験に関する報告を載せているのが注目される。

4.3.2 鋼構造接合部の特性

Reference 1:

"Tests to Determine the Behavior of Riveted Joints of Steel Structures Under Alternate Bending Moments", Memoirs of College of Engineering, Kyoto Imperial University, 1935, Vol. VIII, No. 4, by Rio Tanabashi, (in English). (4.13).

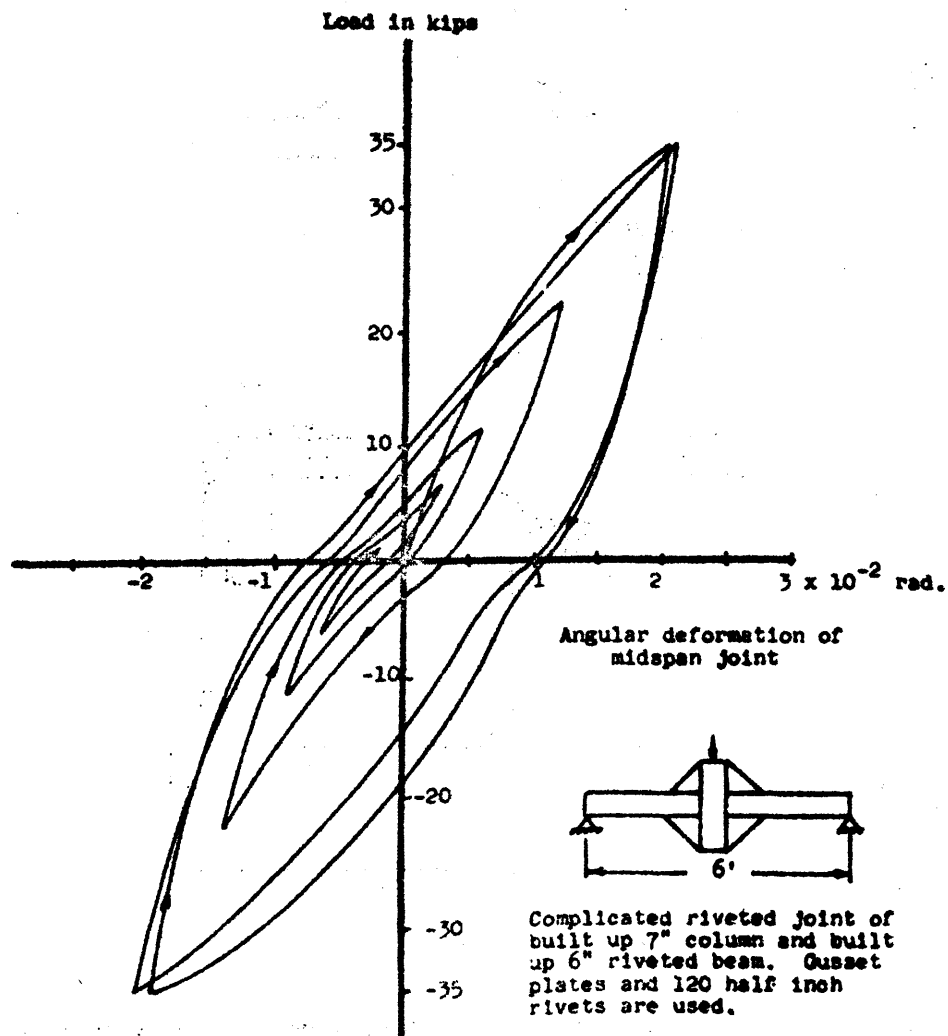
この文献は実大の柱とはりとを銕接した鋼構造物の試験片10個について研究されたものであつて、第4.3.1図に示した2個の試験片 (Test Piece No. 2 および No. 8) はその單純なものと複雑なものを表わしている。



第 4・3・2 図

数比, V_{eg} は 0.18 位の値となる。第 4・3・3 図はまた載荷の前歴 (history) が非常に重要であることを示すものであつて、棚橋教授はたとえ同じ大きさの荷重が繰返し作用して荷重-変形の履歴曲線の囲む面積が多少減少しても、この接合部の振動減衰性はいささかも損なわれないこと。「のみならず、つぎに大きな shock が引続き構造物に作用する場合には、この接合部により大きな曲げモーメントが加わることによつて生ずるかなり多量の energy 吸収が見られ、構造物の振動の振幅は急激に減少する。これが鋼構造物の耐震的な特性として最も信頼し得るものの一つであると著者は考へるのである。」と結論されている。

この論文にはこの他に鉚接鋼構造物の力学的特性が C. F. Jenkin の論じた bi-linear な履歴性状とは異なつた力学的 model に抽象して考へるべき



第 4・3・3 図

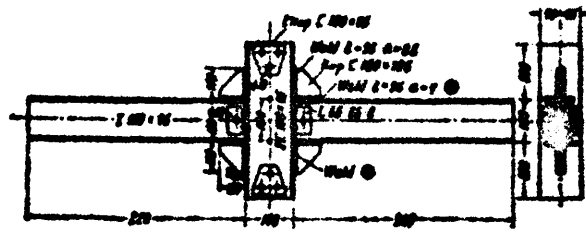
であることを論じ、独特の model が考案されている。そしてこの欄橋鉄接の model は後に Lydik S. Jacobsen 教授によって slip model と命名されたことは前に述べた通りである。

Reference 2:

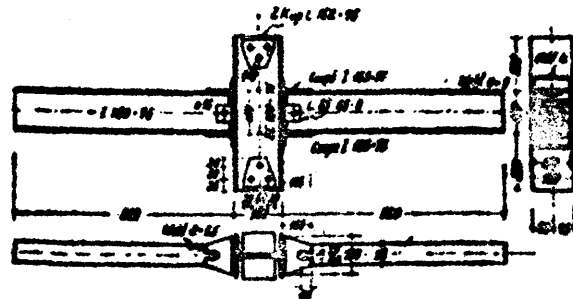
欄橋 諒, 「溶接柱梁接合部分の正負曲げ試験」, 溶接学会誌第 9 巻, 第 12 号, 587~598 頁, 昭和 14 年 12 月, (4・21)

この文献は前の鉄接鋼構造接合部の耐力に関する実験的研究と関連せるものであつて、実物大の柱はり接合部の試験片 5 個について実験がなされて

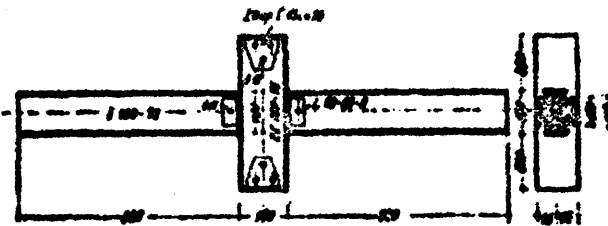
No. 3



No. 4



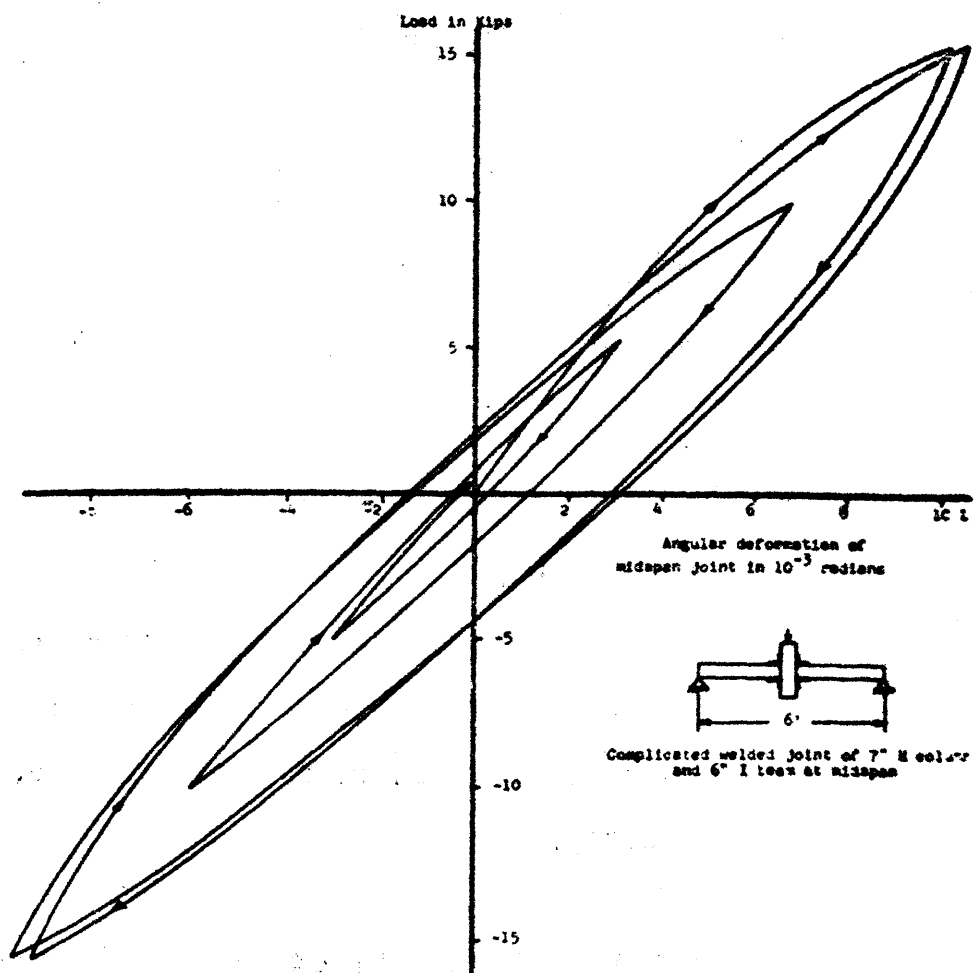
No. 5



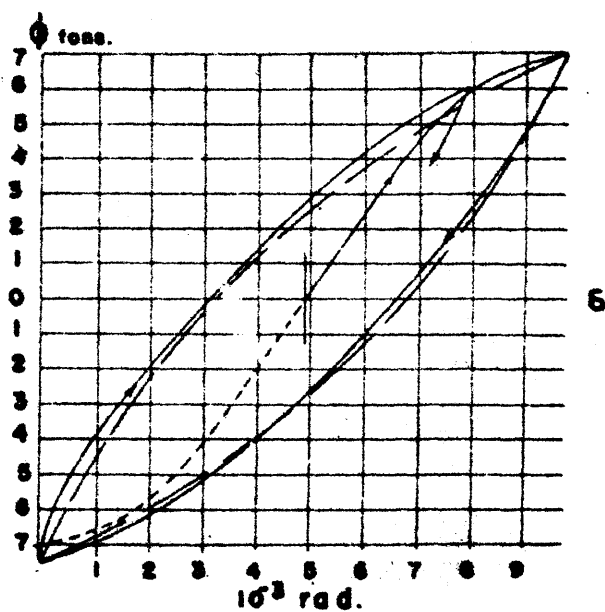
第 4・3・4 図

いる。第 4・3・4 図にはその中三つの試験片の概要が示されている。これら二つの研究に用いられに試験装置や測定方法は全く同一であつて、この文献の実験結果を挿き直すと、第 4・3・5 図のようになる。そしてこの場合の最大の荷重、変形量に対応する履歴 *loop* を画けば第 4・3・6 図になるがこの場合には初期の荷重—変形曲線の立ち上りが單位の勾配になるように描かれている。接合部は何回かの繰返し荷重の作用を受けた後はその *Skeleton* 曲線の勾配は 1 より小となることが容易に認められるが荷重と変形量が極めて大なるにも拘らずこの第 4・3・6 図の履歴 *loop* は良い精度で円弧(四では長い矢線)にて近似し得ること、そして各半 *cycle* の除荷曲線の初期勾配は原点における荷重—変形曲線の勾配と殆んど相等しいことは *Jacobsen* 教授によつて指摘せられたところである (4・12)。

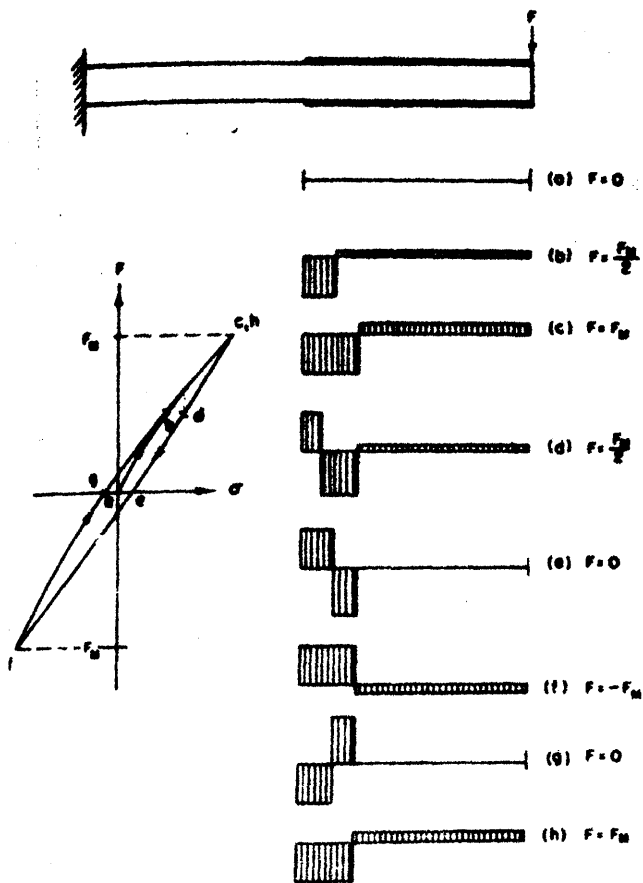
第 4・3・5 図から *specific damping capacity* $\Delta W/W$ を計算すると 0.35 ないし 0.50 なる値となる。したがつて、もしこの構造減衰をもつ接合部を一



第 4 · 3 · 5 图



第 4 · 3 · 6 图



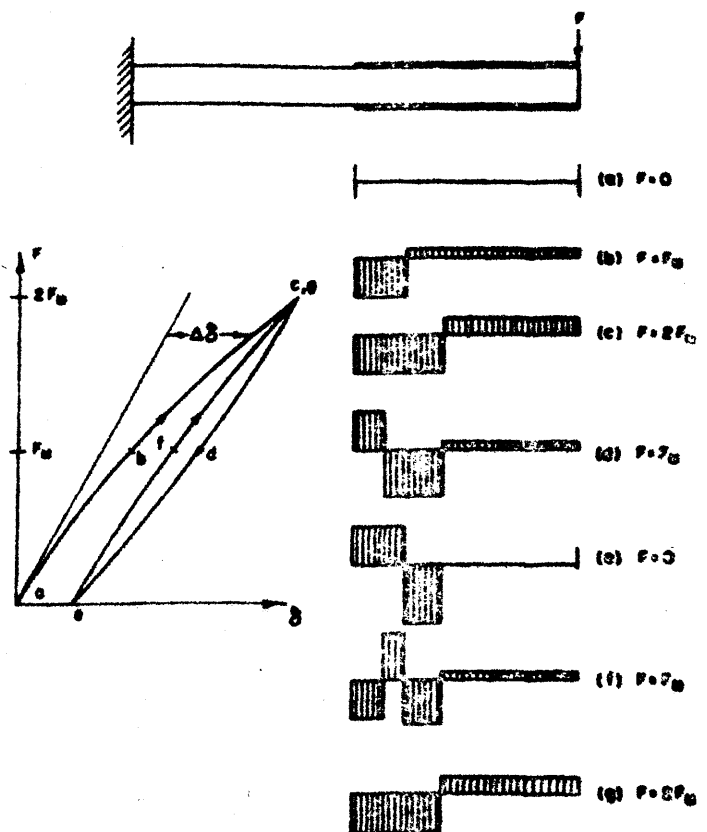
第 4・3・8 図

しかし、ある定まった量の減衰をこの振動系に与えるために bolt 間隔や緊結度を変えることは極めて困難であるから、試みても無駄であることもいわれている。

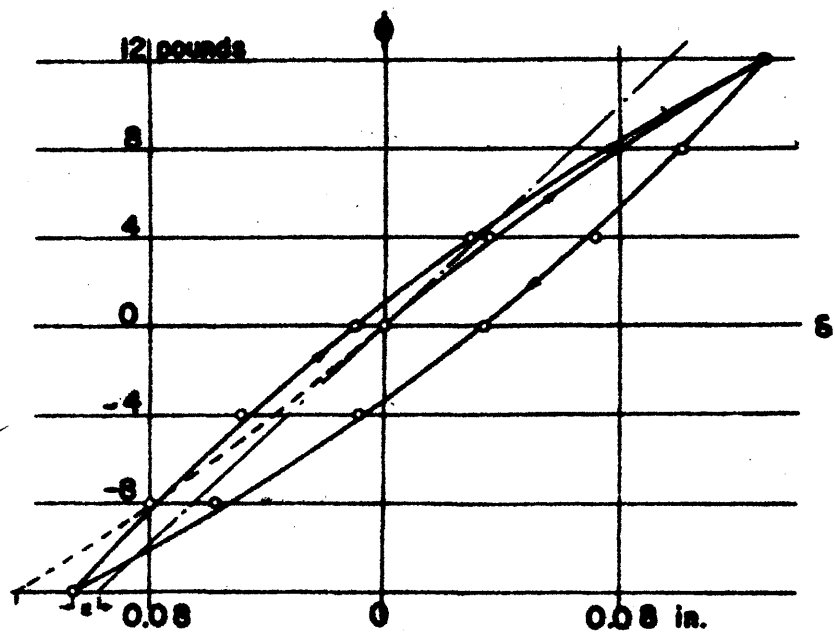
第 4・3・10 図はこの論文の結果と荷重-変形曲線の処女曲線の原典における勾配が 1 になるように plot し直したものであるが、その図からは $\phi - \delta$ の関係が円弧で以て極めて良好に近似し得ることを示した荷重が増加から減少に移る

の材を組合わせた組立ばりとして構成されている。そしてこの組立ばりには 18 本の bolt あるいは rivet が使用されている。

この組立ばりの摩擦の機構に関してはその一般的な機構が第 4・3・8 図および第 4・3・9 図にそれぞれ示されているが、このばりに静的な荷重を加えたとき、あるいは自由振動を行なわしめたときの測定がこの実験的研究でなされ、そしてとくに、この組立ばりの *hysteresis* による *energy loss* は bolt の間隔ならびにその緊結の度合に關係することが示された。

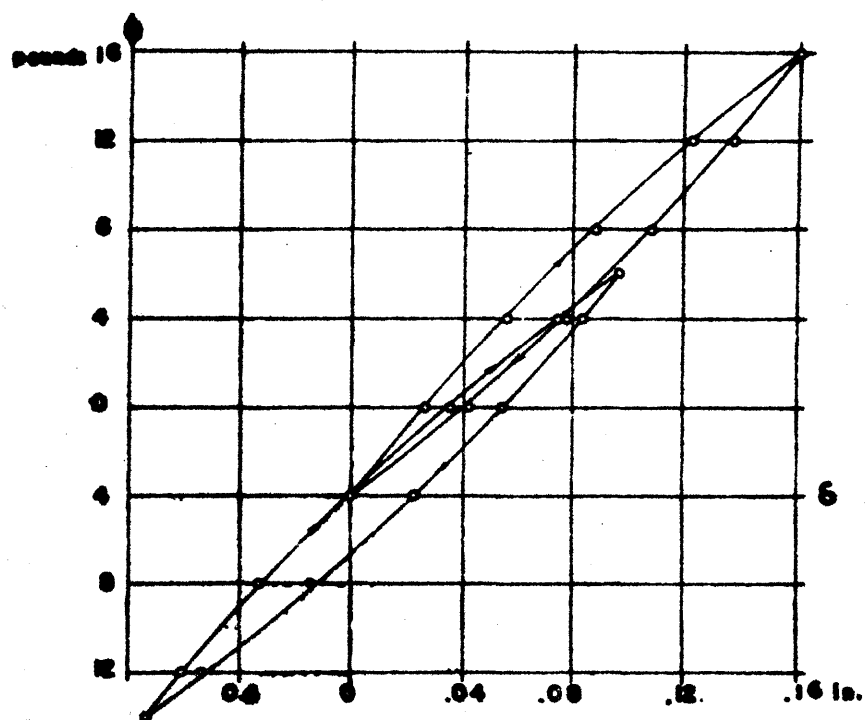


第 4・3・9 図



第 4.3.10 図

ときの曲線の勾配もやはり初期勾配と全じく、単位の勾配値をもつことを表わしている。しかし、徐荷時に対応する曲線は正確には処女曲線の逆対称たる矢を通らないで微小の偏差をもつことも第 4.3.10 図 から 観察される。このことは徐荷曲線がすでに処女曲線におけるは



第 4.3.11 図

りの状態とは異なつた状態にあることを示すものであろう。この論文の著者ははりに当初加えられる *bolt* の緊結力の大きさが最初の荷重-変形曲線の形状に相当影響することを主張している。

第4.3.11図には、この論文の著者が得た結果からその荷重-変形履歴 *loop* の *skeleton* 曲線の勾配が1になるように *plot* し直したものであるが、その結果もまたその *loop* を円弧でもつてよく近似し得ることを示し、したがって荷重の絶対値ではなく荷重の振幅の値がこの *hysteresis loop* の大きさを支配し得ることが指摘される。

いま、等しい曲率半径 ρ をもつ二つの円弧が囲む面積 A は

$$A = 2\rho^2 \left(\psi - \frac{1}{2} \sin 2\psi \right) \quad (4.3.1)$$

に等しく ψ は二つの円弧が交差する2点間に対する角の半分であることが簡単な幾何学から知り得るが、この二つの円弧が交差する2点間の弦の長さ R は $2\rho \sin \psi$ に等しいから

$$A = \frac{1}{2} R^2 \frac{\psi - \frac{1}{2} \sin 2\psi}{\sin^2 \psi} \quad (4.3.2)$$

と書き表わすこともできる。半角 R が小さい値であるときには、上式の第1項近似は

$$A \approx \frac{2}{3} \psi R^2 \approx \frac{1}{3} \frac{R^3}{\rho} \quad (4.3.3)$$

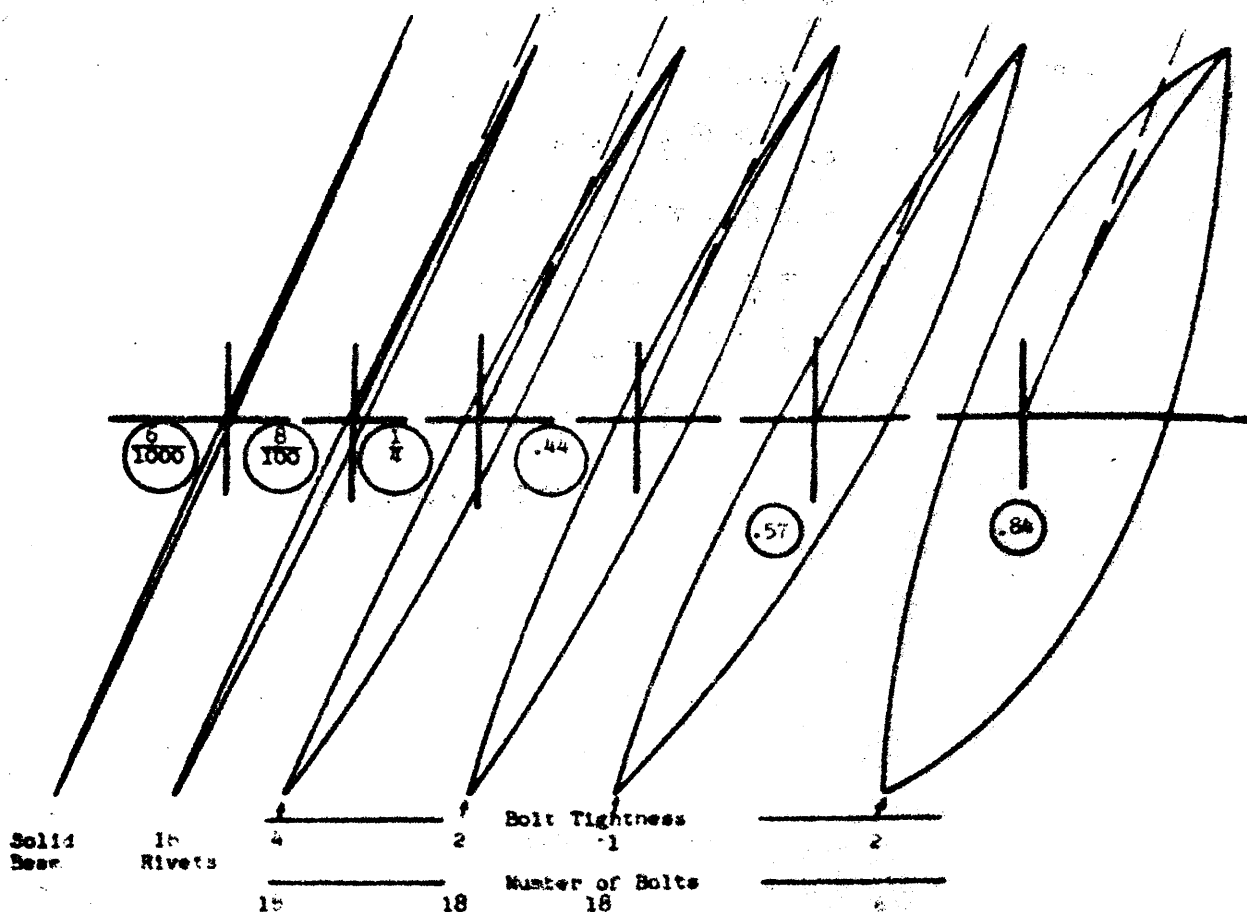
となる。弦の長さ R は第4.3.11図の φ と δ の範囲ではそれらの自乗の和の平方根に等なり

$$R = \sqrt{\varphi^2 + \delta^2} \quad (4.3.4)$$

であることを考えると、 ρ がほぼ一定の場合、摩擦(減衰)によつて失われる仕事の量は変位あるいは荷重の3乗の冪に比例することがわかる。

T. H. H. Pian, F. C. Hallowell, Jr および R. L. Bisplinghoff の研究の結論(後述)もこの考察の結果と一致するから、一般的な鋼構造の接合部の挙動はかかる円弧による荷重-変形履歴 *loop* の近似で解析し得ることに十分な根拠を与えらるものと思われるのである。

第4.3.12図に示した6個の *diagram* はこの論文に示されたものではない

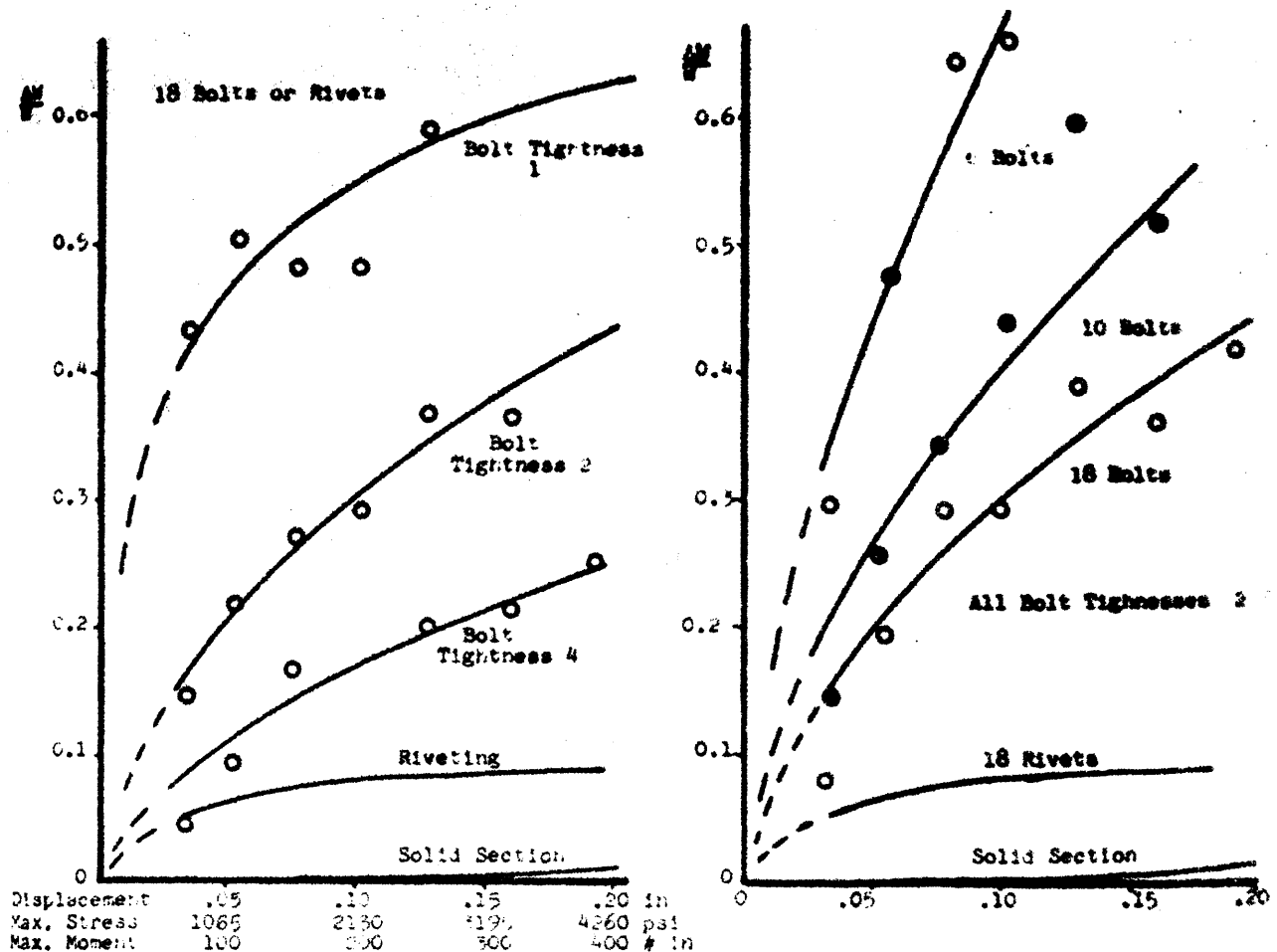


第 4・3・12 図

が、その研究結果として与えられた資料を用いて作図されたものである。図中で丸で囲まれた数字は *specific damping capacity* $\Delta w/w$ の値を示し、たとえば *bolt* の緊結度が 2 (中間) なるとき 18 本の *bolt* を用いた場合の $\Delta w/w$ の値は 0.44 となるが、たゞ 6 本の *bolt* を用いた場合にはこの値は前のほゞ 2 倍すなわち 0.84 となることが指摘される。よつてこれら六つの *diagram* の場合の等価粘性減衰係数比はそれぞれ 0.001, 0.013, 0.048, 0.090, 0.13 および 0.25 となる。

第 4・3・13 図に示す二つの図もこの論文の結果を用いて新しく作図されたものであつて、これらの実験記録の *plot* もまた *energy loss* が接合部の緊結度に関連することを良く説明するものである。

この *Massachusetts* 工科大学の研究者はつぎのような結論を得ている。



第 4・3・13 図

- (1) 減衰の主要な原因は接合部における滑り (Slippage) である。材料の内部摩擦によるものはこれに対して極めて微小の影響しか与えない。
- (2) energy loss は振動の振幅にのみ関係するが応力の絶対値には関係しない。
- (3) 1 cycle 当りの energy loss の量は荷重振幅の 3 乗に比例する。
- (4) energy loss は bolt 接合部の緊結度に逆比例する。
- (5) 試験片の荷重-変形履歴 loop はそれ自身荷重の 1 cycle の変動が終了したとき閉曲線を形成する。
- (6) 最大 18 本までの bolt 結合を行ない得るこの試験片について見ても、接合部にごく僅かの摩擦滑りが観察されるのは主に固定端に近い場所にあるオ 1 および第 2 層目の接合部に限られる。

この文献は接合部における hysteresis の現象について最も深く問題にし

ているところに特色があるように思われる。

Reference 4:

谷口 忠, 「建造物の振動減衰性に関する研究 (鉄骨造の振動減衰性に就て)」, 建築学会 論文集 第17号, 339頁~346頁, 昭和15年4月 (4.23).

本報告は鉄骨造の減衰性を支配する要素である部材隅角部, 組立部材, および *frame* について繰返し荷重によつて疲労が増大し, 材線の伸縮, *rivet* のすべり, 隅角部の変形 (角変化) が生ずるに応じてその振動の減衰係数が如何に変化するかを調べたものである。

試験に使用された供試体は3組に大別でき, 第1組は $700 \times 150 \times 70$ の溝型鋼に $500 \times 75 \times 75 \times 8$ のH型鋼をT字型に接合したものであつて, その接合方法は, *Welded*, *riveted*, *bolted* あるいはこれらの二つの組合せによる計11種のものが考案せられた。第2組は柱またははりなど通常使用されている組立部材で長さ 2.5 m $2\text{ Ls } 40 \times 40 \times 5$, *web* は 130×5 の *plate* および *lattice* の2種が考えられた。そして第3組は第2組の部材を柱とせる *frame* であつて, これらの供試体に対して行なわれた実験方法は部材あるいは *frame* の一端を地に固定し, 柱の頂部に正負繰返し水平荷重を *rope* と滑車, ならびに重錘によつて加え, *rope* を切断して自由振動せしめ, その減衰状態を *smoked paper* または *bromide* 感光紙によつて, これより振動周期および減衰係数が求められた。

谷口博士は鉄骨造の振動減衰性を支配するものは型鋼自身のひずみ度によるいわゆる内部摩擦によるものと型鋼と型鋼または *rivet* との外部摩擦によるものが主であつて, 鉄骨造が *concrete* または煉瓦などで被覆せられるときはさらにそれらとの間も摩擦も考えにそれら原因の総合値であるがまずその根本の持手の性質について減衰性に及ぼす基礎研究を行ない, そして隅角部の変角, 部材の変形によるものにおいて調査しこれを総合すれば良いとの方針のもとに実験を進められたのである。

実験では種々の荷重段階に対して、供試体の平均減衰係数値を算出し、それを最初の振幅の大きさとの関連を求められたが、これより、減衰係数値は供試体の振幅が極めて小なるときにはその接合方法の如何によつて著しく異なること、そしてその値は最初の振幅の大きさに支配されることなどが明らかにされた。この研究で行なわれた各種の実験から、分析的研究結果の総合として、鉄骨造の減衰係数は1ないし64の範囲にあり、鉄筋 concrete 構造物に対する全係数が1ないし3の間に存在するのにならばはるかになく、したがつて振動学的な立場からも、鉄骨によつて耐震上有利な構造を作り得ることが立証せられるとともに、一方鉄骨構造の減衰性を支配する要素はその剛度、強度および構造物の複雑さ、ならびに規模の大小ではなく、一つにその接手の手法であることが判明し、rivetのせん断抵抗によるときはその係数値は50~60を与える耐震上最も有利であるのに反して、溶接の実付接合のごときは鋼材節節上最も望ましく、剛度も強度もまた隅角部の角度化も最小ならしめ得る構造法ではあるが、耐震上弾性共振の場合を考えれば、最も不利な接手であると結論しておられる。

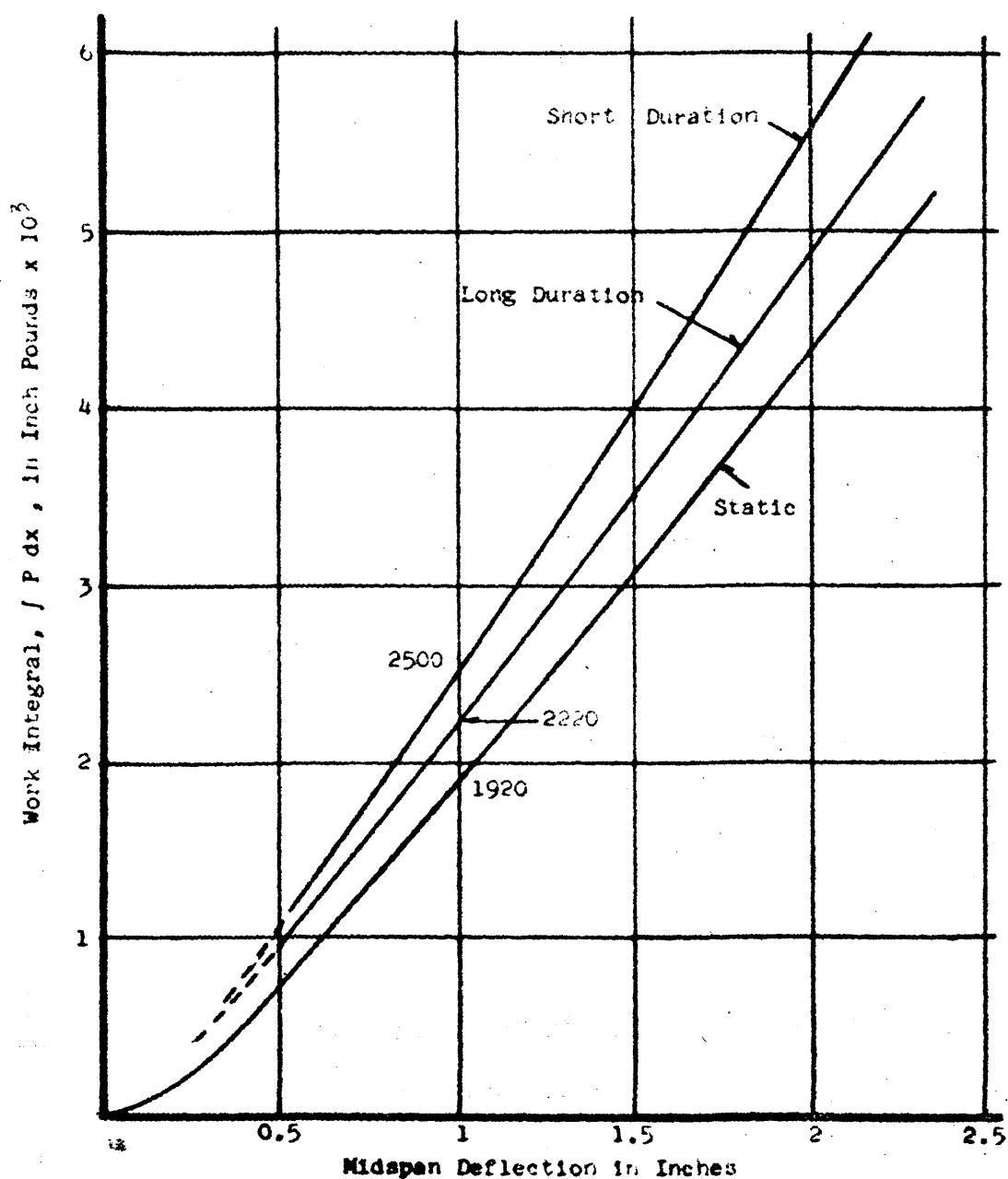
この定量的な研究は20年以前に溯るのであるがその当時すでに、鋼構造の摩擦による減衰性の重要性を指摘せられたことに対して、筆者は深い尊敬の念をもつて、こゝに引用するのである。

4.3.3 鉄筋 concrete 構造の力学的特性

Reference 5:

"Behavior of Structural Elements Under Impulsive Loads, I and II,
A report submitted to New England Division, Corps of Engineers,
in partial completion of Contract No. DA-19-016-eng-239 by J. B.
Wilbur and R. J. Hansen, Massachusetts Institute of Technology,
November 1950. (4.03).

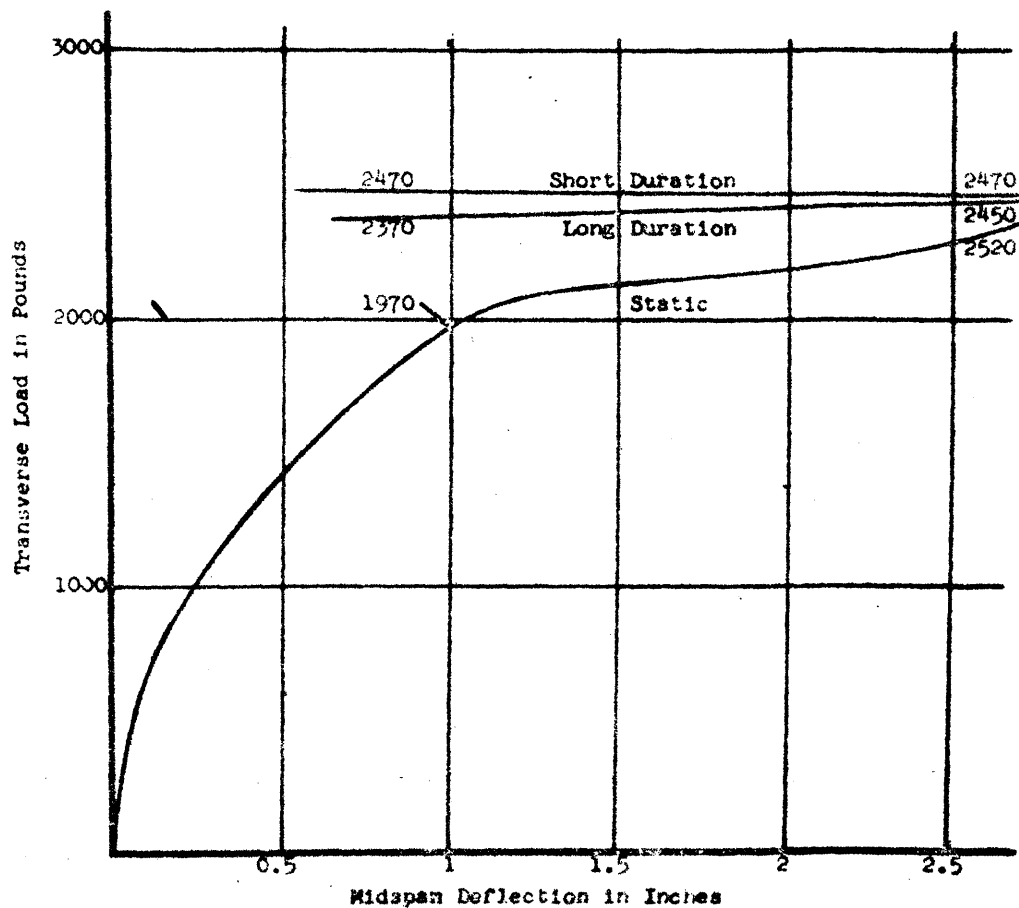
この文献の実験方法についてはすでに本編第1章に引用したとおりである。Wilbur, Hansen両教授は実験結果を前と別の方で、すなわち減衰性に重点を置いて抵抗力を積分して得られる仕事量 $\int P dx$ について plot して第4・3・14図のよう表わした。この結果から静的载荷によつて1吋のためみを生ずるときの仕事の量は1920吋・封度であるが全じ1吋の変動における長時間の動的载荷によつては2220吋・封度、そして短時間の载荷によつては



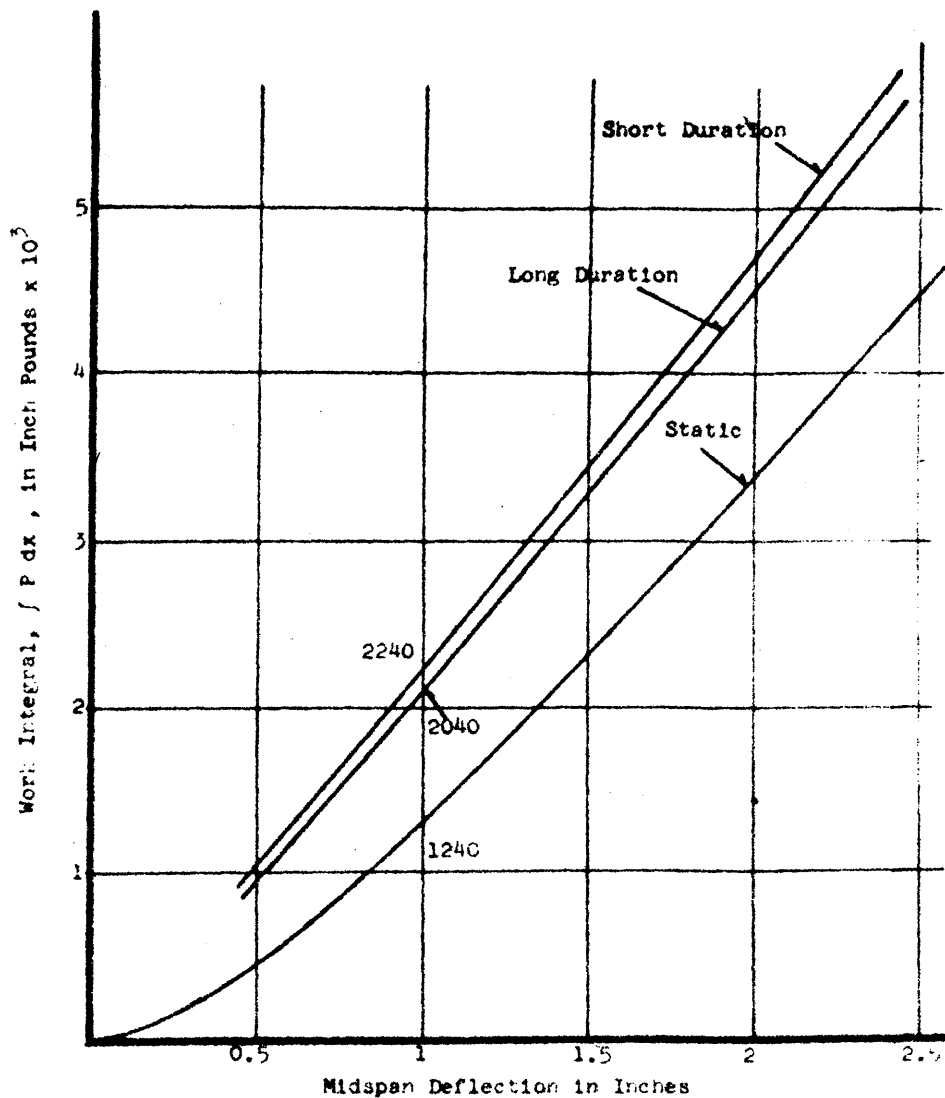
第 4・3・14 図

2500 吋 封度となり、これは静的載荷の場合の仕事量よりも30%も高くなる
ことが示される。鉄筋 concrete ばりの動的な剛性が静的剛性よりも高くなる
理由は主に急速な載荷による場合に鉄筋の降伏点応力が増大するためと
考えられている。はり断面の寸法が異なる場合に、この実験では短時間の
動的載荷に対するはりの剛性が静的な載荷の場合に示されるはり剛性に比
べて40%も高く計算されることも報告されている。

第4・3・15 図 および第4・3・16 図にはこれらの鉄筋 concrete ばりに一旦載
荷した後逆方向の載荷 (second half cycle) を行なった場合の抵抗力 P お
よびその力を積分した仕事量 $\int P dx$ をそれぞれ変形 x に対して求めてこれ
を plot したものである。この場合の静的な載荷に対応する曲線の形状が前
の第4・1・2 図のそれに比べるとやや異なっている点を除けば動的載荷によ



第 4・3・15 図



第 4・3・16 回

る正負兩方向の荷重方向に対して得られた曲線の形は似ており、そして、このような大きな変位はすべて永久変形に基づくものが主となっていることが考えられる。

この論文の著者はつぎのような興味ある結論を導いている。

- (1) 短時間の動的荷重に対して求められる積分仕事の量は静的荷重によって得られた値より約 30% 大きく、また長時間の動的荷重に対して、この値は静的の場合よりも約 15% 大きくなる。
- (2) 短時間の動的荷重をうける鉄筋 concrete ばりの剛性は静的荷重に対して得られるはり剛性より 15% ないし 30% 大きく、その際ばりの最大変形量はその降伏点変位量ないしその約 5 倍の変位量にまで達する。

長時間の動的載荷の場合には全じ変形量の範囲ではり剛性が0から6%位まで増大する。

(3) この鉄筋 concrete ばりの剛性が動的載荷の場合に高くなるということは多分に鋼筋の降伏強度が増大することによるものと思われる。それは鉄骨のはり、異形鉄筋を用いた concrete ばり、および普通の丸棒を用いた鉄筋 concrete ばりについて動的試験をした結果からその *work integral* $\int Pd\epsilon$ の曲線を描くと、これら三つの場合の曲線が非常に似通ったものとなるからである。

(4) 一旦はりに載荷した後、逆方向に載荷することの影響は動的載荷の場合よりもむしろ静的載荷の場合に顕著である。短時間の載荷による *work integral* は静的な正の方向の載荷の場合より6%大きく、長時間載荷の場合には *work integral* はごく僅か(平均3%)高くなるに過ぎない。さらにはりの剛性については短時間の逆向載荷時には静的な正方向載荷時の値より少し高くなるけれども長時間の動的逆向載荷の場合は静的正方向載荷の場合と変りはない。

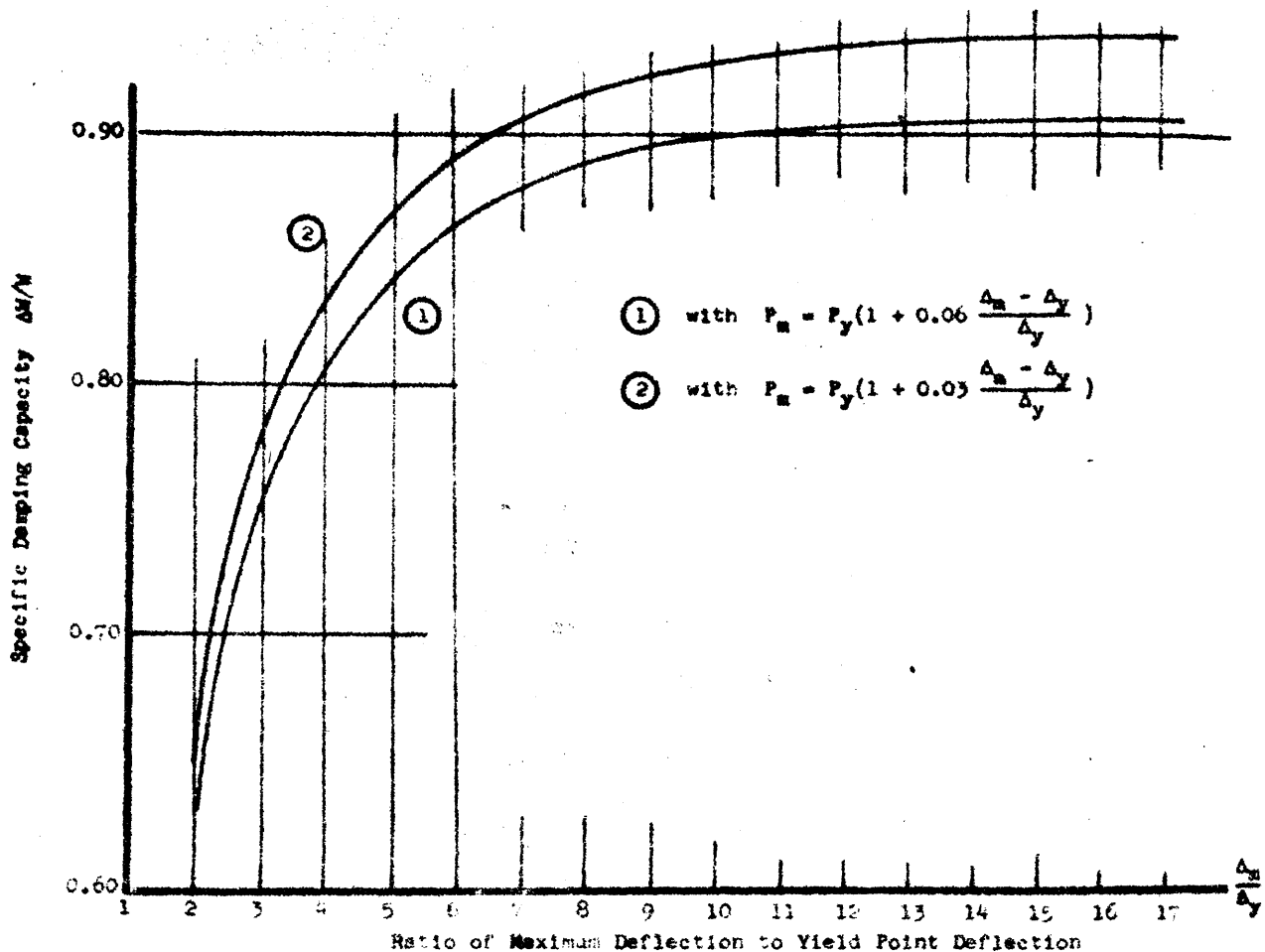
したがって、正負両方向に荷重を加える場合にいずれにしても動的な載荷による組立構造物の動的剛性は静的の場合よりも常に若干大きくなるということ念頭においてわれわれはその最も不利な場合としての静的荷重に耐える構造物の挙動を今少し綿密に調べることは興味があるものと思われる。第4.3.17図には Wilbur, Hansen 両教授が行なった全一形状の七つの試験片についての実験結果から得られる静的な荷重-変形曲線の平均的なものが示されている。この図の尺度は降伏点荷重 P_y とはりの中点における降伏たねみ量 Δy が基準にとられており、曲線の各部分の平均勾配が初期の平均勾配に対する百分率で与えられている。この図からは、はり自身が最初の正方向の荷重の作用によつて相当大きな塑性変形をなしたがってかなりの構造的な被害を受けたにも拘らず、つぎの逆方向の載荷に対してはりのもつ剛性は非常に大きいことがわかる。事実、ほとんど同じ大きさの正

第4.3.17図の履歴曲線に基づいて、この半 cycle specific damping capacity を計算すると図示のように最初の半 cycle に対して $(\Delta W/W)_1 = 0.74$ 、つぎの半 cycle に対して $(\Delta W/W)_2 = 0.68$ となる。これらは前述のように等価的な線型の skeleton 曲線をもつ振動系の specific damping capacity $\Delta W/W_L$ であると、それぞれ $(\Delta W/W_L)_1 = 1.26$ 、 $(\Delta W/W_L)_2 = 0.87$ となり、したがってその場合の等価粘性減衰係数比 η_{eq} の値はおのおの 0.20 および 0.14 となることが計算により求められる。

第4.3.17図の結果は $\pm 3 \Delta y$ のはりの変動に対して、静的試験機によつて載荷された鉄筋 concrete はりに生じた strain energy の約 70% が半 cycle の間にはりの中に消散、吸収されてしまうことを示すもので、もちろん、たわみ量の範囲が増大すれば失われる energy の割合も増加することが考えられる。そこでこの energy loss とはりのたわみ量との間の関連を求めるために、 $\Delta W/W$ をはりの荷重-変移曲線の最大荷重 P_m 、降伏点荷重 P_y 、最大たわみ量 Δ_m 、および降伏点たわみ量 Δ_y を用いて近似的に書き表わして見ると、

$$\left(\frac{\Delta W}{W}\right)_1 = \frac{(P_y + P_m) \frac{\Delta_m}{\Delta_y} - P_m \left(1 + \frac{P_m}{P_y}\right)}{(P_y + P_m) \frac{\Delta_m}{\Delta_y} - P_m} \quad (4.3.5)$$

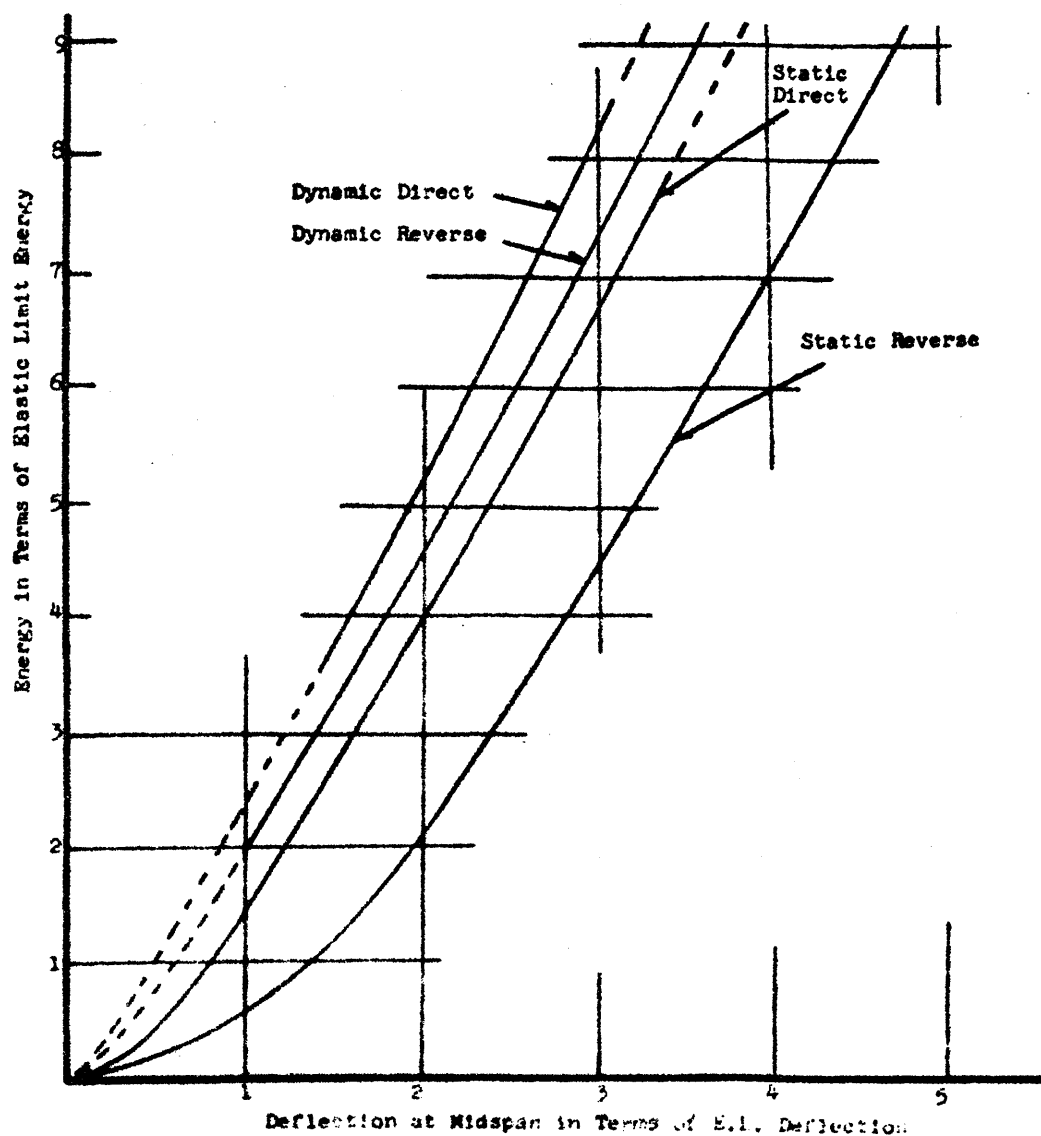
なる形となる。これは徐荷曲線の勾配が載荷曲線の初期勾配に等しいという仮定から出発して得られるもので、第4.3.7図にこの式を当て嵌めて見ると、正方向の静的荷重に対して $\Delta W/W = 0.75$ となる。しかしこの式は逆方向の載荷に対して用いることはできない。それは逆方向載荷の場合の平均勾配 CD と FE の値が非常に異なるからである。しかし、正方向載荷の場合の work integral は上の $(\Delta W/W)_1$ の式は逆方向載荷の場合に対しても履歴 loop の形状の違いはあつても、その総対量をほぼ正確に算定し得ることを示すものであつて、もしそれが正しいとすれば、両教授の実験結果を用いて、 P_m の値の Δ_m/Δ_y の増大に伴う増加がそれぞれ 3% および 6% と仮定したときの $(\Delta W/W)_1$ の値を Δ_m/Δ_y の種々の値に対して与えることができる。



第 4・3・18 図

この関係は第 4・3・18 図に示される。これによつても、たとえ静的な載荷の場合でも塑性変形をうける鉄筋 concrete ばりは試験機によつて与えられた energy の中の非常に大きな割合を占める部分が吸収されてしまうことがわかる。動的載荷の際には $(\Delta w/w)_1$ の曲線はこの静的な場合のさうによにくることが想像せられよう。

第 4・3・19 図は正方向および逆方向の動的なうびに静的載荷に対応する鉄筋 concrete ばりの仕事量 (Work integral) の曲線を示したものであつて、これが、はりの中点における降伏英のたわみ、および降伏英応力時の energy の尺度で表現せられている。この曲線は Wilbur, Hansen 両教授の実験結果の多くを平均して示したものであるから、長時間載荷、あるいは短時間載荷という区別がないことに注意せねばならない。

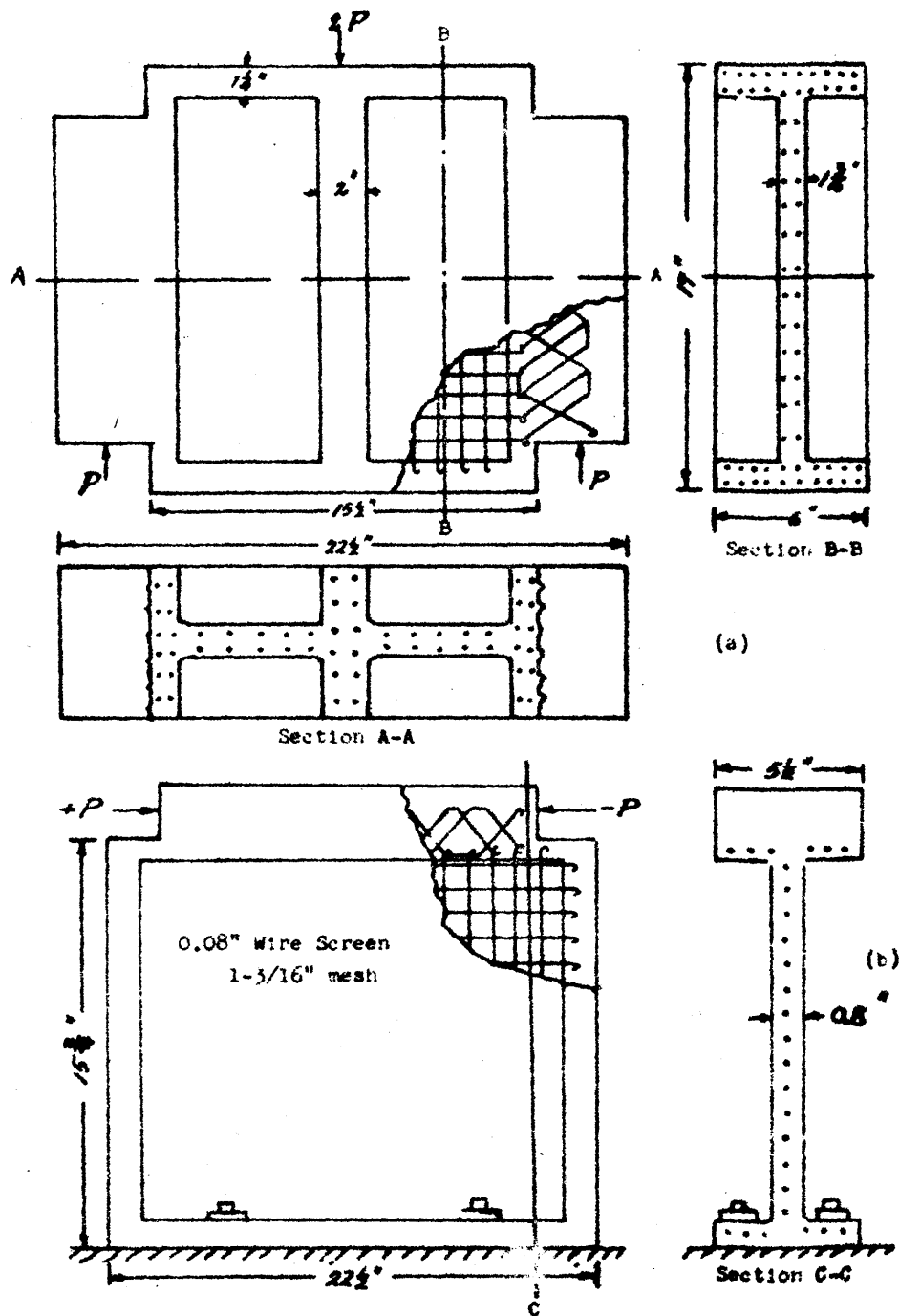


第 4・3・19 図

Reference 6:

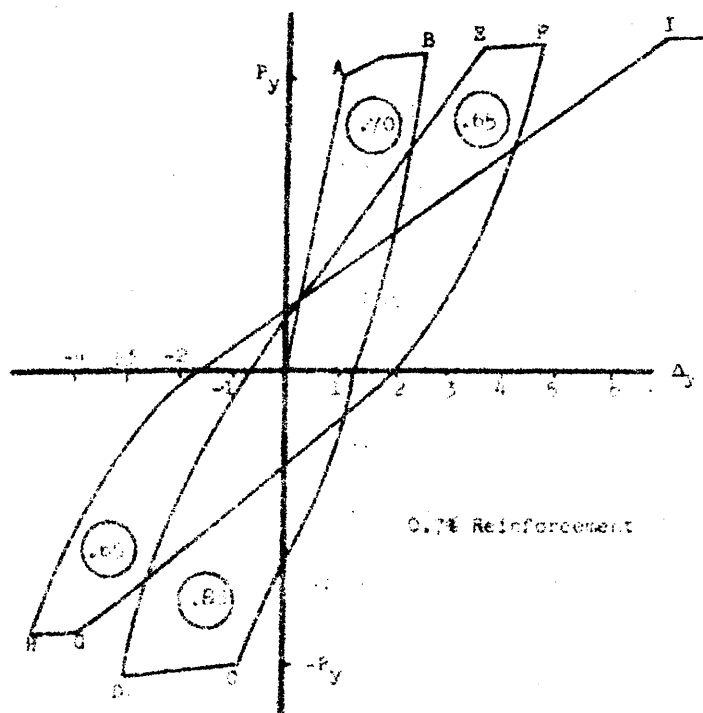
東京大学 武藤研究室, 「耐震壁の研究」日本建築学会研究報告 (関東支部), 昭和 25 年—昭和 26 年, (4.14)

武藤博士は第 4・3・20 図 (a), (b) に示すような耐震壁の縮尺模型 25 個について実験された。この研究は耐震壁の中に入れられた鉄筋の量が壁のセ



第 4 · 3 · 20 図

ん断剛性に如何なる影響を及ぼすかという点について特に注目せられたもので、荷重は静的なものを用いて正負両方向に交番載荷が行なわれた。しかし実験は5本 cycle 以上の載荷に対して行なわれなかったのが遺憾であるが、それでもこの実験はわれわれに相当興味のある知識を提供したのである。



第 4.3.21 図

荷重-変形曲線の平均勾配は一般に減少する。すなわちいまこれらの曲線の線分 OA, CB, DE, \dots の平均勾配を比較すれば、それらの値が $P_y/\Delta y$ を尺度にして示したとき、それぞれ $1.00, 0.55, 0.39$ および $0.29 \dots$ となることが見られる。

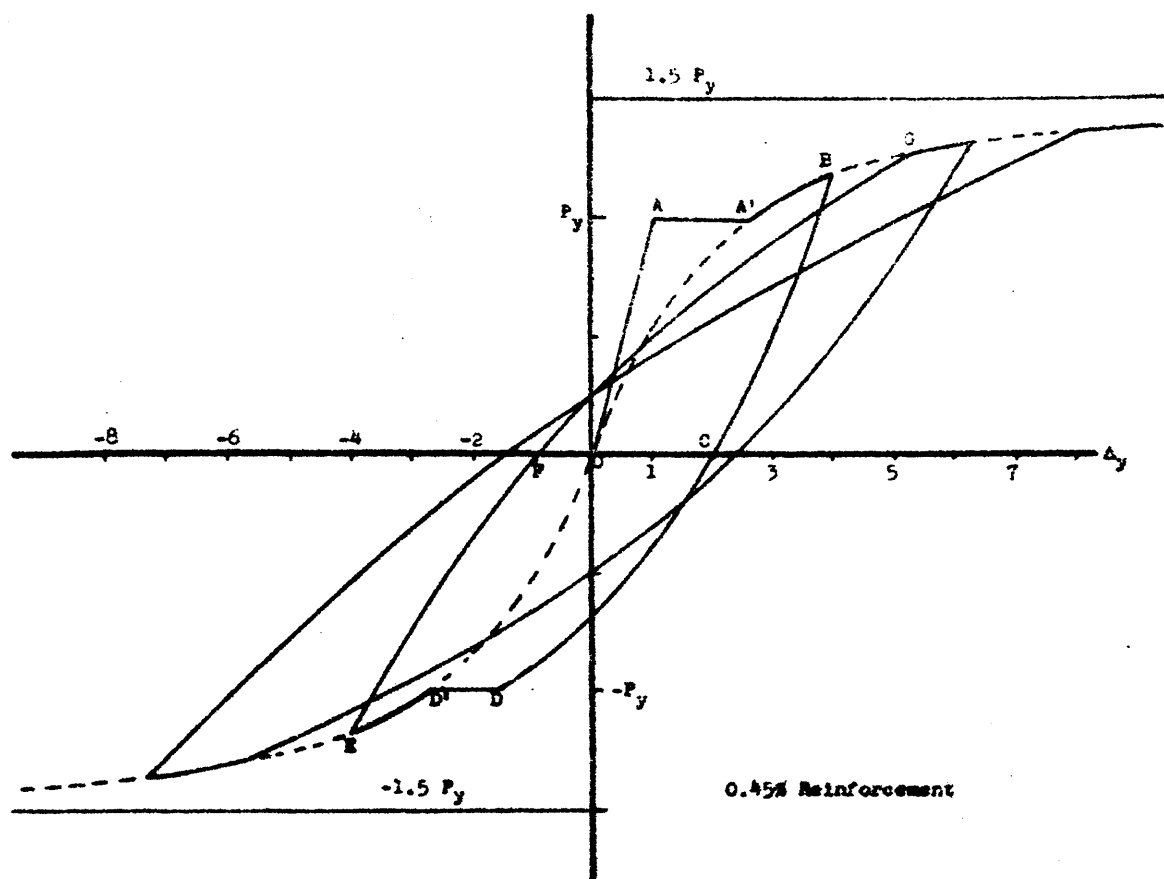
ある半 cycle からつぎの半 cycle へと載荷が進むにつれて、荷重-変形曲線の勾配が変化することは試験機によつて生ぜしめられる塑性変形量すなわち第 4.3.21 図の線分 AB, CD, \dots などの長さに関係することは確かであるが武藤博士によつてなされた同様ないくつかの試験結果を総合すれば、第 2 半 cycle の曲線の勾配は初期の荷重-変形曲線の平均勾配の大体 55% 程度になることがわかる。前に示した Wilbur, Hansen 両教授の鉄筋 concrete ばりの実験結果から plot された第 4.3.17 図について見て、その第 2 半 cycle, DB , の勾配はこのばりの荷重-変形曲線の初期平均勾配 $P_y/\Delta y$ のちょうど 55% になっているのは非常に興味ある事であろう。

第 4.3.21 図はこの東京大学で得られた耐震壁の抵抗力と変形量の関係を示す曲線の一つを示す。その尺度は本章で慣用せる P_y と Δy でもつて表わされるが、この図からは壁体に亀裂が発生し、それが肉眼で観察されるようになって、そのつぎの半 cycle における降伏荷重はあまり低下しないことがわかる。しかし壁体に降伏荷重が与えられた以後は

耐震壁模型に関する *work integral* あるいは *specific damping capacity* に関して第4・3・21図にはその各半 cycle に対する $\Delta W/W$ の値が円内に記入されている。それら四つの半 cycle の $\Delta W/W$ の値の平均値は 0.72 となるが、しかし第4・3・21図の第2半 cycle の履歴 loop がこの場合最大の減衰性を示すことが見られる。再び第4・3・17図に戻って、M.I.T. で得られた実験結果と比較すれば鉄筋 concrete ばりの場合には $\Delta W/W$ の値が、第1、第2半 cycle でそれぞれ 0.74 および 0.68 であったことをこの場合にあてはめて見ると興味があらう。

武藤博士の実験は M.I.T. でなされた実験の結果と概略一致し、そして鉄筋 concrete 構造物のごとき、鋼と concrete の *composite structure* においては、それが大きな荷重を交替的に受けた場合には、その剛性そのものは段々と低下するけれども、非常に優秀な復元抵抗を示すものであることとして、さらに減衰量 $\Delta W/W$ の値は 0.7 の order で数個の半 cycle の間持続するものであることを明らかにしたものであった。

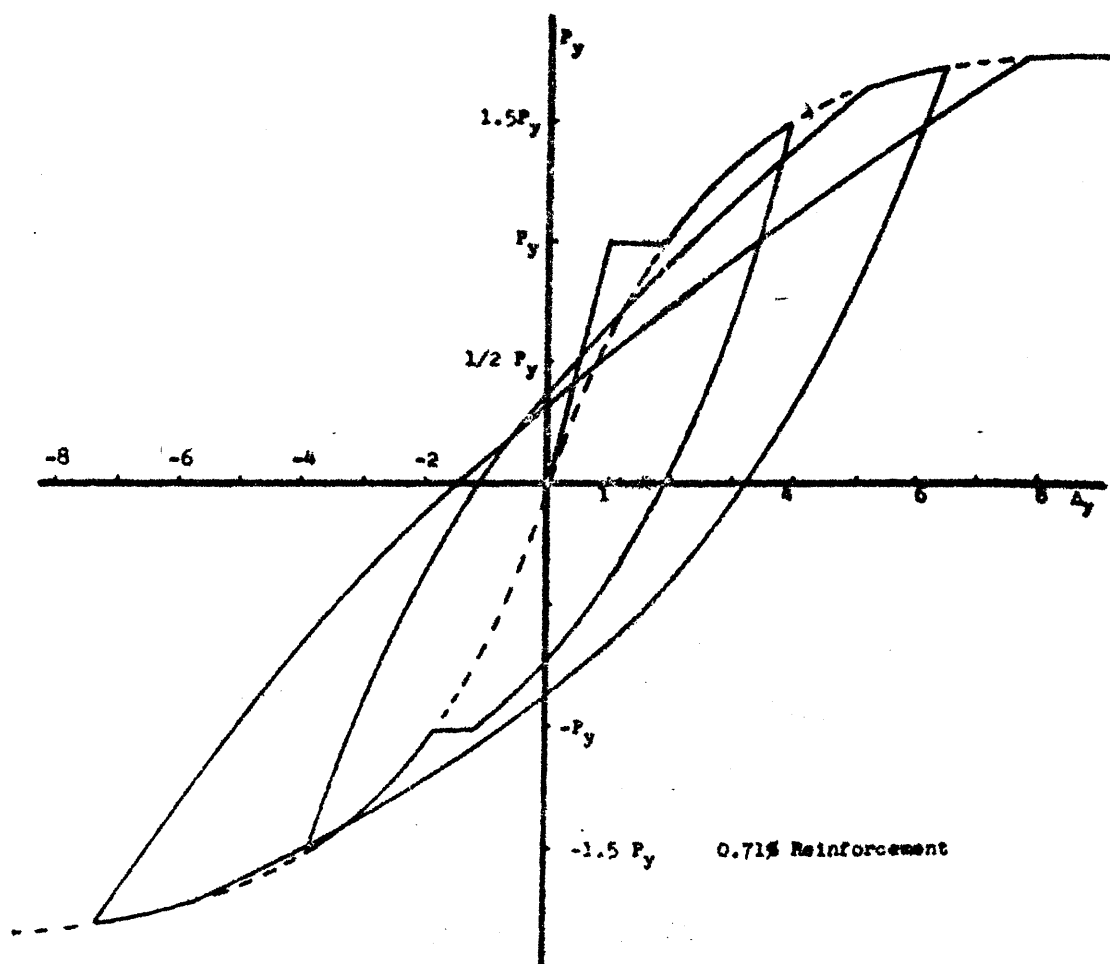
この文献の最後に、武藤教授は実験に供した鉄筋 concrete 耐震壁の挙動について定性的な見解を述べ、第4・3・22図に耐震壁が繰返し荷重を受けるときの復元力-変形の関係を滑らかな奇関数の曲線 $OA'BG$ をもって代表せしめて、これが耐震壁の鉄筋の補強による効果としての $P-\Delta$ 曲線と名付けられた。すなわち、降伏点 A において concrete に亀裂が発生すると、その耐震壁が荷重に抵抗する能力は急激に弱まり、耐震壁には荷重一定のまゝで変形のみが急激に増加するから、この間の耐震壁の復元力-変形曲線は第4・3・22図の線分 AA' で示される。A' 点以後は 0.45% の鉄筋比をもつ鋼筋がすべてこの耐震壁の抵抗力を受けもち、そして荷重の増大に伴って B 点に至る。荷重が除かれたとき、荷重-変形曲線は C 点に達し、永久みぞみ (*permanent set*) は約 $2\Delta y$ となる。荷重をさらに逆向きに作用させるときは、耐震壁の挙動は前よりやや複雑な曲線にて D 点に至り、こゝで concrete には再び亀裂が前と直角方向に発生する。この点においても耐震



第 4・3・22 図

壁が荷重に抵抗する能力は低下するが、第 4・3・22 図では一定の直線 DD' で示されている。 D' 点から E 点までは補強鉄筋のみが有効に働き、そして E 点で荷重が除かれるとその場合の permanent set DF は約 $\frac{1}{2} \Delta y$ となる。それから第 3 番目の半 cycle が起ることになるが、この場合系は前と別の経路を辿って下から G まで荷重-変位の関係が画かれることになる。しかしこの場合耐震壁の復元抵抗力を占めるものは鉄筋比 0.45 % の補強鋼筋のみである。

耐震壁の鉄筋量を 0.71 % に増大せしめた場合の結果を示す図が第 4・3・23 図に掲げられる。この図においては比較のために P_y と Δy の尺度は第 4・3・22 図の場合と同じものが採られている。25 個の耐震壁模型の試験片に対して想定されに補強鉄筋量は 0.45 ないし 0.71 % の間で種々変化せしめられている。



第 4.3.23 図

Reference 7:

谷口 忠, 「建造物の振動減衰性に関する研究 (鉄筋コンクリート造の減衰係数に就いて)」 建築学会論文集第 5 号, pp.146-155, 昭和 12 年 3 月. (424)

この文献は谷口博士が昭和 12 年から昭和 15 年までの 3 年間に涉つて行なわれた「建築物の振動減衰性に関する一連の研究の最初をなすものでこの報告の前半には建築物全般にわたつてのその減衰性の原因についての理論的考察と研究方針, 実験方法の概要などが述べられ, 後半はその実験で得た結果の一部たる鉄筋 concrete 構造の振動減衰性が, その応力の増大に伴ない変化する状態およびその係数値についての定量的な議論がなされている。

実験に供された試験体は高さ, span とともに約 2m で断面が $47 \times 42 \text{ cm}$ の短冊

断面をもつ柱，はりによつて構成せられた1層，1spanの鉄筋 concrete frameであつてその柱脚は約50cmほど鉄筋 concrete基礎の中に埋込んで，柱脚完全固定という状態に近づけられた。そしてこの frame の上縁のはり部分に rope，滑車および重錘を用いた加力装置によつて frame に水平力を与え，初期変位を与えた後，急激にこの水平力を解除して，frame に自由振動を行なわせ，振幅の時間的な変動すなわち，自由振動記録から，等価な粘性減衰係数と振動周期が測定せられた。鉄筋 concrete frame に与える初期応力は種々変化せしめ，この応力増大に伴う減衰係数と振動周期の変化に注目された。

谷口博士は鉄筋 concrete 構造物の場合，又なるたけみ量を生じたとき有する potential energy は $cX^{1.8}$ として与えられることを実験的に明らかにしたが，振動の1周期の間にその何割の energy が失われたかを示す $(X_1^n - X_2^n)/X_1^n$ の表示としては， $n=1.8$ の値を用いてこれを Lost Energy (消耗率)とよぶことにしておられるが，このことは，鉄筋 concrete 部材の荷重変形曲線が履歴によつてもその形状には何ら影響がないものとする仮定の上に立つものであつて，specific damping capacity とは全一のものではない。したがつて，谷口博士の実験結果の plot に示される lost energy 曲線の傾向は前の二つの reference の結果とは一致しない。

しかし谷口博士はこの論文の中で鉄筋 concrete 構造物の振動減衰の原因が主に固体摩擦あるいは目に見える内部の slip によく支配されているらしいと結論して居られる。しかしこの研究が約20年以上以前に行なわれたものであつて，その頃の耐震工学の知識からいえば，この研究は確かに当時としての重要性を認むべきものがあるであらう。

Reference 8:

"Structural Dynamics in Earthquake Resistant Design", Proc. A. S. C. E., Paper No. 1695, July 1958, by John A. Blume. (4.25).

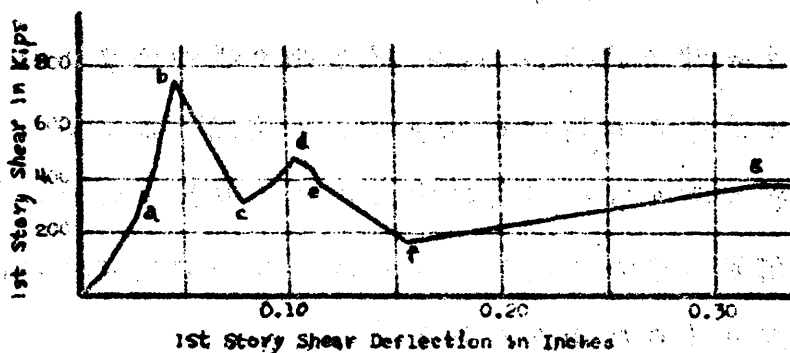
Blume 氏がこの論文の中で述べている一般的な注意事項の中で、つぎの事柄がわれわれの研究に対して、特に興味を引くものであろう。すなわち

「構造物の運動によつてみずみを受けるすべての材料は單に質量としてではなくその破壊点に至るまでの energy 吸収に關する。たとえその材料が破壊した後でも、また引続く地動によつてこれらの材料のあるものは、その部材同志が接触したり衝突し合つたして、最後に取拂われるまで energy を吸収するのである」。

「材料はその強度と弾性以外に多くの特性をもつ。これらいろいろな特性もまた材料の破壊まで考慮されなければならない」。

Blume 氏はこの論文で二つの実在の構造物を取扱っているが、その中の一つはいままでに多くの研究者によつてすでに何回となく微小振動試験が行なわれてきた傳統的な type の 15 階建の事務所建築 Alexander Building である。著者はこの建物についてさらに、それが「最も不利な条件のもとに破壊が進行して行く仮想的な場合」を想定して振動学的な研究を進めている。

Blume 氏が提示した曲線 (第 4・3・24 図) はこの Alexander Building の 1 階の南北方向の変形に対する剛性を図示したものであつて、これは多少仮想的なものではあるが、



経験を伴う常識と健全な判断から得られたものと解される。そしてこの図はこの建物の 1 階の鉄骨骨組の変形が増大して 43 吋の降伏変位にま

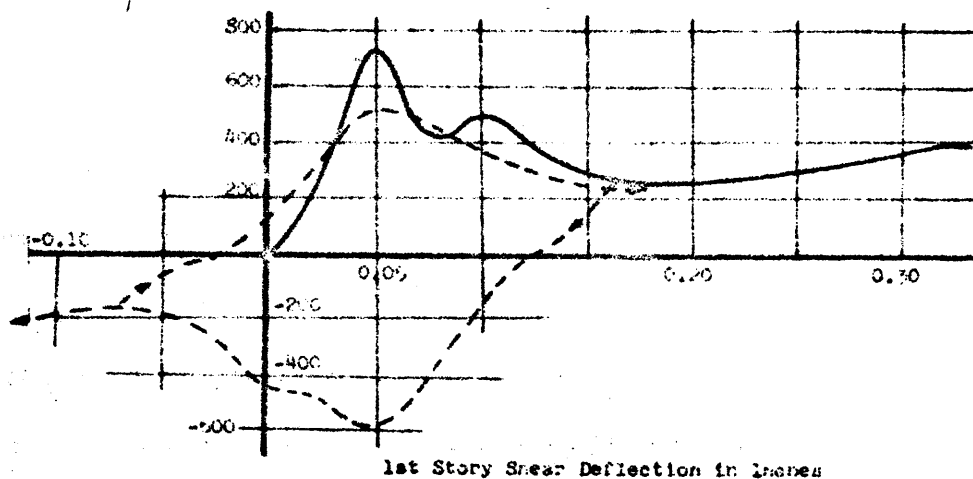
第 4・3・24 図

で達する場合に起り得る剛性の変化を鮮やかに示すものであつて、この図に記入された文字の順にこの曲線を觀察すれば、曲線の線分 oa の間は

この階の剛性に寄与する計五つの構造要素がすべて協力して働いて階の変形の増大とともにその復元力を高めて行くことを表わすのである。A点においては1階の柱に耐火性を与えるために塗られた concrete 層に亀裂が生じたが、こゝで階全体の剛性は僅か低下する。しかし変形がなおも増大すれば、線分 ab はまだこの階の剛性を与える残り四つの構造要素の協力によつて構造物の復元力は高められる。B点において架構の鋼骨組の中に施工せられていた外部周仕切壁が亀裂を始め、復元力は b から C に低下するものと想像される。しかしC点では、それまで階の剛性にあまり有効に寄与していなかった concrete の階段や $tile$ の周仕切壁、あるいは鋼の骨組自身が有効に作用し始めて、いままで減少してきた復元力曲線の勾配は再び増大し、そしてこの状態は階段に亀裂を生ずる点 d 、あるいは $tile$ の周仕切壁が亀裂を生ずる点 e まで続けられる。階段や周仕切壁が亀裂を生じた以後の復元力曲線 ef は全く仮想的に画かれたものであるが、F点ではもはや「裸同然の」鉄骨骨組のみが階全体のせん断変形に対して復元力を与えるようになり、そしてその復元力の値は骨組の降伏点 g に至るまで増大を続ける。Blume氏は全般的な剛性(抵抗)曲線をこの建物の7階および13階についても求めている。

これらの復元曲線はその勾配が負となる部分について若干の不確かさがあることは否定できないけれども、しかしそれは決して Blume 氏のこの論文の価値を害するものではないであらう。そして、耐火層、煉瓦壁、concrete の階段、および $tile$ の周仕切壁の四つの要素の協力によつて鉄骨骨組の復元力特性を示すものの上に一つあるいは二つの瘤を作ることは興味あることであるが、Reference 5 および 6 に示された鉄筋 concrete 構造についての実験的研究が示された特性を考え併せると、この Alexander Building に逆方向に二つの載荷がなされるときの変形曲線の形状もまた一つあるいは二つの瘤をもつたものであり、しかもその瘤の存在は多少顕著ではなくなつたものとすることが考えられよう。

第4.3.25図はしたがってこの論文の結果を参照して、Alexander Buildingの復元力曲線の逆方向載荷をも含めた1 cycleの様を多少現実により得るような形に画き直した。いわゆる“artist's” conception が示される。そもてこれより復元力曲線のもつ瘤がこの階の減衰性状を増大せしめる上において大きな効果をもつことが知られるのである。



第4.3.25図

4.3.4. 構造物接合部の履歴特性を表わす Jacobsen 教授の Behavioristic Model

Reference 9:

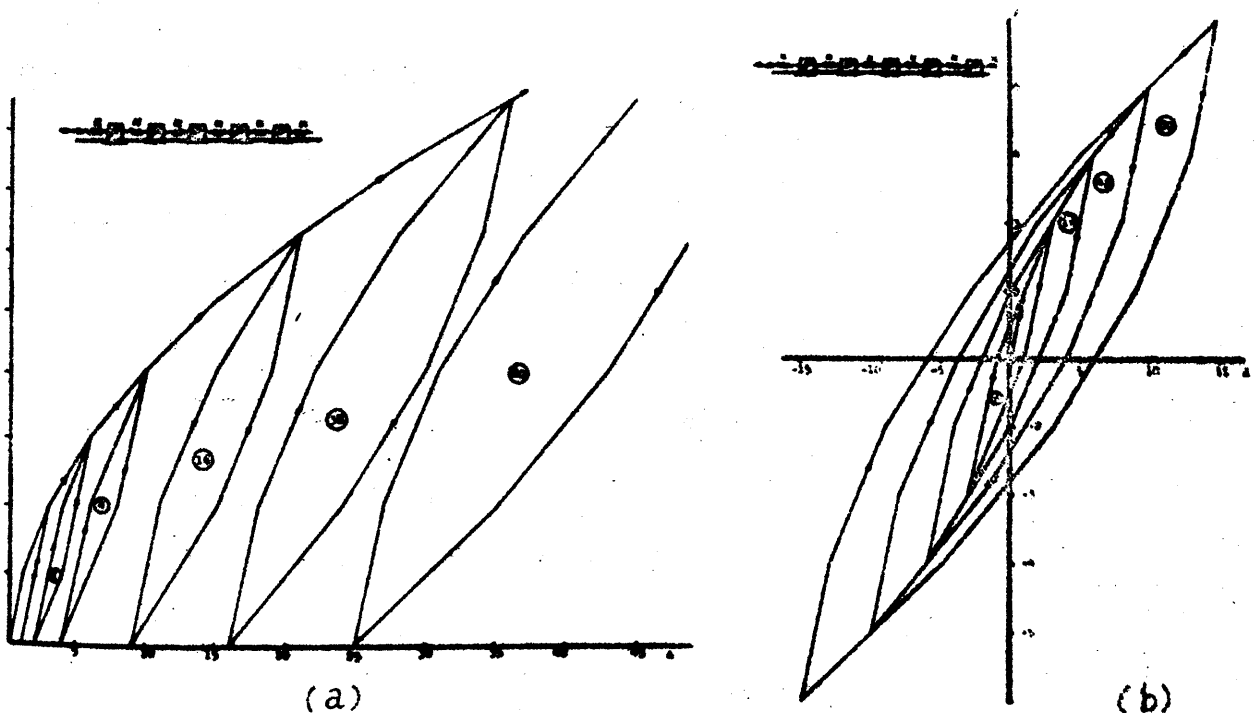
"Behavioristic Models Representing Hysteresis in Structural Joints", Contribution to a 'Festschrift' in Honor of Professor Anker Englund's Seventieth Birthday, Technical University of Denmark 1958, by Lydik S. Jacobsen. (4.15).

前節までに挙げてきた諸文献の研究と多少関連した事柄について、すなわち構造物接合部の挙動を代表し得る力学的模型に関する考察が L. S. Jacobsen 教授によつて試みられている。い、換えればこの論文の目的は履歴変位変形荷重のもとでその挙動が定値摩擦あるいは Coulomb 摩擦を有するよう

な構造物接合部について実験的に得られた荷重変形曲線を模擬し得る仮想的な模型を呈示することにあつた。その模型は実際の構造物接合部の挙動を真実を偽ることなく表現しようとするもので、かかる模型を探索することが実際の構造物の荷重と変形の間の非弾性的な現象あるいはそれに繋がる非線型性を説明するのに有意義であると信じられているのである。

こゝに呈示される模型が余りにも単純なところから、いままでにかゝる試みがなされていないこと自身が不思議であるが実際、*St. Venant* の model を単一要素として、それを単に多く連結しただけのこの複合的な模型に関して、*Jacobsen* 教授はかかる模型を取扱った文献は他に周知しないと述べている。

そこでまず一つの非線型、履歴性の模型の最も簡単なものについて考えて見よう。それは同じような *St. Venant* の model 要素を繋ぎ合わせたもので、*St. Venant* の model とは剛性 K の完全な線型のばねと、そして P なる大きさの完全な *Coulomb* 摩擦の機構をもつた要素である。たとえば第 4.3.26 図はこの模型とそしてそれが一方向に増加しまた Zero まで減少する荷重



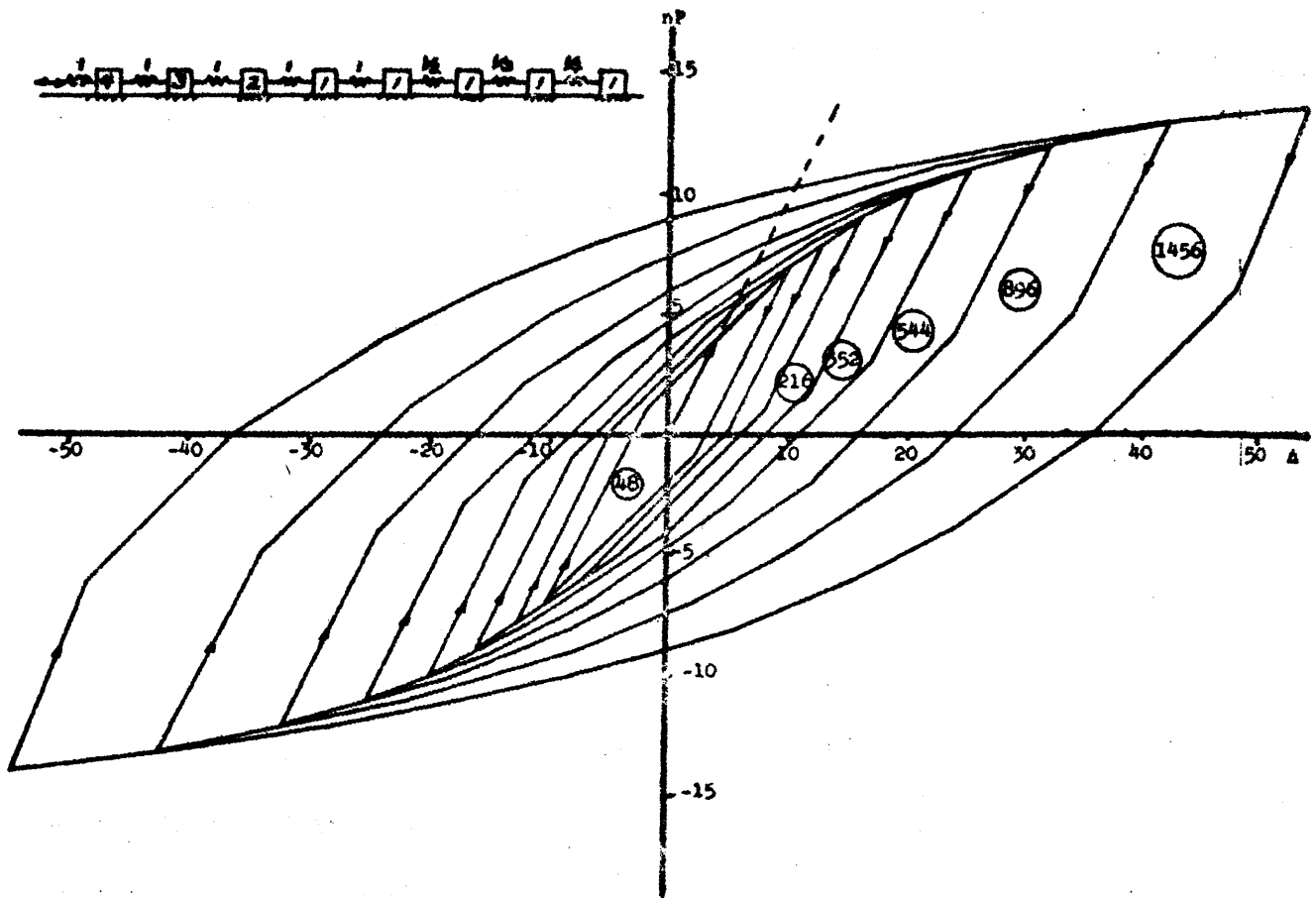
第 4.3.26 図

の作用を受けたときの挙動を簡単な計算から P と P/K あるいは Δ を尺度として表わしたものであるが、この荷重-変形曲線の直線的な各線分は摩擦の機構が存在することによる力の不連続性によるものであることが認められるであろう。しかしこの折線型の荷重-変形曲線はこれである材料に対して実験的に得られた滑らかな曲線を十分模擬することができ、この $100p$ 内の面積は履歴によって失われた *energy* 量を表わすのである。図の各 $100p$ 内に円で囲んで記入された数字はこの履歴仕事量を $P\Delta$ あるいは P^2/K を単位として示したものである。

荷重が交替的に正負の値をとり、しかも徐々に増大するような場合には、この模型の挙動は第 4・3・26 図の (b) のようになるが、この図でも交替的な 1 cycle ごとの *energy* 損失量が $P\Delta$ を単位として数字で示されている。

この単純な *model* では構造物接合部におこる *deterioration* の存在を模擬することはできないけれども、載荷曲線と除荷曲線に対応する各 *loading cycle* ごとに、あるいは変形速度がその符号を変えるごとに別々の *series* の模型特性を交互に用いることによって *load deterioration* あるいは *distortion deterioration* の状態をともに現出することが詳細に示されている。そしてこの想定から画かれる *deteriorative* な荷重-変形曲線はたとえば次章で観察される木構造釘接合部の実験的荷重-変形曲線において交替荷重による各 *cycle* がその形状こそ異にするが必ず *invariant* な 2 変を通る事実もこの *behavioristic model* では表現し得ることも明らかにされている。

第 4・3・26 図に示した単純な模型のもう一つの不都合なことは、その荷重-変形曲線の勾配が急速に *Zero* に近づくことがなく、したがって終局荷重になかなか到達し得ないということであろう。これだけの理由から、この単純な模型をもう少し改良することも必要になる場合があるであろうし、そしてそれには幾つかの方法が考えられる。たとえば第 4・3・27 図にはその一例が示されるが、この場合の *model* は二つの系からなり、その一つは、 $4P$ 、 $3P$ 、 $2P$ および P なる四つの摩擦機構と 4 本の K なる強さのばねをもち、そ



第 4・3・28 図

干が *model* にある一定量の変形が生ずるまでは有効に働かないようなものを考えることもできる。

このような *model* は次章で扱われる木構造の釘接合部の挙動を驚くべきほど忠実に模擬し得ることが示され、したがって現実には極めて複雑な力学的機構をもつ構造物接合部の挙動を、かくも簡単な *behavioristic model* によつて模擬し、解析し得ることが示されたことは、一般的に構造物の減衰性なりびに剛性に対するわれわれの理解を容易に深めるものとして特筆されてよい。また St. Venant の要素のほねに並列に粘性減衰機構を附加することによつて、この *model* を動的荷重のかゝる場合にも応用することが可能であることも指摘されている。

第4章 木構造接合部の釘接合に関する一実験

4.4.1. 序

本章では主として組立構造物が大きな動的荷重を受ける場合を対象とする。何と云へば小さな荷重のもとでは構造物の挙動は弾性的であり、その応力は降伏点以下であるからである。大きな動的荷重によつて、ある組立架構の挙動はその荷重と変形の関係が非線型になり、また荷重-変形曲線には履歴が認められて非常に興味深い問題を提示するのである。

構造物の安全性に対してその減衰特性は重要な役割と演ずる。架構に構造減衰が存在すること、それは、その構造物の振動 energy を吸収することによつて衝撃的な外力に対する抵抗を増大するゆゑ、非常に望ましいものといえる。減衰を定量的に表わすのに振動の 1 cycle ごときの specific damping capacity がしばしば用いられるが (4.26)、この量は振動系の復元力と減衰の特性に密接な関係と有するものである。

1 自由度の構造物についてはつぎのような三つの微分方程式を用いて、それぞれ構造物の運動を記述することができよう。すなわち、

$$\text{慣性力} + \text{線型復元力} + \text{複雑な減衰力} = \text{外力}$$

$$\text{慣性力} + \text{非線型, 1 価復元力} + \text{複雑な減衰力} = \text{外力}$$

$$\text{慣性力} + \text{非線型, 2 価, 履歴性復元力} = \text{外力}$$

履歴性の荷重-変形特性と含めた種々の形の減衰力及び復元力をもつ単純な構造物の減衰性に関する基礎的な事項は、色々な型の 1 自由度系について、荷重とたわみ量との関係ならびに繰返し載荷の過程における変形の振幅と energy 損失量との関係に注目して、後節で考察が加えられる。

われわれは主に組立架構の構造減衰の性質と探求しその量と求めることを目的としたから、組立架構の最も単純な形として、 2×4 吋の骨組材に Ply-wood, Sheetrock および Masonite の板を釘打ちしたものと選んだ。この種の構造ではその釘接合部に非常に大きな減衰性と有することが観察された。従つて、かゝる panel の減衰性および剛性と定量的に評価するために總計 45 の試験片について釘接合部の試験を行つたのである。

組立架構の構造減衰を実験的に評価するためには、定常あるいは非定常状態の振動と観測する動力学的方法も考えられるが、非線型の荷重-変形曲線の形状は変形量と荷重の履歴(history)

に大いに関係することから、われわれは静的試験と採用した。この静的試験では同じ大きさの荷重と正および負の方向に較衡するような繰返し荷重を与え、最大荷重の大きさは各 cycle ごとに変化させた。この実験的研究結果は後に詳述される。

4.4.2. 釘接合部の構造減衰ならびに剛性に因する理論的考察

(1) Specific Damping Capacity

構造物の減衰性および剛性はその構造物の安全度に対して重要な意味をもつ。構造減衰性は energy と吸収することによつて振動の振幅を制約し応力振幅を増大せしめない作用をなし、一方構造物の剛性はまたそれが構造物の静荷重に対する抵抗力に関係する。動的荷重に対しては減衰と剛性は質量とともにその架構の動的特性すなわち架構の固有振動数と振動減衰率を決定づける。

減衰性はいままで色々な研究者によつて測定法や解析の仕方による種々な方式で表示されてきた。多くの場合、減衰性を計る実験の data は対数減衰率で示されるが、この表示方法は減衰が小さい場合に自由振動の減衰の様相が等価な粘性減衰、すなわちそれが振動系の変形速度に比例し、逆方向に働く一つの力で代表されるものとして解析し得るという仮設に基づいたものである。この場合の比例常数を粘性減衰係数という。しかし減衰が小さくなく、しかもそれが粘性減衰とは性質を異にするような場合には von Heydekampf が名づけた specific damping capacity による表示が減衰に基づく影響を測る上に合理的な方法である。

Specific damping capacity ψ は 1 cycle 当りの energy 損失量 ΔW と平均の最大ひずみ energy W の比として定義される。すなわち、

$$\psi = \frac{\Delta W}{W} \quad (4.4.1)$$

Coulomb 減衰、粘性減衰、あるいは速度の 2 次または高次の幂に比例するような減衰力をもつ簡単な線型の質点-ばね系については、それぞれの場合の specific damping capacity の値を求めることができる。たとえば、1 cycle 当りの energy 損失量は

$$\text{Coulomb 減衰に対して, } \Delta W = 4cU/\pi \quad (4.4.2)$$

$$\text{粘性減衰に対して, } \Delta W = 2\pi W = \pi \delta U^2 \quad (4.4.3)$$

のように表わされる。こゝに、

c = 変形の単位速度当りの摩擦力、

k = ばね定数,

δ = 減衰率,

U = 系の最大変形量 (振幅).

これらの式から Coulomb 減衰の場合は 1 cycle 当りの energy 損失が系の変形振幅の1次の冪に比例し、また粘性減衰の場合は系の振幅の2次の冪に比例することがわかる。振動系に速度の2次または高次の冪に比例する減衰力が働く場合にも、1 cycle 当りの energy 損失量は振幅の関数として表現することができる。

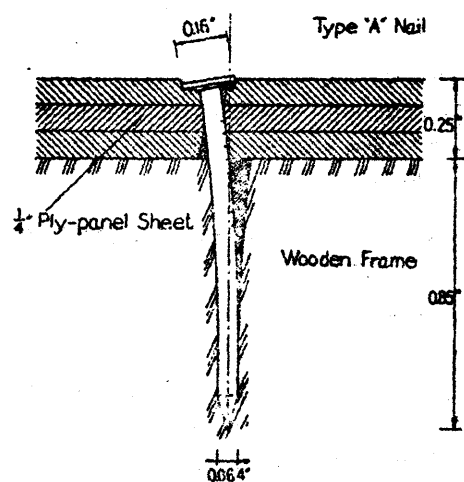
振動系が複雑な減衰力と非線型の1価復元力をもつ場合、あるいは非線型の2価復元・減衰力(履歴 loop)をもつような場合には specific damping capacity と変形振幅の関数として簡括な式で解析的に表現することは一般には不可能である。組立架構の荷重-変形特性は主に履歴 loop の Type でみえて、この場合は 1 cycle 当りの energy 損失はその履歴 loop が囲む面積を測って求められる。

(2) 釘接合部の機構に関する仮設

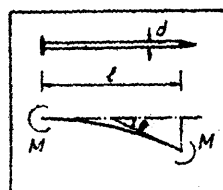
第4.4.1図には代表的な釘接合部の変形の模様を示す。接合部に加えられた荷重によつて釘はせん断力を受け、したがつて釘にはその長さ全体にわたつてある形に分布した曲げ moment と生ずる。釘に接する側板(sheet)と骨組材(frame)の微小な部分は戦荷各 cycle ごとに塑性変形を受ける。その結果、釘は傾斜し接合部の変形、すなわち釘の位置における側板と骨組材との間の相対変位が生ずる。

釘接合部の剛性は釘のせん断および曲げ剛性、側板と骨組材の塑性性質、ならびに側板と骨組材との間の摩擦力によつて決定される。繰返し戦荷によつて側板および骨組材の塑性変形部分は各 cycle ごとに増大し、釘にも相当な量の塑性変形が生じ、このため energy は釘と木材の中に遠散してしまふ。

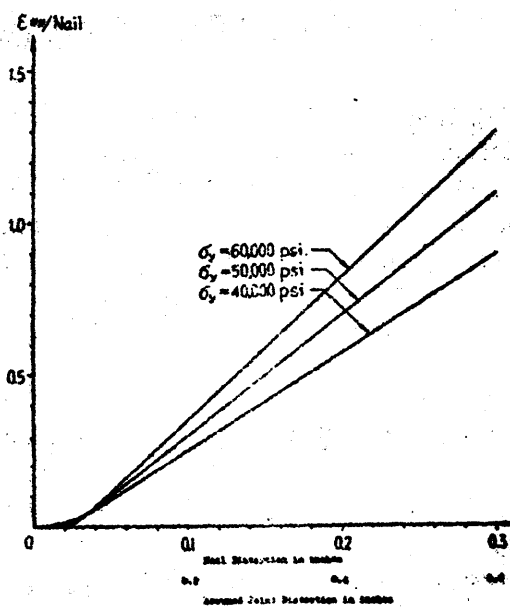
釘の内部に遠散する塑性ひずみ energy 量と求め、これを接合部における energy の総損失量と比較することは必ず必要である。いま1本の“A”型の釘(後述)が第4.4.2図に示すような寸法を有するものとする。曲げを受けに釘の完全塑性の状態では塑性 moment が釘全長にわたつて働いているものとし、そして釘の形状と円頭と仮定すれば、釘1本当りの弾性および塑性仕事の上限とつぎのように計算することができる。



第 4.4.1 图



第 4.4.2 图



第 4.4.3 图

$$\max. W_{elast.} = (1/2) M_{elast.} \cdot \theta_{elast.}, \quad (4.4.4)$$

$$\text{かゝり} \quad \max. W_{plast.} = M_{plastic} \theta_{plastic}. \quad (4.4.5)$$

$$\text{として,} \quad M_{elast.} = \sigma_y I/r, \quad (4.4.6)$$

$$\theta_{elast.} = \sigma_y l/Er, \quad (4.4.7)$$

$$M_{plast.} = \sigma_y S = \sigma_y r/3, \quad (4.4.8)$$

$$\theta_{plast.} = \frac{y_{max} - y_{elast.}}{l/2} \quad (4.4.9)$$

ことに,

l = 釘の長さ,

r = 釘の半径,

I = 釘の断面2次 moment,

S = 釘の断面1次 moment,

E = 鋼の弾性係数,

σ_y = 鋼の降伏応力,

y = ねじり量

"A"型釘については $I = 83 \times 10^{-8} \text{ in}^4$, $I/r = 26 \times 10^{-6} \text{ in}^3$ かゝり $S = 43 \times 10^{-6} \text{ in}^3$ である。表4-1には釘の0.3寸のねじりに至る弾塑性は素Eと三通りの降伏応力の場合について計算して示した。

釘のねじりと釘内に消散される energy との関係は表4-4.3 図に示される。釘接合部の変形には、釘に接する木材の塑性降伏はらひに達し、載荷の回つ釘の傾斜が同多するから、釘自身の変形は接合部の変形量の約半分位であると見做されるが、表4-4.3節の結果からは釘内部の energy 消散量は釘接合部1cycle 当りの全energy 消散量に比べて非常に小さいとがわかる。

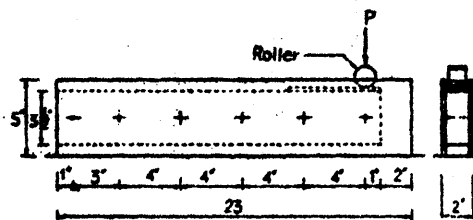
第 4.1 表

σ_y	$M_{elast.}$	$Y_{elast.}$	$\theta_{elast.}$	$E_{elast.}$	$M_{plast.}$	$\theta_{plast.}$	$E_{plast.}$
$6 \times 10^4 \text{ psi}$	1.56 $\frac{1}{2}$ "	0.0375"	0.0682 rad	0.053 $\frac{1}{2}$ "	2.60 $\frac{1}{2}$ "	0.48 rad	1.25 $\frac{1}{2}$ "
5×10^4	1.30	0.0313	0.0558	0.037	2.16	0.49	1.06
4×10^4	1.40	0.0260	0.0455	0.024	1.73	0.50	0.87

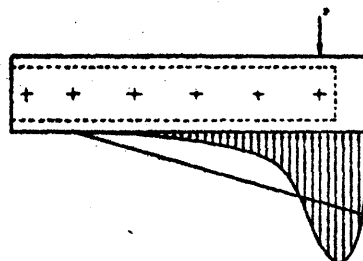
(3) 釘接合部の Group に対する構造減衰と剛性の解析

本章では基本的な1対の釘接合部の変形と energy 損失特性が注目されているが、しかし幾つかの釘接合部をもつ簡単な組立架構については、つぎのような疑問が生ずる。すなわち1対の釘接合部に用いる結果は、より複雑な組立架構に於いてもいなり十分な精度で拡張することができるであろうか？ また組立架構について実験的に得られた特性は、1対の釘接合部の荷重-変形曲線に基づいて計算結果と満足すべき一致と見られるであろうか？

このことに関連して1群の釘接合部が互いに如何なる協力状態を示すかという問題を検討してかよう。最初の例として長さ23呎、6対の釘接合部を有する一種の組立はりを考える。その形状、寸法および釘の配置をFig. 4.4.4(a)に示す。このはりを用いた床の上に水平に置いてその2x4 呎の骨組材の一端に荷重 P を加える。1回の載荷および降荷の後、はりを上下裏返しにして、つぎの半 cycle の載荷および降荷が行なわれる。このような方法ではりに繰返し荷重を加えることにより、荷重の作用長における荷重-変形量の関係が求められる。



第4.4.4(a) 図 Beam type specimen



第4.4.4(b) 図 Qualitative distribution of reaction and a possible simplification

2x4 吋の材は荷重 P がい釘接合部からの反力を受けらる。材には荷重の作用点とは反対側の端部は近において鉛直方向の変位が起らず、材がその周りで回転変位の介ともつような変位が存在する。しかし各接合部の反力は接合部の変形量の非線型関数であるから、釘と木材の挙動性状は厳密に言えば弾塑性ばりの問題に帰着する。ここではしかし、この問題の厳密解については論じないことにする。

骨組材と側板自身の変形は釘接合部にかかる変形量に比べて非常に小さいものと仮定すれば、各接合部の変形量は鉛直変位の生じない一点 O からその接合部に至る距離に比例するものと考えられる。したがって、

Δ = 載荷点の変位、

L = O 点と載荷点との間の距離、

l_i = O 点より i 番目の釘接合部までの距離

とすれば、 i 番目の釘接合部にかかる変形量 Δ_i は $\Delta_i = \Delta \times (l_i/L)$ であり、したがって i 番目の接合部にかかる反力 R_i は

$$R_i = f_1(\Delta_i) \quad (4.4.10)$$

で表わされるはずである。ここに関数 $f_1(\Delta_i)$ はただ1本の釘からなる接合部の基本的な荷重-変形の特性を示すものである。ゆえにわれわれは繰返し荷重の大きさ P と載荷点にかかる変位との間につぎのような近似式を得る。

$$P = \sum_{i=1}^n R_i = \sum_{i=1}^n f_1(\Delta_i), \quad (4.4.11)$$

ここに、 n は釘の対の数を表わす。また 1 cycle 当りに消散されるはりの energy 損失は次式で表わされる。

$$\Delta W = \sum_{i=1}^n f_2(\Delta_i), \quad (4.4.12)$$

ただし、 $f_2(\Delta_i)$ はただ1本の釘よりなる接合部の energy 損失-変形特性を表わす。

4.4.3. 釘接合部の構造減衰並びに剛性に関する実験的研究

(1) 構造減衰の測定方法

本節の目的は釘接合による単純な組立架構における減衰量を測定することにある。構造減衰はこのような場合振動の1 cycle 当りの energy 損失量、すなわち *specific damping capacity* で表現するのが最も便利である。Von Heydekampf の文献によれば減衰性と測定する幾つかの方法が紹介せられ、それらの各々について論議されている。(4.27) これらの方法とは

1. Starting Test,
2. Equilibrium Method,
3. Energy Input Method,
4. Damping or Free Vibration Method,
5. Lateral Deflection Method,
6. Static Method (Hysteresis Test)

などである。このうち最初の三つの方法は程度の差はあれ、いずれも熱力学的な考え方に立脚したものであつて、金属の内部減衰の測定などに用いられている。4番目の方法では振動系の質量に急激に荷重を与えて、それによつて起る自由振動の減衰が記録される。そしてその記録から自由振動の減衰が等価な粘性減衰であると仮定して1 cycle 当りの energy 損失が表現される。5番目の方法、すなわち水平たわみによる方法は主として機械の回転軸の挙動や回転軸にとつて望ましくない *whirling* の影響に関連した方法である。これら五つの方法はいずれも測定すべき減衰量が小さい場合に限られるので、これらの方法は主として固体物質の減衰量を測定する場合にのみ用いられている。

釘接合部における減衰は相当大きいので上に述べた五つの方法は用いられない。したがつて、われわれは Static Method (履歴試験) と採用した。この方法では1 cycle 当りの energy 損失量は履歴曲線の囲む面積を測定することによつて求められる。ところが釘接合部の荷重-変形履歴曲線は変形量と載荷の前歴とに関連した極めて複雑な非線型特性であることが認められており、したがつてわれわれの採つた方法は釘接合部に交替的な、いいかえれば最初1方向に、それから逆の方向に力を加え、そしてその力の大きさを段階的に増大して載荷の各 cycle

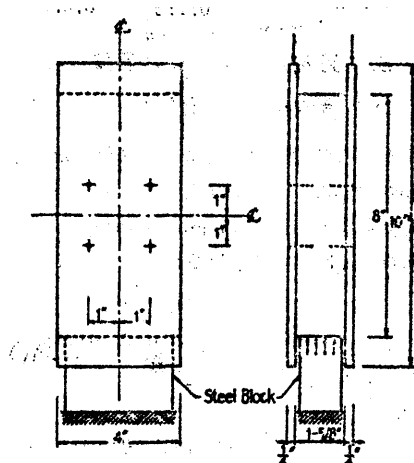
ごとの接合部の変形量を記録するというものであつた。これによつて静的な載荷および除荷に対する荷重—変形曲線が描かれ、履歴曲線の囲む面積が planimeter による数値積分で求められた。この面積が与えられた荷重に対する振動の 1 cycle ごとの energy 損失量を表わすものである。

この静的試験のために Stanford University の構造材料研究所にある Southwark Tate-Emery Universal 試験機が用いられた。試験機は引張および圧縮にそれぞれ 600, 6000, 24000, 120000 封度という幾つかの載荷域を有し、試験に必要な精度に応じて適当な載荷範囲が選定せられる。本実験においては 600 封度の載荷範囲と最も多く使用し、必要に応じてときどき 6000 封度の載荷域を用いた。

変形の測定には Baldwin Microformer Stress—Strain Recorder を用いた。これによつて試験片の微小な変形量が拡大せられ、加えられた荷重とそれに対応する試験片の変形が回転 drum の上に自動的に記録せられる。変形量の検定のために dial gauge と併用した。Dial gauge の読みと自記記録装置によるものとの間には数%の誤差があることが認められたが、これは微小なひずみ量と電気的に拡大する際の機構に非線型電磁特性が存在するためと思われる。

(2) 試験片及び実験装置の概要

試験片は $1\frac{5}{8}'' \times 3\frac{1}{2}'' \times 8''$ の木片 (frame) と二枚の $4'' \times 10''$ の矩形板 (側板) よりなり、矩形板には $\frac{1}{4}''$ 厚の Ply-panel, $\frac{1}{2}''$ 厚の Sheetrock (一種の白亜板) あるいは



第 4.4.5 図 Preliminary test specimen

0.15" 厚の Masonite (木材繊維を Press して作った壁材料) の板を用いた。これらとオ 4.4.5 図に示すように2枚の板の両端を揃えて木片の両面に釘打らした。そして両面の釘接合部が同じ大きさのせん断を受けるように木片の両面にはともに同数の釘を打った。木片の長さが矩形板よりもう少し短いのは、試験片の上下に各1吋まで変形し得る余裕と与えるためである。

木片と Ply-panel の各面は紙で平滑な面に仕上げた。Masonite 板は片面が平滑であるが他面は細かい凹凸がある。したがって、粗面および滑面がそれぞれ木片に接するような試験片を作り、これによつて側板の表面の粗度が及ぼす影響をみた。

これらの試験片について行はつた実験は色々な種類の釘および壁材料の釘接合部の減衰性状を把握することを目的としたものである。大部分の試験片には長さ 1.1 吋、直径 0.064 吋の構造用鋼材と同質の釘が用いられた。これを仮に "A" 型釘と名付けることにする。本実験で用いた他の型の釘の寸法などとオ 4.2 表に示す。

第 4.2 表 Nails used in the experiment

Type	Name	Length	Diameter	Nail head diameter	Note
A	Wire, blue, light	0.110"	0.064"	0.15"	Flat head
B	Box	0.125"	0.082"	0.21"	Flat head
C	Finishing	0.125"	0.069"	0.10"	Set head
D	Box	0.150"	0.082"	0.25"	Flat head, used only for Sheet-rock
E	Galvanized box	0.112"	0.076"	0.16"	Flat head
F	Wire, blue, heavy	0.187"	0.072"	0.17"	Flat head

試験片の両面には同数の釘が載荷方法と平行または直角な直線上に2吋の間隔で打たれた。Beam-type の試験片は4吋間隔で、また後述のような組立架構試験片には2½吋の間隔で釘打らした。釘打りの施工にはとくに細心の注意が払われた。まず釘を側板に垂直に、釘の頭が板から約 1/8" 程突出している状態まで hammer で打ち込み、それから重さ2封度の鎚と guide を通して2呎の高さから釘頭上に落下せしめて釘打ちを完成した。これはどの釘に対しても均一な衝撃力で釘を打ち終え、釘打ちの不同が実験結果に及ぼす影響をなるべく小さくするよう図つたものである。また釘を側板に垂直に打ち込むためにとくに注意を払つた。

(3) 静的試験の概略

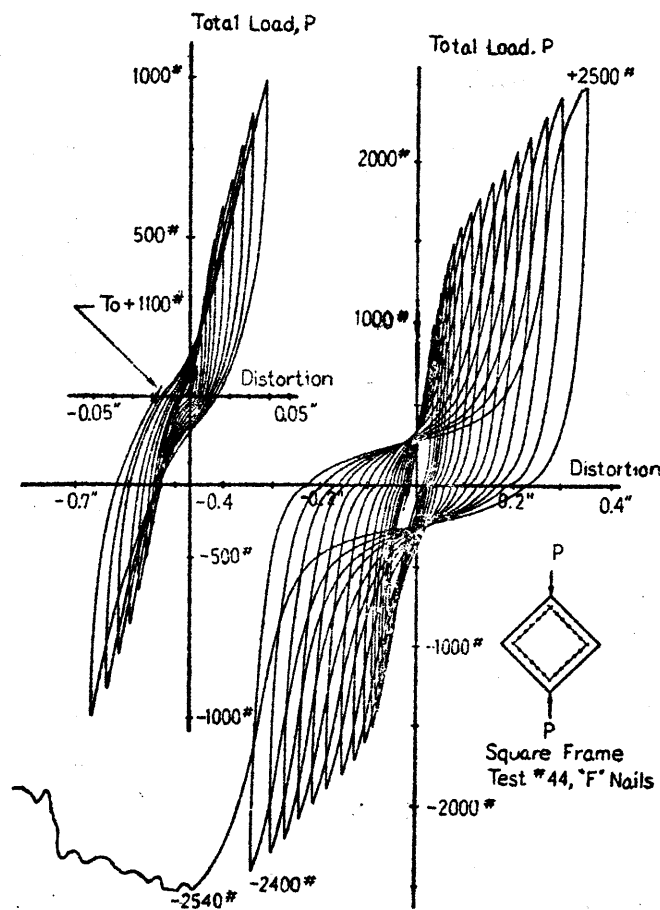
本章ではすべての試験片を釘1本について毎分約50 回の荷重速度で載荷した。降荷の速度は通常載荷速度よりやや早かった。荷重-変形の図は自動記録装置の drum 上に画かれた。

最初半 cycle の載荷および降荷を一方方向に行なった後試験片を倒置して反対の方向に載荷および降荷を行ない これを1 cycle の繰返し荷重とした。

最大荷重（荷重振幅）の値は1 cycle ごとに釘1本あたり25 回の割合で増加せしめた。またある場合には荷重の大きさを一定に保つたまま数 cycle の繰返し載荷を行なった。また1本の釘あたり25 回の割合で繰返し荷重の大きさを減じた場合の曲線も求められた。

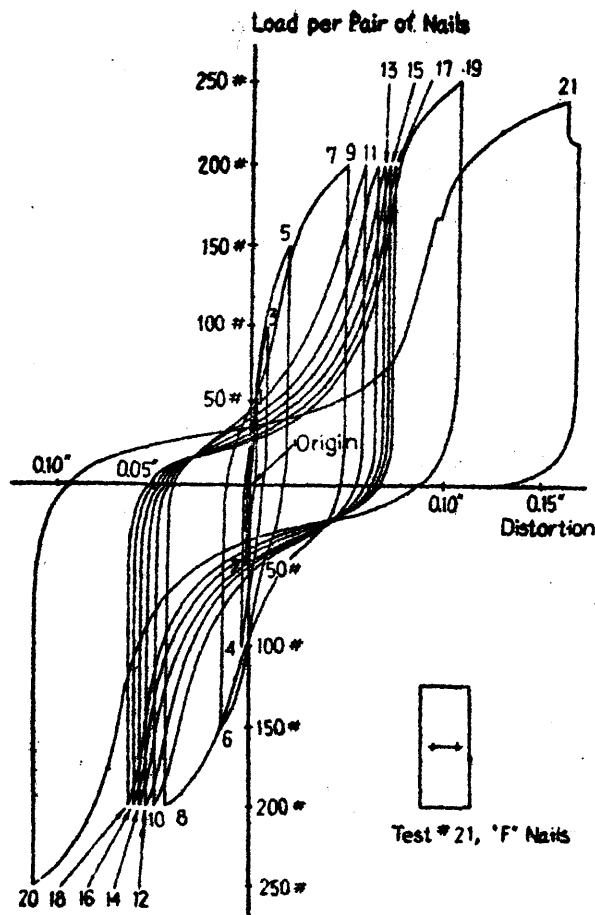
(4) 試験結果

実験結果をつぎの曲線で表示する。自動記録装置によつて得られた荷重-変形履歴の代表的な曲線を第4.4.6 図に示す。第4.4.7 図および第4.4.8 図は荷重の大きさを順次増大する

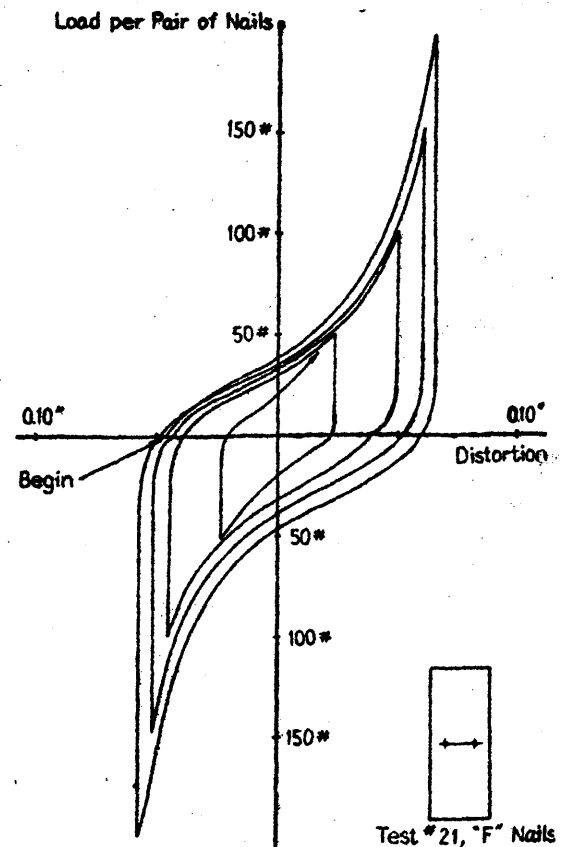


第 4.4.6 図

るいは減少せしめたとする履歴曲線と plot したものである。これらの履歴曲線の形状は載荷の様相すなわら載荷の歴史に關係するが、曲線は二つの定点を通り、それらの点の位置は荷重の大きさや載荷の歴史にほとんど關係しないことがわかる。最大変形量すなわら変形の全振幅は履歴曲線の各 cycle ごとに測定された。また曲線 (loop) 内の面積は各 cycle ごとに Plotted



第 4.4.7 図

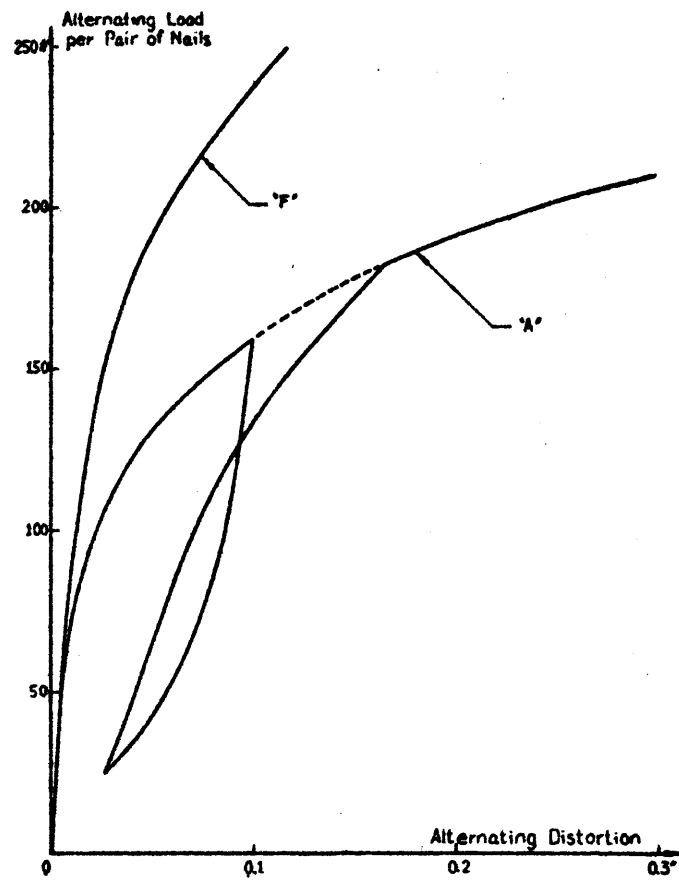


第 4.4.8 図

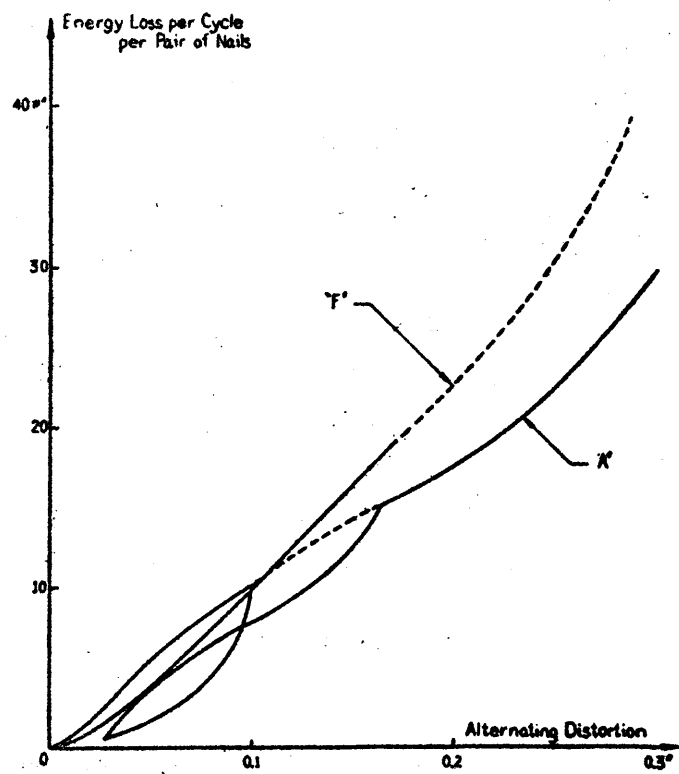
imeter で求められた。

第 4.4.9 図は "backbone" 曲線すなわら 1 対の釘に加えられた荷重の大きさと接合部の最大変形量との關係を plot したものの一例を示す。この変形量と履歴 loop 内の面積すなわら 1 対の釘接合部が 1 cycle 当りに生ずる energy 損失量との關係は第 4.4.10 図に示される。

骨組材ならぬ Ply-panel は異方性の材料であるから "backbone" 曲線から energy



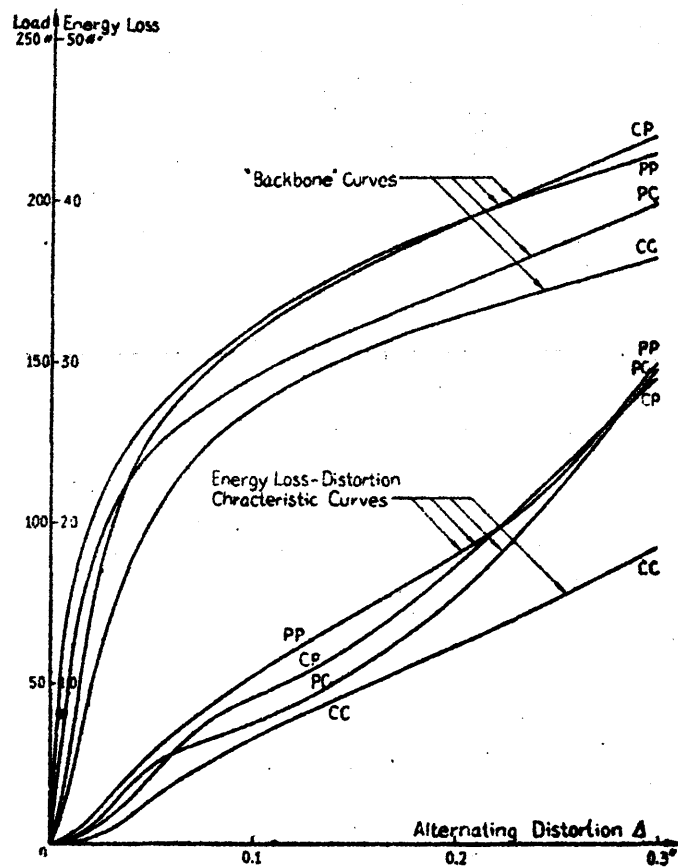
第 4.4.9 图



第 4.4.10 图

損失-変形曲線の性状は多分に載荷の方向に影響されることは容易に考えられる。そこで骨組材と側板の木目方向が釘接合部の挙動に及ぼす影響を見るために合計8回の試験を行なった。

木目の方向が載荷方向と垂直、C、および平行な場合、P、の4種の組合せについてその挙動の変化する模様をFig. 4.4.11に示す。PP, PC, CPおよびCCという記号の最初の文字は骨組材の木目方向を、そして2番目の文字は Ply-panel 側板の表面の繊維方向を示すものである。

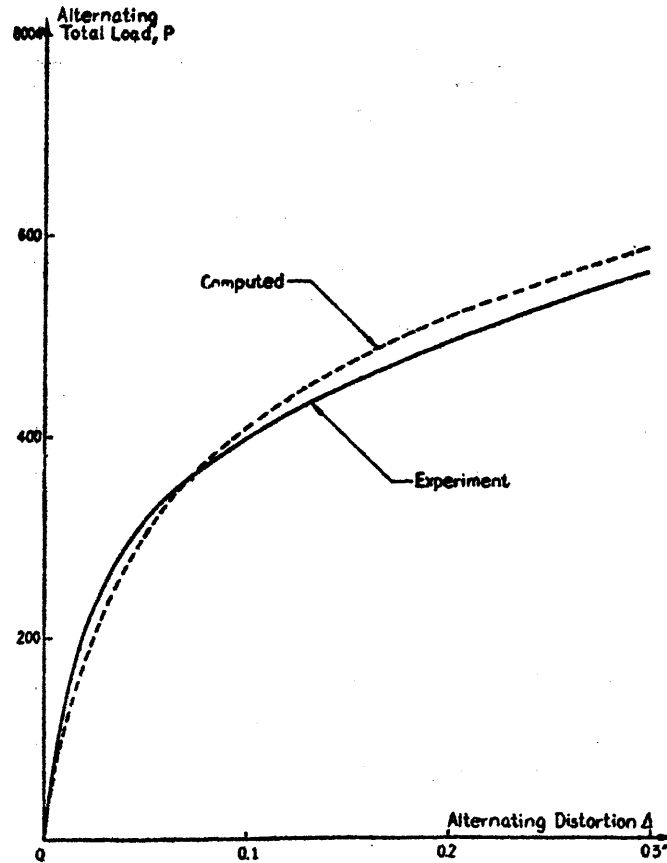


第4.4.11 図

Fig. 4.4.12 図は(2)の type の試験片に対する実験結果と基本的な工法の釘接合部の性状から計算した結果とを比較したものである。

(5) 実験結果の比較

実験結果と解析するに当っては同種の釘を用い、しかも本数の異なる幾つかの試験片から求めた釘1対当たりの荷重-変形曲線および energy 損失-変形曲線と比較した。そしてそれら



第 4.4.12 図

の結果は非常に良く一致することが認められた。オ 4.4.9 図, オ 4.4.10 図およびオ 4.4.11 図には, したがって釘の本数を異にする多くの試験片の実験結果から釘 1 対当りの曲線と求めて平均したものが示してある。

同様に, 釘の型や寸法が異なる場合, 側板の材料が異なる場合あるいは骨組材と側板の木目の方向の影響についても比較した。

4.4.4. 結果の考察

1. 一般に釘接合部の挙動は載荷の前歴に因する。荷重-変形曲線の形は正の方向の載荷の最初の cycle では softening type の剛性を示し, 原点における曲線の勾配は最も大きい。釘接合部から荷重を取り除くとき, 対応する曲線は荷重がかなり小さくなるまで非常に大きな勾配で減少する。そしてある大きさの永久ひずみが生じ多量の energy 吸収がみられる。いいかえれば specific damping capacity すなわち $\Delta W/W$ の値はほとんど 1

に等しい。つまり逆方向（負の方向）に載荷する際にも最初の cycle の荷重—変形曲線は前と同様に softening 特性を示す。これら 1 cycle 目の正負両方向の載荷曲線を比較すると負の方向に載荷した際の曲線の初期勾配は通常最初の正方向載荷時の初期勾配よりやや小さく、変形量は逆に 2 半 cycle の方が大きい。これは 1 半 cycle のに生じた永久ひずみが 2 半 cycle の変形量に加わる結果と見られる。——すなわち 2 半 cycle ではすでに載荷の前歴に左右されるのである。

大きさの等しい載荷を何 cycle も繰返すとき、各荷重—変形曲線は増荷時に比較的荷重の小さい所で変曲点を示す。したがって、この変曲点に対応する荷重以上に載荷する場合には、曲線は stiffening type となり、その勾配は荷重とともに増大する。

最大載荷の大きさを終局荷重より小さいある範囲で一定に保つば、繰返し載荷によつて釘接合部の変形量は常に増大するが、その増分は cycle 数を増すごとに段々と小さくなり、もし最大荷重の大きさがかぎり小さければ、何 cycle かの繰返し荷重の後に変形はある大きさに収斂する。数多くの cycle の繰返し載荷の後、接合部の変形量がある値に収斂するかどうかはその載荷重の大きさに左右されるが、しかしこの「釘接合部の疲労限界荷重」ともいうべき荷重の極限值を実験的に求めるのは非常に困難な事柄である。

2. "Backbone" 曲線の定義 —— 交番荷重の大きさと交番変形量の全振幅との関係を示す曲線とここで "backbone" 曲線と定義する。これは一定の荷重増分での単純な増加荷重の繰返し載荷による実験から得られるが、本実験では 1 対の釘に対して 50 封度、すなわち釘 1 本について 25 封度の荷重増分に対して "backbone" 曲線が求められた。しかしこの荷重増分の値が異なる場合には "backbone" 曲線の位置もやや異なるであろうことは当然考えられる。

"Backbone" 曲線は接合部における釘の型、寸法、および数と側板や骨組材の材料によつて支配されるが、一般にこの曲線は原点において最大の勾配をもつ softening type となる。荷重が釘接合部の終局強度に近づくにつれて、曲線の勾配は零に近づき、また曲線は通常最大荷重が極めて小さくない限り最大荷重の増減によつて開型 (unclosed) の loop を形成する。
(オ 4.4.9 図 参照)

3. 交番変形量の関数として各 cycle ごとの吸収 energy を表す曲線は、1 cycle

中に消散される energy が交番変形量の増大とともに増すことを示すが、Ply-panel の試験片については変形量が ± 0.2 吋に達するまではその曲線の勾配の変化が極めて少ないことがわかる。

これらの試験では釘接合部の終局強度に対応する変形量は、大略 ± 0.3 吋であることが明らかにされた。この結果から ± 0.2 吋の変形の範囲内では、荷重の 1 cycle ごとの energy 損失量はただ変形量のみに関連し、荷重の絶対値には余り関係がないことが指摘される。

4. 1本の釘が貯え得る最大歪 energy を計算した結果、荷重各 cycle ごとに釘接合部で消散する energy は主に釘の近傍の木材の塑性変形と、合成された骨組材と側板の表面間にかかる摩擦に基づくものであることが明らかにされた。釘自身に生ずる energy 消散は釘接合部にかかる全 energy 吸収量の数%にも満たない。

5. 釘の寸法は非常に重要であつて、これは釘接合部の終局強度と吸収 energy の量を支配するものである。長さ 1.1 吋、直径 0.064 吋で頭部の径 0.16 吋なる鋼釘 "A" は、Ply-panel の接合部で釘 1 本当たり約 ± 100 呎度の終局強度を与える。1 $\frac{1}{4}$ 吋の長さで直径 0.069 吋、釘頭の径 0.10 吋のは上釘 "C" では、荷重-変形曲線の傾向は大体上と同じであるが、直径および釘頭径が小さいためかなり弱かつた。これらより若干太い "B", "E", および "F" の釘と同本数用いた接合部について行なつた試験記録では、それらの終局強度の値が割合に良く一致し、また荷重-変形量の関係でも同様な性状を示している。

6. 等しい距離において 2 本の釘を荷重方向とそれぞれ平行および垂直な直線上におつた 2 種の試験片についての結果と比較したが、その荷重と変形量との関係には大した差はほとんど認められなかつた。

7. 試験片の終局強度ならびに各 cycle 当りの energy 損失量は、その試験片の釘接合部の数にほぼ比例する。本数の種々異なつた試験片について、釘 1 本当りの荷重-変形量曲線および各 cycle ごとの energy 損失量曲線は極めて良い一致を見た。

8. 骨組材と Ply-panel 側板の木目の方向による影響は相当顕著なものである。このため合計 8 つの試験が行なわれ、骨組材と Ply-panel の繊維が荷重方向と直角、C, および平行、P, の場合の組合せ PP, PC, CP および CC と考え、各々の場合の接合部の挙動の差異が調べられた。

9. Sheetrock あるいは Masonite を用いた釘接合部の一般挙動は Ply-panel を用いた試験片のそれに非常に似通っている。すなわち、これら3種類の試験片については類似の "backbone" 曲線および energy 損失-変形量曲線が得られた。0.15 吋厚の Masonite と 0.25 吋厚の Ply-panel の試験片は釘1吋当りの終局強度としてはほとんど同じ値を与えたが、1/2 吋厚の Sheetrock を用いた試験片は太い釘を使用しににもかかわらず、より小さな値を示した。Masonite 板の表面の粗度は荷重が小さいときには、かなりの効果をもつが、接合部の終局強度に近い荷重に対してはあまり効果がない。

10. はりの Type の試験片については、実験結果と 1 吋の釘接合部の "backbone" 曲線から計算によつて求めた結果とは満足すべき一致を示した。この計算は骨組材ならびに側板自体に生ずる変形が釘接合部の変形量に比して微小であるとの仮定に基づいて、骨組材は真直のままであるとして行なわれたものである。計算と実験結果との差異は変形量が ± 0.1 吋までのときに 3% 以下、また 0.1 吋はいし 0.2 吋の変形量の範囲内で約 6% である。

11. 架構としての側板 panel の構造減衰と剛性の予測：1 吋の釘接合部の "backbone" 曲線に基づいてはりの Type の試験片についてその特性を計算によつて求めた結果が実験値とよく一致したことは、この考え方を更に拡張して、もっと複雑な構造の panel に対しても、その特性を基本的な荷重-変形曲線並びに energy 損失特性曲線から予測することの可能性を示唆するものである。一例として Ply-panel または他の材料を両面に貼った簡単な矩形の架構と考えてみよう。この panel の両面には同数の釘を同じように配列する。簡単のために骨組 (frame) と側板は十分剛であつてそれら自身の弾性変形量は釘接合部近傍に生ずる変形量に比べて無視し得るものとする。また frame 自身は筋違などの対角線方向の部材をもたず、したがつて frame のせん断的な変形に対しては抵抗し得ないものと仮定する。ゆえに panel のせん断剛性はすべて釘接合部を通じて側板に働く力によつて受けもたれるものと考えらる。

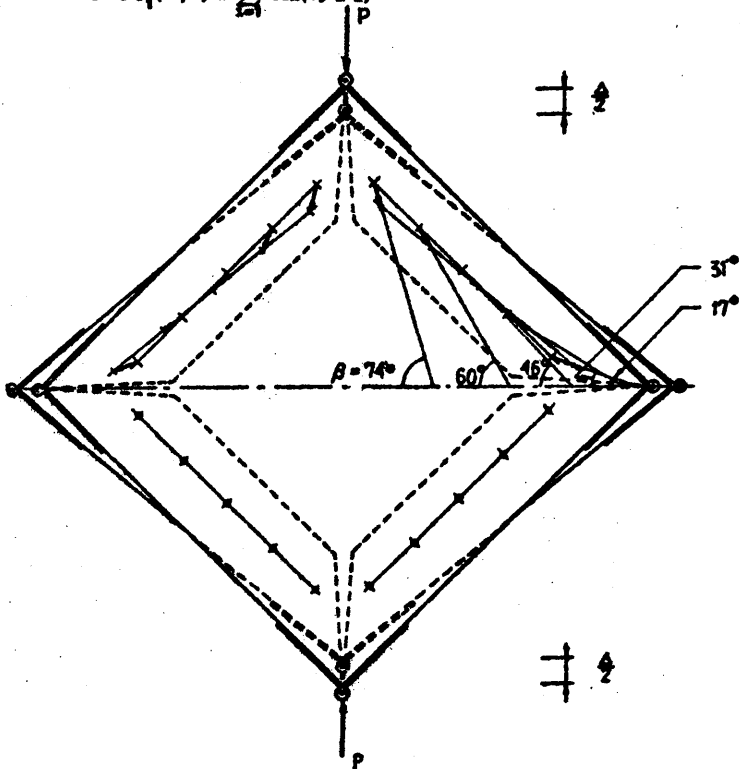
オ 4・4・13 図およびオ 4・4・14 図に示すように荷重 P が panel の対角線方向に作用するとき、接合部が変形して最初矩形であつた骨組は平行四辺形となり荷重が作用する 2 長辺には変位 Δ が生ずるものとする。

正方形の frame ではいずれの釘接合部の変形量もほぼ荷重の作用長辺の全変位の半分すなわち $\Delta/2$ に等しく、接合部の変形の方向は 0° から 90° までの間で色々と異なっている。

$r = \sum$ Vertical Components of Joint Reactions

$$= 2 \sum_{i=1}^n r_i(\Delta/2) = \sum_{i=1}^n \sin \beta_i$$

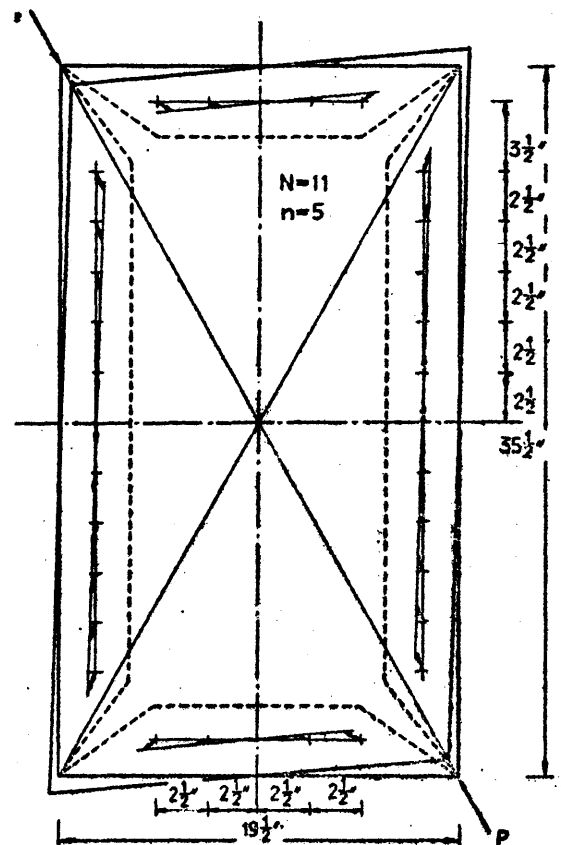
$$= 2 \sum_{i=1}^n r_i(\Delta/2) = \sum_{i=1}^n \sin(15^\circ \times i)$$



第 4.4.13 图

Distortions of all nailed joints are approximately the same and equal to $\frac{1}{4}$

第 4.4.14 图



もし釘接合部が等間隔に配置されているならば、接合部の変形の間隔は作図によつて 0° から 90° までの間にはほぼ等間隔に段階的に変化することがわかる。それゆゑに荷重 P とその変形量 Δ との間には近似的につぎの関係式が成立する。

$$\begin{aligned} P &= \sum \text{各接合部の反力の垂直方向成分} \\ &= 2 f_1(\Delta/2) \times \sum_{i=1}^n \sin \beta_i \\ &\approx 2 f_1(\Delta/2) \times \sum_{i=1}^n \sin \left(\frac{90^\circ \times i}{n+1} \right) \end{aligned} \quad (4.4.13)$$

こゝに、 n は frame の 1 辺に打たれた釘の数であり、 $f_1(\Delta/2)$ は 1 対の釘の接合部についての基本的な荷重-変形特性曲線と表わす。

また 1 cycle 当りの energy 吸収量は 1 対の釘接合部の基本的 energy 損失-変形曲線 $f_2(\Delta/2)$ を用いて

$$\Delta W = 4n \times f_2(\Delta/2) \quad (4.4.14)$$

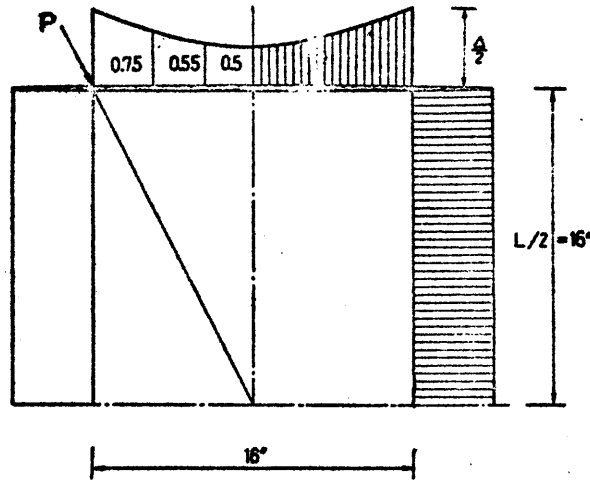
で表わされる。

矩形の frame の場合には作図によつて^{*}、frame の長辺にある釘接合部の変形量はほぼ一様に分布し、その値は大体 $\Delta/2$ に等しい。一方 panel の短辺にある接合部の変形量の大きさはかなり変化し、frame の隅に近い所ではほぼ $\Delta/2$ であるが、短辺の中央部では大体 $(\Delta/2) \times (l/L)$ に等しくなる。frame の変形の様相ならばに接合部の変形量の絶対値の分布は図 4.4.14 図および図 4.4.15 図に示される。

いかなる比例(形状)の矩形の panel の場合でも、接合部の変形の間隔は frame の長辺では 0 から $(2l/L)$ rad. の間でほぼ段階的に変化し、短辺では 0 から $\pi - (2l/L)$ rad. の間で段階的に変化する。

荷重 P とその作用点の変位量 Δ との間には若干複雑となるが、近似的につぎの式で表わされる。

* すべての釘接合部の変形量および方向と解析幾何学によつて求めることができるが、その場合の式はいくらに長くもなり、時間がかかる。厳密に言えば骨組および側板自身の弾性の影響も考慮せねばならないことになる。したがつて、ここでは接合部の変形量とその方向を求めるのに、冗長な解析的表現を用いてもあまり意味がないと結論される。



第4.4.15図 Approximate distribution of absolute values of distortion

$$P = f_2(\Delta/2) \times \sum_{i=1}^N \sin \left\{ \frac{2L \times i}{(N+1)L} \right\} + \sum_{j=1}^n \left| f_2(\Delta_j/2) \times \sin \left\{ \frac{\pi - (\frac{2L}{L})}{(n+1)} j \right\} \right|, \quad (4.4.15)$$

ここに,

N = panel の長辺にある釘接合部の総数,

n = panel の短辺の釘接合部の総数,

f_2 = 1 本の釘の接合部の荷重-変形量特性,

Δ_j = panel の短辺上にある接合部 j の変形量の絶対値。

比 L/L の値が小さい場合には上式の右辺の第2項は省略し得る大まことなる。ゆえに L/L の値が小さい場合、近似式は

$$P \approx f_2(\Delta/2) \times \sum_{i=1}^N \sin \left\{ \frac{2L \times i}{(N+1)L} \right\} \quad (4.4.16)$$

と書ける。

1本の釘の接合部の energy 損失-変形特性を表わす曲線から、矩形 frame 全体の energy 損失量は次式で与えられる。

$$\Delta W = 2N \times f_2(\Delta/2) + 2 \sum_{j=1}^n f_2(\Delta_j/2). \quad (4.4.17)$$

そして、比 L/L の値が小さければ第2項はやはり省略し得る。

計算例：

1. 表 4.4.13 図に示すように各辺 5 寸づつの接合部とし $19\frac{1}{2} \times 19\frac{1}{2}$ の正方形 panel を考える。荷重 P とたわみ Δ との関係は、したがってつぎの近似式で与えられる。

$$P \approx 2 f_1 (\Delta/2) \times \sum_{i=1}^5 \sin \left(\frac{90^\circ i}{6} \right)$$

$$= 2 f_1 (\Delta/2) \times \sum_{i=1}^5 \sin (15^\circ i)$$

$$= 6.60 f_1 (\Delta/2)$$

(4.4.18)

“F”型の釘を用いたときのこの panel の荷重-変形曲線、すなわち “backbone” 曲線は表 4.4.16 図に示すようである。

この正方形 panel の 1 cycle 当りの energy 損失量と変形量との間の関係は、

$$\Delta W = 4n \times f_2 (\Delta/2)$$

$$= 20 \times f_2 (\Delta/2)$$

(4.4.19)

と書かれる。

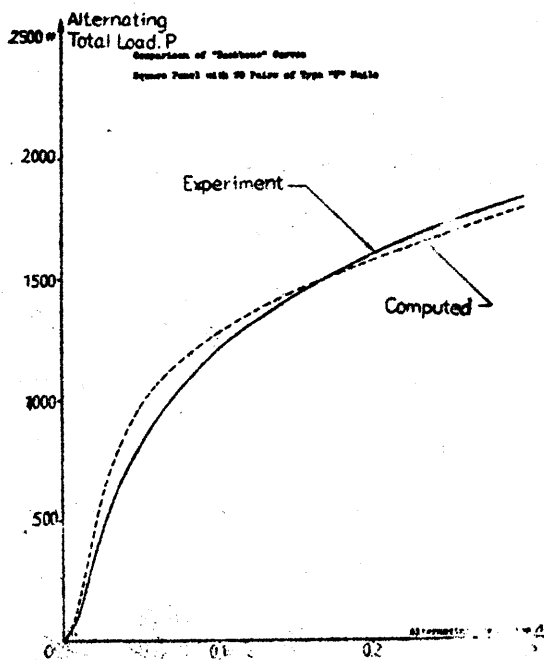


表 4.4.16 図

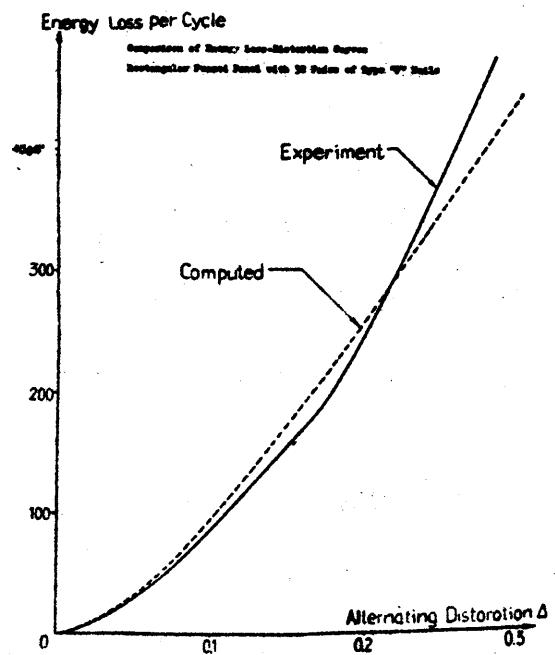


表 4.4.17 図

2. 同様にオ 4・4・14 図に示されるような総計 32 本の釘接合部を有する矩形 panel について。

$N=11, n=5$ であるから、 P と Δ との間は近似的に

$$\begin{aligned} P &= f_1(\Delta/2) \times \sum_{i=1}^n \sin \left\{ \frac{i}{2} \right\} \\ &\quad + \sum_{j=1}^5 \left| f_1(\Delta j/2) \times \sin \left\{ \frac{(\pi-1)}{6} j \right\} \right| \\ &= 5.08 \times f_2(\Delta/2) + \sum_{j=1}^5 \left| f_1(\Delta j/2) \times \sin 0.358j \right| \quad (4 \cdot 4 \cdot 20) \end{aligned}$$

と書くことができる。

またこの場合の energy 損失—変形特性は

$$\Delta W = 22 \times f_2(\Delta/2) + 2 \sum_{j=1}^5 f_2(\Delta j/2) \quad (4 \cdot 4 \cdot 21)$$

から得られる。 Δ の種々の値に対して ΔW の値を求めた結果をオ 4・4・17 図に示す。

4・4・5. 本章の結論

数種の釘および壁板材料を用いた単純な釘接合部に関する実験的研究からつぎの結論が導かれる。

1. 減衰の主な原因は骨組材と側板との間の摩擦および釘の近傍の木材の塑性降伏に基づくものである。

2. 釘接合部における specific damping capacity の値は非常に大きくほとんど 1 に等しい。載荷の各 cycle における energy 損失量は変形量が 0 から ± 0.2 時の範囲では変形量のみに関連する。

3. Ply-panel を用いた試験片については、その energy 損失量は変形の振幅が 0 から ± 0.2 時の範囲では変形量の 1 次成正比列して変化する。また変形振幅が ± 0.2 時よりも大きくなると変形量の 1 乗よりやや高い幂に比例して変化する。

4. 1 本の釘の接合部の特性を用いて beam type あるいは架構型の frame の試験片の挙動と計算によつて類推した結果は満足すべき一致をみた。したがつて、より複雑な組立 frame についてもその載荷状態が規定されれば、その荷重—変形量の特性と予測することができる。

第5章 結 論

各種構造物接合部の剛性ならびに構造減衰に関する考察を企てた第4編の研究から、うぎのような結論が導かれる。

(1) 複雑な架構のしつ減衰効果は極めて複雑な様相を示す。それはこれらの架構部材ならびに接合部が地震時に示す摩擦がいろいろの法則に基づいているためであり、そしてそれらの法則は大抵の場合、たとえ架構の変形量が小さい場合でも、なかなかその平価を掴み難いものである。

(2) 半 cycle、すなわち載荷と除荷の間に復元要素から消散される仕事 ΔW とその間の全仕事 W の比は現実の構造物、構造要素ないし構造材料そのものについて実験的に求め得る量であるが、これは特に組立架構についてはその復元要素が線型たると非線型たるとを問わず、架構全体の energy 吸収能力を特性づけるものと考えられる。

(3) 任意の組立架構の動的挙動は通常、その比 $\Delta W/W$ 、線型あるいは非線型復元力、および外力または地動という載荷状態がわかれば、本編において示した考察に基づく知識から推定あるいは算定することが可能であるけれども、その解析あるいは計算の過程は一般に極めて複雑であって、決して実用的とはいえない。

(4) したがって、減衰すなわち摩擦力を実用上問題にする場合には等価粘性減衰力という概念を応用することが有益である場合が少なくないものと思われる。そして複雑な type の減衰力をこのように近似化することは架構の復元力が線型ないし '殆んど線型' に属するものであれば結果として満足すべきものが得られるが、しかし架構の復元力特性が高度の非線型性を示す場合にはこの等価粘性減衰力の概念に基づく近似はあまり良好な精度は得られない。

(5) 本編第4章に述べた釘接合部の挙動を除き、主として第3章に挙げた既往の諸研究に関する文献に基づく考察においては各種架構の摩擦減衰力を等価粘性減衰係数比 ν_{eq} の概念と結び付けることが試みられた。このためには実験的に求められる specific damping capacity, $\Delta W/W$ が比 $\Delta W/W_L$ に modify することが必要となり、そして W_L はその構造物の復元力特性を平均し、線型化した際の energy 量として定義される。すなわち F_M および Δ_M をそれぞれ対応せる構造物の復元力および変位の最大値としたとき W_L は $\frac{1}{2} F_M \Delta_M$ で与えられるものである。

(6) 本編において施された考察の範囲からは $\Delta W/W$, $\Delta W/W_L$, ならびに V_{eq} の値は構造物の変形振幅の大きさと共に増大することが明らかにされた。そして、こうに集積した文献の結果を総合すれば、各種の構造物がわれわれの対象とせる程度の地震発生時に至る振幅値の範囲においては、その等価粘性減衰係数比 V_{eq} の値は大概それぞれ

dam, 橋脚などの一体的な構造物に対して	0.05 ないし 0.10
鉄筋 concrete 建築物に対して	0.10 ないし 0.16
precast, block 造あるいは煉瓦造の建築物に対して	0.10 ないし 0.18
木構造建物に対して	0.10 ないし 0.20
鋼橋造 rivet 接合部に対して	0.08 ないし 0.30
鋼橋造溶接接合部に対して	0.04 ないし 0.12
木構造釘接合部に対しては	0.15 ないし 0.50

の間に存在することが示される。

(7) 本編において論じた過半数の文献の資料は静的な載荷試験に基づき、上記の V_{eq} の値はこれらの結果から導き出されたものである。しかし Wilbur, Hansen 両教授の行った動的試験の結果からは、いわゆる「短時間」の動的載荷に対してこの V_{eq} の値は 10% ないし 30% 増大するであろうことが強く指摘される。

(8) 木構造釘接合部が示す実験的結果は、材料の相違による本質的な性質の差異はあるけれども、それを定性的に他の多くの type の接合部、たとえば鋼橋造の riveted あるいは welded の接合部、に当て換えて論ずることが可能である。い、換えれば、これらの接合部は共通せる特性としてはつぎのように要約することができる。すなわち、

a) 各要素が組合わされてでき上った接合部は局部的に非常に多量の energy を消散するという機構を有する。このことはその接合部が釘接合、鉄接、溶接、bolt 接合、あるいは鑄造されたもの、すなわち intentional な joint であっても、あるいはまた concrete, 組積造、鉄筋 concrete, その他粘性を有する材料に発生する亀裂、ひび割れといった unintentional な接合部についても同様にいえることである。

b) 荷重と変形との非線型の関係はたとえ定量的には説明し得なくとも、その接合部を構成する要素の塑性、型性および摩擦の相互作用によるものとして理解される。それ

てこの関係は構造物振動系の *energy* 吸収の能力あるいは履歴性の挙動と密接な関連をもつ。

c) *intentional* あるいは *unintentional* な接合部全般について、それらが示す *deterioration* はまた複雑な現象であつて、これはその接合部の載荷の前歴に因りする。そのために第4章で定義された "*backbone*" 曲線は、実際にはそれが得られた規準あるいは経過 (*basis*) についての詳細な記述を必要とするのである。

(9) 多くの実験結果からは、複合的な架構に亀裂が生ずるような事態になったときに、その架構の荷重を支持する能力に関しては *deterioration* は一般に極めて徐々に進行するが、架構の変形の *deterioration* の進行はむしろ急速である。この傾向は数回の交替的な載荷の際にも認められる。

(10) 最後に、現実の構造物に対して摩擦 *joint* を設計し、その変形が構造物自身の安全性に対して有害であり、しかもこの *joint* で地震時に多量の *energy* を吸収させるように計画することが充分可能であることを結論的にいへ得るであらう。遠からぬ将来においてはこの *energy* 消散という *principle* に従つて構造物を耐震設計するということも当然の成り行きと考えられるが、そのためにも本編に網羅された研究結果から、さらにこの線に沿つて一層の飛躍的發展が望まれるのである。

第Ⅳ編の引用文献：

- 4.01) M. P. White, "Frictions in Buildings: Its Magnitude and Its Importance in Limitting Earthquake Stresses", Bull. of the Seismological Society of America, Vol. 31, No. 2, pp. 93-99, April 1941.
- 4.02) Lydik S. Jacobsen, "Frictional Effect in Composite Structures Subjected to Earthquake Vibrations". A Technical Report Submitted to the California State Department of Public Works, Division of Architecture, Anson Boyd, State Architect. Prepared under California Standard Agreement No. 1976 with Stanford University. Department of Mechanical Engineering, Stanford University, Stanford, California, March 9, 1959.
- 4.03) J. B. Wilbur and R. J. Hansen, "Behavior of Structural Damping Under Impulsive Loads, I and II", A Report submitted to New England Division, Corps of Engineers, in partial completion of Contract No. DA-19-016-eng-239. Massachusetts Institute of Technology, November 1950.
- 4.04) Lydik S. Jacobsen, "Experimental Study of the Dynamic Behavior of Models of Timber Walls Subjected to an Impulsive, Horizontal, Ground Vibration", Bull. of the Seismological Society of America, Vol. 20, No. 3, pp. 115-146, September 1930.
- 4.05) J. R. Stillinger, "Lateral Tests on Full-Scale Lumber- and Plywood-Sheathed Roof Diaphragms", Symposium on Methods of Testing Building Constructions, Special Technical Publication No. 166, American Society of Testing Materials, pp. 91-128, 1954.
- 4.06) D. V. Doyle, "Diaphragm Action of Diagonally Sheathed Wood Panels", U. S. Forest Products Laboratory Report No. 2082, pp. 1-18, November 1957.

- 4.07) J. W. Johnson, "Lateral Tests on Full-Scale Lumber- and Plywood-Sheathed Roof Diaphragms", American Society of Mechanical Engineers, Paper No. 56-S-16. Contributed by the Wood Industries Division for Presentation at the ASME Spring Meeting, Portland, Oregon, March 19-21, 1956.
- 4.08) J. W. Johnson and C. H. Burrows, "Lateral Tests on Full-Scale Gable Roofs With Lumber Sheathing", Oregon Forest Products Laboratory Report No. T-19, Oct. 1956.
- 4.09) Kiyoshi Kaneta, "Study of Structural Damping and Stiffness in Nailed Joints", A Thesis Submitted to the Division of Engineering Mechanics and the Committee on Graduate Study of Stanford University, in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Engineer, pp. 1-69, September 1958.
- 4.10) 谷口 忠, 「建造物の振動減衰性に関する研究(木造の減衰性に就て)」, 建築学会大会論文集第13号, pp. 220-229, 昭和14年4月.
- 4.11) Kenzaburo Takeyama, Toshihiko Hisada and Yorihiro Ohsaki, "Behavior and Design of Wooden Buildings Subjected to Earthquake", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 2093-2111, July 1960.
- 4.12) Lydik S. Jacobsen, "Damping in Composite Structures", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 1029-1044, July 1960.
- 4.13) Ryo Tanabashi, "Tests to Determine the Behavior of Riveted Joints of Steel Structures under Alternate Bending Moments", Memoirs of the College of Engineering, Kyoto Imperial University, Vol. VIII, No. 4, 1935.
- 4.14) Kiyoshi Muto, "Investigation of Earthquake Resistant Walls", Pro-

ceedings of the Architectural Institute of Japan, 1950-1951 (in Japanese): 武藤 清, 梅村 魁, 大澤 勝. 「耐震壁に関する研究」, 日本建築学会研究報告 (関東支部), 昭和25年-26年.

- 4.15) Lydik S. Jacobsen, "Behavioristic Models Representing Hysteresis in Structural Joints", Contribution to A 'Festschrift' in Honor of Professor Anker Engelund's Seventieth Birthday, Technical University of Denmark, 1958.
- 4.16) Sukeo Kawashima, "On Free Vibration with Structural Damping", Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyushu University, Vol. XX, No. 2, 1961.
- 4.17) A. L. Kimball, "Vibration Damping Including the Case of Solid Friction", Transactions A. S. M. E., Vol. 51, Sept. - Dec. 1927.
- 4.18) R. von Mises, "Elemente der Technische Hydrodynamic I", Leibzig and Berlin, p. 188, 1914.
- 4.19) Karl Klotter, "Free Oscillations of Systems Having Quadratic Damping and Arbitrary Restoring Forces", Journal of Applied Mechanics, Vol. 22, No. 4, Dec. 1955.
- 4.20) 金多 潔, 「釘接合部の構造減衰並びに剛性に関する研究」, 京都大学防災研究所年報 X 3号, pp. 111 - 126, 昭和34年12月.
- 4.21) 棚橋 諒, 「溶接柱梁接合部分の正負曲げ試験」, 溶接協会誌X7巻, X12号, pp. 587~598, 昭和14年2月.
- 4.22) T. H. H. Pian, F. C. Hallowell, Jr. and R. L. Bisplinghoff, "Investigation of Structural Damping in Simple Built Up Beams", Contract Report on ONR Project NR-035-259 at the Massachusetts Institute of Technology.

- 4.23) 谷口 忠, 「建造物の振動減衰性に関する研究(鉄骨造の振動減衰性について)」, 建築学会論文集第17号, pp. 339-346, 昭和15年4月.
- 4.24) 谷口 忠, 「建造物の振動減衰性に関する研究(鉄筋コンクリート構造の減衰係数について)」, 建築学会論文集第5号, pp. 146-155, 昭和12年3月.
- 4.25) John A. Blume, "Structural Dynamics in Earthquake Resistant Design", Proc. A. S. C. E., Paper No. 1695, July 1958.
- 4.26) J. M. Robertson and A. J. Yorgiadis, "Internal Friction in Engineering Materials", Journal of Applied Mechanics, Vol. 13, No. 3, pp. A-173-182, Sept. 1946.
- 4.27) G. S. von Heydekampf, "Damping Capacity of Materials", Proc of the American Society of Testing Materials, Vol. 31, Part I, pp. 157-175, 1931.

第V編 架構の動的変形と耐震性との関連

要 約

地震時の構造物の動きは地震動の作用方向と構造物の剛性の分布如何によつてたゞ並進的な変位のみと生ずるという場合だけではない。たとえば、建築架構について見ても、各構面の質量や剛性に不均等があれば、建物は各構面の動きの他に、建物が全体として揺れるような運動と伴う。この場合の構造物の崩壊は揺れが生じない場合よりも容易に行なわれることが予想され、また震害記録にもこのような例は数多く報告されている。第V編はこの構造物の揺れ振動の問題と理論的に取扱つたものである。

オ1章 序論

一般に構造物を耐震的ならしめるために耐震壁を設けて補強する方法が行なわれているが、かかる耐震壁の不均質な配置によつては地震時に構造物が揺れ振動と伴うことは当然予想され、既往の大地震においてもこの現象が観取されている。過去の地震によつて倒壊した木造家屋を観察しても、壁体が建物の平面に均等に分布されていなかったことに起因して、建物全体が揺れながら倒壊した様相が見受けられる。

すなわち構造物の揺れ振動は構造物の立体的な剛性や質量の分布と密接な関連があるのである。この中剛性の分布は主として壁配置の問題につながるものである。質量の分布は建物の平面計画の問題に関係するから、その分布を定めることは平面計画に対する要請として提出されるべきものであろう。本来剛性と質量の分布は不可分のものであるが、構造計画的な内容としては剛性の分布に焦点が絞られ、したがつて独立に論ぜられるべき質量分布とは載荷質量分布に限定することにすれば、こゝでは單に剛性の分布と問題とすれば足りると思われる。

さて建物内の剛性分布に密接な関係がある壁配置のこととこゝで少し触れておかなければならない。壁が單なる間は切壁としてではなく、積極的に建築構造の耐震的役割を分担すべく設計せられるようになつてからすでに久しいものがあるが、元來この構想は内藤多仲博士によつて打建てられ、1923年の関東大震災の試練によつて、壁の持つ高度の耐震性が実証せられたのである(5.01)。以來耐震壁に関する研究は枚舉にいとまがないけれども、いまだに

その mechanism の解明については十分であるとはいえない。とくに耐震壁の配置に関しては系統だつた目ぼしい研究というものは見当たらないので、現状は designer の要請に迫られて、各層と貫いて建物の一部に集められた、いわゆる Core (核) 式配置が目立っている。これは壁というよりも一つの巨大な柱として、それがあたかも建物と地面に串刺しにするかのようにその偉容を誇っているが、果してそれが真に耐震的な措置であるという論には1948年の福井地震における大和 Building の崩壊 (5.02) を見たものには肯定しがたいと見えてしまう。かゝる経験的事実から得られる結論は、すくとも耐震 core に十分その耐力を発揮せしめるためには同じく巨大なはりが必要であるということである。これは明らかに不経済な配置という他はないのであつて、静力学的な水平力から出発する考察に終始する限りにおいては各層の層せん断力に対する壁の所要断面はそれが1箇所集中配置されようがあるいは分散配置されようがその役割には差りがない如くであつても、建物内に共存する剛な部分 (耐震 core) と柔な部分 (一般の frame) とはそれらを各独立に見るときは振動特性について著しい相異を示している。したがつて兩者を結合すべき堅固なる接続部分をもたない限りその接続箇所には動的に過大な応力が発生して兩者の連繫を破る結果がもたらされ易いものといえよう。

地震に對してこのような構造物の一体性を確保するためには、したがつて、その剛性分布が剛な部分より柔かな部分へと移る位置において連続的でなければならないであらう。しかしかような配置に拘心するよりは壁と建物設計上に支障のない限度に分散配置することが望ましく、かつ経済的となるものと考えられるのである。

壁の分散配置には接れの考慮と欠くことが許されない。すなわち不可欠な接れに対する十分な配慮が、建物としてより一層耐震的ならしめ、壁のもつ耐震性をなお一層有効に発揮せしめ得ると思ふべきである。そのためには建築物の接れ振動についての基礎的な研究が必要とされる。

建築物の接れ振動現象を説明することは梁型理論とまつてしてもかなり複雑な問題であつて、

1934年に湖橋博士が最初に理論的研究を発表され (5.03) て以来、1941年に武藤博士、高橋氏が湖橋博士と類似の方法で理論的解析 (5.04), (5.05) を行ない、その伝主として東京大学の研究者によつて理論的・実験的な研究が続けられたが (5.06), (5.07), そ

の間あまり著ろしい進歩は見られなかつたようである。むしろ1層の建物模型について Ayre 教授の行なつた非定常地動による実験的研究(5, 08)が耐震設計上有用な結論と導き出したものとして注目されよう。

破壊的な地震波と予想して建物と設計する場合、建物の変形となくまでも弾性範囲内に留めようとする事は、建物に過大な剛性が要求されて skyscraper の実現を不可能にするばかりでなく、低層の場合を含めて建物の構造主体のしつ耐力と十分に發揮せしめないことにもなつて経済性の観点からもぜい丈な設計を行なうことに均しいように思われる。このために近時、建物の保有する耐力(塑性域にまで拡張された耐力、すなわち構造物に貯えられ得る potential に比例するもの)と十分に發揮せしめようとする意図に基いた塑性設計の理論が抬頭してきている現状であるが、これに対応して、当然そこには破壊的な地震波と受けた構造物の塑性域と考慮した非線型振動が問題とされねばならないことになる。地震波が建物の質量ならびに剛性分布によつて定まる振動主軸方向に作用する場合の解析についてはすでにⅡ編、およびⅢ編で詳述されたが、かゝる主軸と外れ、しかも建物に剛性の不均齊が存在する場合には問題は極めて複雑となる。この場合、必然的に非線型捩れ振動が生起してくるから、均齊剛性を前提として主軸方向のみについて解析された結果は問題を起り得るある一つの特別な可能性に限定することになつてしまう。

ところが往々にして、というよりは一般的に、可及的均齊は剛性分布と構造物設計の基本方針としてもはなつかう現実面にかける剛性の不均等は避け難く、さらに建物と支える地盤の性状に建物基礎平面内の変化と見込まねばならないとしたら、当然そこには幾何かの捩れ振動と予期してかゝらねばならないであろう。この幾何かの捩れ振動の発生が構造物の変形において完全に1次的な弾性域内に収まる場合には建物の構造主体に大して影響を与えないとしても塑性域にまで及ぶ非線型状態に到るならば弾性領域において微小として無視し得る捩れの影響が大まく現われて(これは捩れ角の critical point — 後述 — と超えることに相当する)予期せざる倒壊と招くのである。

過去の地震によつて倒壊した建物はその数において木造家屋が圧倒的であるが、倒壊の様相を観察すれば壁骨が建物の平面に均齊に分布されていないことと、剛性の偏在に起因して家屋全体が捩れながら倒壊したことが主たる原因として指摘せられるのであつて、かような現象は

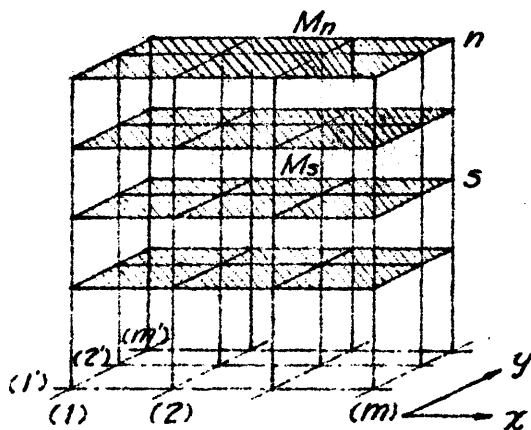
木造家屋において多くの事例が見えされるとはいえ、一般の鉄筋 concrete などの不静定架構においても崩壊の最終形態が不静定次数の消失に対応する以上当然生ずべき現象と考えなければならぬ。こゝに壁の不均質な配置や質量の偏在による非線型揺れ振動の研究の重要性があるであろう。

しかし先に挙げた諸研究では、いずれも線型微分方程式から出発して、定常または非定常の外力 (5.08) を対象とした考察がなされたのみであるから、一般に架構の大振幅時の様子を十分に説明することはできなかった。しかるに筆者が先に紹介した E. Meissner の図式による非線型微分方程式の解法が一般的な非線型復元力特性をもつた質点系の非定常振動解を定量的に解析できることから、それとこの問題に適用することによって議論を進めて行くことが可能となった (5.09), (5.10)。かゝる見地からわれわれはこの問題の解析を企てたのである。

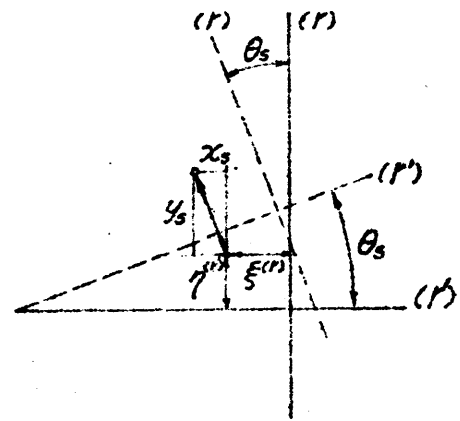
第5章 構造物の振れ振動に関する理論的研究

5.2.1 線型振れ振動に関する棚橋博士の研究概要 (従来の研究)

塑性領域における非線型振れ振動を論ずる前に1934年に 棚橋 諒博士によって最初に取り扱われた線型振れ振動の理論 (5.03) の概要を述べ、これに些かの私見を添えることは次節に進む前の至当な順序と思われる。



第 5.2.1 図



第 5.2.2 図

いま建物が第5.2.1図に示すように n 層、 m 張間の framed structure に抽象されるものとし、架構の各層床に荷重が集中して存在するゆえにそれを受支と考えることにする。壁や柱の存在は架構のせん断変形に対する復元力として抽象され、また床版の面内変形は無視し得る程度と考えるので、各層の床は剛体で、各層の質量のすべてを担うものと考えてもよい。

第5.2.2図をみる一般構造物の s 層平面とする。すなわち y 方向に構面 (frame) (1), (2),

(r) ... (m) までが並列し、 x -方向に構面 ($1'$), ($2'$) ... (r') ... (m') までが並列する。これら y 方向構面の層重心位置からの距離を $x_s^{(r)}$, x 方向のそれと $y_s^{(r')}$ とする。 ($r = 1, 2, \dots, m$; $r' = 1', 2', \dots, m'$) 一般座標として各層重心の y 方向相対水平変位成分 y_s , x 方向の相対水平変位成分 x_s および各層の振れ角 θ_s が採られる。 ($s = 1, 2, \dots, n$)。いま (r') 番構面の s 層に水平変位 $y_s = 1$ を与えたときの各層仮設支反力を $p_{i.s}^{(r')}$ ($i = 1, 2, \dots, n$), 同様に (r)

番構面の S 層に水平変位 $x_s = 1$ を与えたときのそれを $q_{i,s}^{(r)}$ とする。しからるときは

Maxwell の相反定理から

$$p_{i,s}^{(r)} = p_{s,i}^{(r)}, \quad q_{i,s}^{(r)} = q_{s,i}^{(r)} \quad (5.2.1)$$

なる関係が成立し、さらに S 層にその重心の周りに接れ角 $\theta_s = 1$ を与えたときの y 方向 (r) 番構面の仮設支反力 (moment) は $p_{i,s}^{(r)} \cdot \xi_s^{(r)}$ で表われ、 x 方向 (r') 番構面には $q_{i,s}^{(r')} \cdot \eta_s^{(r')}$ なる支反力が作用する。

いま地震による地動変位として x 方向成分 $x_0(t)$ および y 方向成分 $y_0(t)$ が与えられた場合、架構各点の絶対座標系についての変位はそれぞれ $(x_0 + x_s)$, $(y_0 + y_s)$ および θ_s で表わされる。したがって質点系の運動 energy T は次式で示されよう。

$$2T = \sum_{s=1}^n M_s \{ (\dot{x}_0 + \dot{x}_s)^2 + (\dot{y}_0 + \dot{y}_s)^2 \} + \sum_{s=1}^n I_s \dot{\theta}_s^2 \quad (5.2.2)$$

こゝに M_s は S 層の質量であつて、それが S 層重心位置に集中せるものと考え、また、 I_s は実際に分布せる各層質量の重心点周りの慣性 (moment) である。

また potential energy V は次式で示される。

$$2V = \sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^n \left\{ (x_s + \eta_s^{(r)} \theta_s) \times \sum_{i=1}^n q_{s,i}^{(r)} (x_i + \eta_i^{(r)} \theta_i) \right\} \\ + \sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^n \left\{ (y_s + \xi_s^{(r)} \theta_s) \times \sum_{i=1}^n p_{s,i}^{(r)} (y_i + \xi_i^{(r)} \theta_i) \right\} \quad (5.2.3)$$

(5.2.3) 式の右辺にはさらに壁や柱材自身の捻れによる potential energy が加えられなければならない。壁や柱材の捻れはその各々に接する上下2層の捻れ角の差に等しいが、各層における捻れの中心から壁や柱の存在位置までの距離、すなわち $\xi_s^{(r)}$ や $\eta_s^{(r)}$ が大きくなればなるほど、構造物の捻れによる potential energy は大きくなるから、均斉ならざる壁の配置に伴う捻れの potential energy の大部分はそれら各々の大きな potential energy によつて占められ、各壁や柱自身の捻れによる potential energy を差し引いてもその大きさを著しく変えるものではない。したがつて個々の部材自身の

接れに基づく Potential energy は無視し得る量と考えてよいであろう。このことは構造物の張肉数が多い場合に特に容易にいえる事柄であつて、問題はしたがつてこの何々の壁や柱自身の接れの Potential energy を重要視することではなく、各層における接れ中心から距離の大きい部分の potential energy に注目して、その不均斉が甚ななければ接れ振動の発展を警告し、あるいは設計上の指針として、接れによつて大きな Potential energy を contribute する壁や柱の配置に留意することではなければならない。

さて (5.2.2) 式および (5.2.3) 式とよく知られた Lagrange の方程式

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_r} \right) + \frac{\partial V}{\partial q_r} = Q_r$$

に代入すれば、地動変位 $x_0(t)$, $y_0(t)$ が作用する場合の質点系構造物の並進を伴つた接れ振動の一般式としてつぎの運動方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} M_s \ddot{x}_s + \frac{\partial V}{\partial x_s} &= -M_s \ddot{x}_0 \\ M_s \ddot{y}_s + \frac{\partial V}{\partial y_s} &= -M_s \ddot{y}_0 \\ I_s \ddot{\theta}_s + \frac{\partial V_s}{\partial \theta_s} &= 0, \quad s = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\} (5.2.5)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x_s} &= \sum_{r=1}^{m'} \sum_{i=1}^n g_{s,i}^{(r')} (x_i + \eta_i^{(r')} \theta_i) \\ \frac{\partial V}{\partial y_s} &= \sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^n p_{s,i}^{(r)} (y_i + \xi_i^{(r)} \theta_i) \\ \frac{\partial V}{\partial \theta_s} &= \sum_{r=1}^{m'} \left\{ \eta_s^{(r')} \times \sum_{i=1}^n g_{s,i}^{(r')} (x_i + \eta_i^{(r')} \theta_i) \right\} \\ &\quad + \sum_{r=1}^m \left\{ \xi_s^{(r)} \times \sum_{i=1}^n p_{s,i}^{(r)} (y_i + \xi_i^{(r)} \theta_i) \right\} \end{aligned} \right\} (5.2.6)$$

すなわちこれはこの構造物の運動を示す x_s , y_s , θ_s なる $3n$ 個の座標に関する $3n$ 個の運動微分方程式であつて、その自由振動については (5.2.4) 式 の右辺をすべて zero とお

き、 x_s, y_s, θ_s が normal mode of vibration をするものとして振動数決定式を導くことができるし、また地動変位を適当に仮定して代入すれば、強制振動姿態を解析することも可能である。

これらの解析によつて与えられた結果としては、耐振壁の配置に関して、単に静力学的に考えた場合におけるよりも、より以上の揺れの増大が見出され、揺れに対して慎重な配慮なしに配置された壁の偏在は構造物の安全性と脅かすところのものとなることが指摘せられる。したがって建物は容易に揺れを生ぜしめるような剛性の偏在と打消すことと壁や柱の配置、すなわち全体的に見た均質な剛性の分布が耐震設計上不可欠なものとして要請せられるのである。

5.2.2 非線型振動理論による解の誘導

棚橋博士によつて着手され、展開された構造物の揺れ振動の問題を本節では非線型理論の立場より考察を試みる (5.09)。

仮定の多くは前節で論じたまゝと踏襲する。すなわち立体的な構造物は才 5.2.1 図に示されたものと一般的な構造物として採用することに変更がない。しかし、どのような構造物の塑性領域における非線型揺れ振動の基礎運動微分方程式は前節に示した (5.2.5) 式とそのまゝ復元力の項として採用し、形式的に変位の関数形表示に書き換えるだけでは妥当性と欠くものとなるであろう。何となれば非線型塑性領域ではたとえば S 層において水平変位 $y_s = 1$ と与えたときの各層仮設支反力 $p_{i.s}^{(r)}$ を単位復元力として、それを基準に任意の相対水平変位に対する復元力関数と導くやり方は、非線型振動理論の立場から見れば、本質的に正しくないからである。尤一に、もはやこの領域では Maxwell の相反定理が成立せず

$$p_{i.s}^{(r)} + p_{s.i}^{(r)} \quad (5.2.7)$$

であることも知らねばならない。しかしながら非線型領域では superposition や reciprocity に関するすべての基礎が否定されねばならないけれども、復元力の一般的な表示方法には何らの制約もないので、われわれは相対変位の任意関数表示も採れば十分なのである。ただし、この場合においても相異なる架構面からの影響は相加されることが許されるとしなくてはならない。それは立体的な建物と直交する各 frame 群によつて抽象し、各層床と剛として、質量の集中と床面に仮定することがすでに各構面別の復元力相互間の影響が加算される

ことを前提としてゐるからである。また一般的な非線型運動微分方程式も架構の初期の弾性領域については前節の (5.2.4), (5.2.5) 兩式に帰納せられるものであることはいうまでもない。

さて架構の応力の塑性領域においても、 s 層の (r) 番構面の y 方向への変位は $(y_s + \xi_s^{(r)} \theta_s)$ と書かれ、また同じく s 層の (r') 番構面の x 方向への変位は $(x_s + \eta_s^{(r')} \theta_s)$ と記述され得るが、いま s 層 (r) 番構面の y 方向に対する復元力関数を $F_s^{(r)}(y)$, s 層 (r') 番構面の x 方向に対する復元力関数を $G_s^{(r')}(x)$ と書くならば、これらの復元力関数は時間 t を explicitly に含まず、上下の隣接階層との間の相対変位に直接関係するので、非線型領域における接れ振動の基礎微分方程式はつぎのように示される。

$$\left. \begin{aligned} M_s \ddot{y}_s + \sum_{r=1}^m \left[F_s^{(r)} \{ (y_s + \xi_s^{(r)} \theta_s) - (y_{s-1} + \xi_{s-1}^{(r)} \theta_{s-1}) \} \right. \\ \left. - F_{s+1}^{(r)} \{ (y_{s+1} + \xi_{s+1}^{(r)} \theta_{s+1}) - (y_s + \xi_s^{(r)} \theta_s) \} \right] = -M_s \ddot{y}_0 \\ M_s \ddot{x}_s + \sum_{r'=1}^{m'} \left[G_s^{(r')} \{ (x_s + \eta_s^{(r')} \theta_s) - (x_{s-1} + \eta_{s-1}^{(r')} \theta_{s-1}) \} \right. \\ \left. - G_{s+1}^{(r')} \{ (x_{s+1} + \eta_{s+1}^{(r')} \theta_{s+1}) - (x_s + \eta_s^{(r')} \theta_s) \} \right] = -M_s \ddot{x}_0 \\ I_s \ddot{\theta}_s + \sum_{r=1}^m \left[\xi_s^{(r)} F_s^{(r)} \{ (y_s + \xi_s^{(r)} \theta_s) - (y_{s-1} + \xi_{s-1}^{(r)} \theta_{s-1}) \} \right. \\ \left. - \xi_{s+1}^{(r)} F_{s+1}^{(r)} \{ (y_{s+1} + \xi_{s+1}^{(r)} \theta_{s+1}) - (y_s + \xi_s^{(r)} \theta_s) \} \right] \\ + \sum_{r'=1}^{m'} \left[\eta_s^{(r')} G_s^{(r')} \{ (x_s + \eta_s^{(r')} \theta_s) - (x_{s-1} + \eta_{s-1}^{(r')} \theta_{s-1}) \} \right. \\ \left. - \eta_{s+1}^{(r')} G_{s+1}^{(r')} \{ (x_{s+1} + \eta_{s+1}^{(r')} \theta_{s+1}) - (x_s + \eta_s^{(r')} \theta_s) \} \right] = 0 \end{aligned} \right\} (5.2.8)$$

この (5.2.8) 式の一般解を解析的な表現として見出すことは、地動変位 $x_0(t)$, $y_0(t)$ がたとえ具体的に与えられた場合でも数学的にいつて現在のところ不可能である。また建物の剛性が x , y いずれかの方向に関して対称であつても、線型振動理論で扱われるようにその方向の振動が独立になるとして解析することも不可能である。ゆえにわれわれがなし得ることは、独立変数たる時間 t を数多くの微小区間に区切って、その各々の区間において非線型微分方

程式を linearize するところの step-by-step 演算法を用いる他にはないことは、すでに前の各稿で触れた所である。そしてこの問題のように自由度の多い連成振動系においては topological な平面を巧みに利用した phase-plane-delta 法もその特性が失われ、数値計算法では如何なる方法を用いてもその労力は著るしいものとなる。したがってここでは問題の定性的な見通しを得る目的で、一層一層の構造物を対象として Meissner の方法と適用して、以下の考察を進めて行くことにする。

1層1張間の構造物の振れを含めた一般の運動微分方程式は(5.2.8)式で $n=1$, $r=1, 2$; $r'=1, 2$ においてつぎのごとく示される。

$$M \ddot{y} + F^{(1)}(y + \xi^{(1)} \theta) + F^{(2)}(y + \xi^{(2)} \theta) = -M \ddot{y}_0 \quad (5.2.9a)$$

$$M \ddot{x} + G^{(1)}(x + \eta^{(1)} \theta) + G^{(2)}(x + \eta^{(2)} \theta) = -M \ddot{x}_0 \quad (5.2.9b)$$

$$I \ddot{\theta} + \xi^{(1)} F^{(1)}(y + \xi^{(1)} \theta) + \xi^{(2)} F^{(2)}(y + \xi^{(2)} \theta)$$

$$+ \eta^{(1)} G^{(1)}(x + \eta^{(1)} \theta) + \eta^{(2)} G^{(2)}(x + \eta^{(2)} \theta) = 0 \quad (5.2.9c)$$

(5.2.9a) 式に (5.2.9c) 式をそれぞれ $(M/I) \xi^{(1)}$, $(M/I) \xi^{(2)}$ 倍して加え、さらに $Z_1 = y + \xi^{(1)} \theta$, $Z_2 = y + \xi^{(2)} \theta$, $e = M/I$ とおき、 $F^{(1)}$, $G^{(1)}$, $\xi^{(1)}$ などの表示をそれぞれ F_1 , G_1 , ξ_1 などと書き改めると (5.2.9) 式は

$$M \ddot{Z}_1 + (1 + e \xi_1^2) F_1(Z_1) + (1 + e \xi_1 \xi_2) F_2(Z_2)$$

$$+ e \xi_1 \eta_1 G_1 \left\{ x + \eta_1 \frac{Z_1 - Z_2}{\xi_1 - \xi_2} \right\}$$

$$+ e \xi_1 \eta_2 G_2 \left\{ x + \eta_2 \frac{Z_1 - Z_2}{\xi_1 - \xi_2} \right\} = -M \ddot{y}_0 \quad (5.2.10a)$$

$$M\ddot{Z}_2 + (1 + e\xi_1\xi_2)F_1(Z_1) + (1 + e\xi_2^2)F_2(Z_2)$$

$$+ e\xi_2\gamma_1\left\{ \left(x + \gamma_1 \frac{Z_1 - Z_2}{\xi_1 - \xi_2} \right) \right\}$$

$$+ e\xi_2\gamma_2\left\{ \left(x + \gamma_2 \frac{Z_1 - Z_2}{\xi_1 - \xi_2} \right) \right\} = -M\ddot{y}_g \quad (5.2.10b)$$

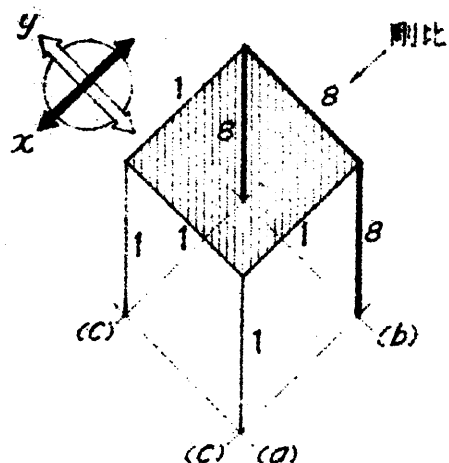
$$M\ddot{x} + \gamma_1\left\{ \left(x + \gamma_1 \frac{Z_1 - Z_2}{\xi_1 - \xi_2} \right) \right\} + \gamma_2\left\{ \left(x + \gamma_2 \frac{Z_1 - Z_2}{\xi_1 - \xi_2} \right) \right\} = -M\ddot{x}_g \quad (5.2.10c)$$

となる。この非線型連立微分方程式は架構の形状および復元力の非線型特性がまえられると、初期条件として $t=0$ にて $x=0$, $Z_1=Z_2=0$ において近似解を求めることができる。すなわち最初 x および Z_1, Z_2 が微小時間 (1st step) 内では zero であるとして (5.2.10a) 式から 1st step の終端における Z_1 を求め、つぎに (5.2.10b) 式にてこの Z_1 の値を用い x は zero として Z_2 を求める。この Z_1, Z_2 を (5.2.10c) 式に代入して x を求めて行くのである。1st step の終端時における x, Z_1, Z_2 の値はそのまま 2nd step の初期条件となり、以下同様にして step-by-step の計算が続けられる。このようにして得られる非定常振動の解と、定常振動との比較および非線型特性の影響などを検討するのに便なるように、つぎに一例として簡単な一層架構について考察を行なう。この架構は棚橋博士が 1934 年の論文で取り扱ってられるもので、したがって線型理論による定常振動の解析結果が十分に知っているものである。

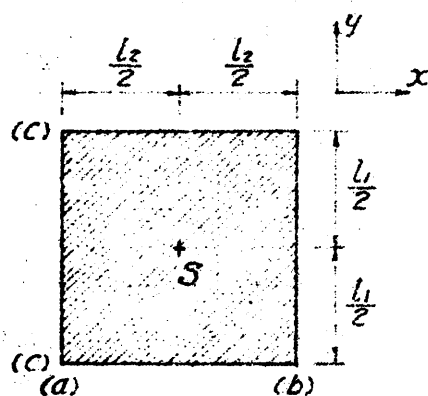
5.2.3 算例

架構はオ 5.2.3 図に示されるように、 x 方向には二つの (c) 架構が並列して対称であるが、 y 方向には剛度の異なる (a), (b) 構面が並び、したがって y 方向の地動変位 $y_g(t)$ は架構に揺れ振動を誘発し得る。壁の存在はかゝる取扱ひにおいては架構のせん断変形に対する復元力として抽象されてしまうと考えると、柱の剛性に含めて取扱うも同じことになる。

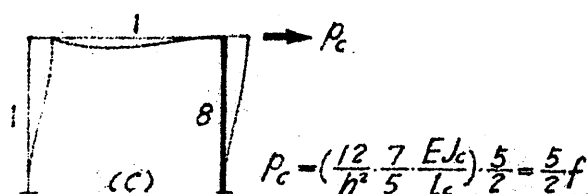
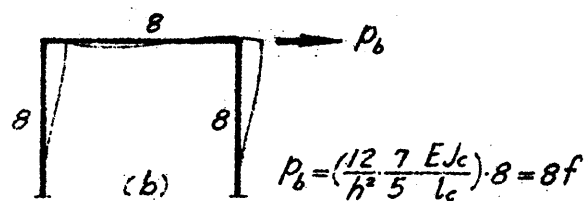
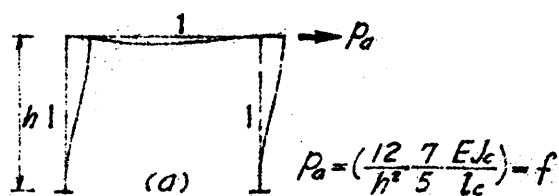
オ 5.2.3 図の (a), (b), (c), 架構面にそれぞれ単位の相対水平変位と与えた場合の格空層に働くべき水平力を p_a, p_b, p_c とすれば、それらの量はオ 5.2.4 図に記入したごとくである。いま想定せる架構について 1 層床版の平面をオ 5.2.5 図のように考え、載荷密度 γ が等分布するものと見做せば載荷量の重心は γ 点であつて、これはこの矩形の重心に一



第 5.2.3 図



第 5.2.5 図



第 5.2.4 図

致する。こゝで

$$M = b \cdot h \cdot d \cdot r / 9, \quad I = \frac{r d}{9} \left(\frac{1}{12} b_1 h_1^3 + \frac{1}{12} b_1^3 h_1 \right) = M (b_1^2 + h_1^2) / 12 \quad (5.2.11)$$

であるから

$$e = \frac{12}{b_1^2 + h_1^2} \quad (5.2.12)$$

と仮定すれば

$$P_a = f = \left(\frac{12}{h^2} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{E J_c}{l_c} \right) = F_1(y)$$

$$P_b = 8f = 8F_1(y)$$

$$P_c = (5/2)f = (5/2)F_1(y)$$

(5.2.13)

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= \frac{l_2}{2}, & \xi_2 &= -\frac{l_2}{2} \\ \eta_1 &= \frac{l_1}{2}, & \eta_2 &= -\frac{l_1}{2} \end{aligned} \right\} \quad (5.2.14)$$

であるから これらの関係式を (5.2.10a) ~ (5.2.10c) 式に代入すれば

$$M\ddot{Z}_1 + \left(1 + \frac{el_2^2}{4}\right) F_1(z_1) + 8\left(1 - \frac{el_2^2}{4}\right) F_1(z_2) \\ + \frac{el_1l_2}{4} \cdot \frac{5}{2} F_1\left(x + \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{z_1 - z_2}{2}\right) - \frac{el_1l_2}{4} \cdot \frac{5}{2} F_1\left(x - \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{z_1 - z_2}{2}\right) = -M\ddot{y}_1 \quad (5.2.15a)$$

$$M\ddot{Z}_2 + \left(1 - \frac{el_2^2}{4}\right) F_1(z_1) + 8\left(1 + \frac{el_2^2}{4}\right) F_1(z_2) \\ - \frac{el_1l_2}{4} \cdot \frac{5}{2} F_1\left(x + \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{z_1 - z_2}{2}\right) + \frac{el_1l_2}{4} \cdot \frac{5}{2} F_1\left(x - \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{z_1 - z_2}{2}\right) = -M\ddot{y}_2 \quad (5.2.15b)$$

$$M\ddot{x} + \frac{5}{2} F_1\left(x + \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{z_1 - z_2}{2}\right) + \frac{5}{2} F_1\left(x - \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{z_1 - z_2}{2}\right) = -M\ddot{x} \quad (5.2.15c)$$

が得られる。架構の非線型復元力特性を示す関数 $F_1(z)$ のいま

$$F_1(z) = kz + g(z) \quad (5.2.16)$$

にて表わされ、この表示の内の関数 $g(z)$ は z に対しての2次以上の幂を含む関数で表現されるものとする

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \omega_1 t, & \omega_1 &= \sqrt{\left(1 + \frac{el_2^2}{4}\right) k/M} \\ u_2 &= \omega_2 t, & \omega_2 &= \sqrt{\left(1 + \frac{el_2^2}{4}\right) \cdot \frac{8k}{M}} \\ u_3 &= \omega_3 t, & \omega_3 &= \sqrt{5k/M} \end{aligned} \right\} \quad (5.2.17)$$

なる変数 (独立変数) 変換により (5.2.15a) ~ (5.2.15c) 式はそれぞれ

$$Z_1'' + Z_1 = -\frac{y_0}{\omega_1^2} + \left[Z_1 - \frac{1}{k} F_1(z_1)\right] - \frac{8(4 - el_2^2)}{k(4 + el_2^2)} F_1(z_2) \\ - \frac{5el_1l_2}{2k(4 + el_2^2)} F_1\left(x + \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{z_1 - z_2}{2}\right) + \frac{5el_1l_2}{2k(4 + el_2^2)} F_1\left(x - \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{z_1 - z_2}{2}\right) \quad (5.2.18a)$$

$$\begin{aligned} \ddot{Z}_2 + Z_2 = & -\frac{\gamma_2''}{\omega_2^2} + \left[Z_2 - \frac{1}{k} F_1(Z_2) \right] - \frac{(4 - \epsilon l_2^2)}{8 k (4 + \epsilon l_2^2)} F_1(Z_1) \\ & + \frac{5 \epsilon l_1 l_2}{16 k (4 + \epsilon l_2^2)} \left[F_1\left(x + \frac{l_1}{l_2} \frac{Z_1 - Z_2}{2}\right) - F_1\left(x - \frac{l_1}{l_2} \frac{Z_1 - Z_2}{2}\right) \right] \quad (5.2.18b) \end{aligned}$$

$$\ddot{x} + x = -\frac{x_0''}{\omega_1^2} + x - \frac{1}{2k} \left[F_1\left(x + \frac{l_1}{l_2} \frac{Z_1 - Z_2}{2}\right) + F_1\left(x - \frac{l_1}{l_2} \frac{Z_1 - Z_2}{2}\right) \right] \quad (5.2.18c)$$

となる。\$\ddot{Z}\$は変数\$Z\$の時間\$t\$に関する2階の微分と示してきたが、\$\ddot{Z}\$は\$Z\$の変数\$u\$に関する2階微分と示す。

架構が\$X\$方向に関して対称な剛性をもち、そしてその方向の地動変位（いまの場合は\$X_0(t)\$）が常に zero ならば（5.2.18c）式から明らかのように、\$Z_1\$および\$Z_2\$の差が微小なるときにはこの式の右辺が zero となつて解\$x\$は常に zero である。このことは\$(Z_1 - Z_2)\$の値が大きくなつて非線型特性が顕著に表われるまでは架構の重心の運動は\$y\$方向に限られてゐることを示す。したがつてこれは従来の線型性と仮定した研究の結果から述べられている結論と一致するが、こゝでは新たに、その陳述は振幅が小で（5.2.16）式に示される復元力特性において \$g(z) \div 0\$ と見做し得る範囲、すなわち復元力が線型、Hooke の法則に従つて考へ得る領域に於いてのみ成立する事柄であつて、架構の振幅が大となり復元力が塑性領域に入つて \$g(z) \neq 0\$ ともなれば \$(Z_1 - Z_2)\$の値も大となり、ゆえに架構の重心は\$X\$方向にも変位を生じて行くことが指摘されるのである。

さて、（5.2.18a）～（5.2.18c）式を解いて塑性領域における非線型揺れ振動の振相と解析する前に、架構の線型弾性領域における固有振動周期と決定しておくことは地動変位のもつ周期との比較において必要である。一般に構造物の振動には建物各層の重心の\$X, Y\$それぞれの方向の並進変位と回転角\$\theta\$との変位が連成するので、この1層架構の場合においても3個の固有周期 \$1T_{x,y,\theta}\$, \$2T_{x,y,\theta}\$, \$3T_{x,y,\theta}\$ が存在する。いまの算例と線型振動理論で取り扱かうと、前述せるように\$X\$方向の周期\$T_x\$が独立になり、\$1T_{y,\theta}\$, \$2T_{y,\theta}\$なる二つの周期は連成する。前節に述べた方法により \$l_1 = l_2\$ なる場合の架構の固有振動周期は次式から計算される。

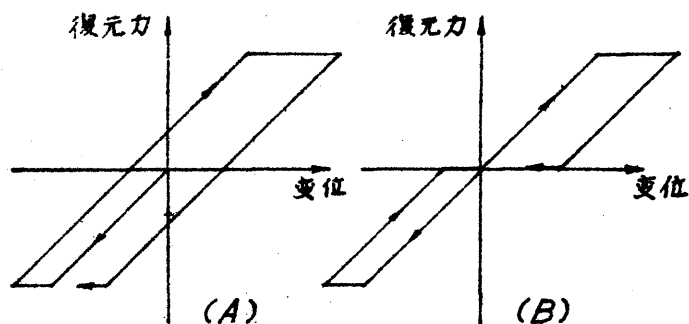
$$\begin{vmatrix} 9k - Mm^2 & 0 & -7k \cdot \frac{l_2}{2} \\ 0 & 5k - Mm^2 & 0 \\ -7k \cdot \frac{l_2}{2} & 0 & \frac{7}{2}kl_2 - \frac{M}{6}l_2^3m^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (5.2.19)$$

この行列式は固有円振動数 m を未知数とする 6 次方程式となるが、その 6 個の根の中 3 個の正根がそれぞれ m_x , ${}_1m_{y,0}$, ${}_2m_{y,0}$ に対応し、

$$\left. \begin{aligned} m_x &= \sqrt{5.00 k/M} \\ {}_1m_{y,0} &= \sqrt{4.55 k/M} \\ {}_2m_{y,0} &= \sqrt{25.47 k/M} \end{aligned} \right\} \quad (5.2.20)$$

として求められ、これより固有振動周期は

$$\left. \begin{aligned} T_x &= 2\pi/m_x = 2\pi/\sqrt{5.00 k/M} \\ {}_1T_{y,0} &= 2\pi/{}_1m_{y,0} = 2\pi/\sqrt{4.55 k/M} \\ {}_2T_{y,0} &= 2\pi/{}_2m_{y,0} = 2\pi/\sqrt{25.47 k/M} \end{aligned} \right\} \quad (5.2.21)$$



第 5.2.6 図

となる。また y 方向構面がもし (a), (b) 二つの相異なる構面ではなく、ともに剛構面 (b) で構成されているものとしたときの固有周期を T_R とし、そしてまた両構面がともに柔構面 (a) よりなると仮定したときの固有周期を T_S とすると計算によつて

$$T_R = 2\pi / \sqrt{16.00 k/M}$$

$$T_S = 2\pi / \sqrt{2.00 k/M}$$

(5.2.22)

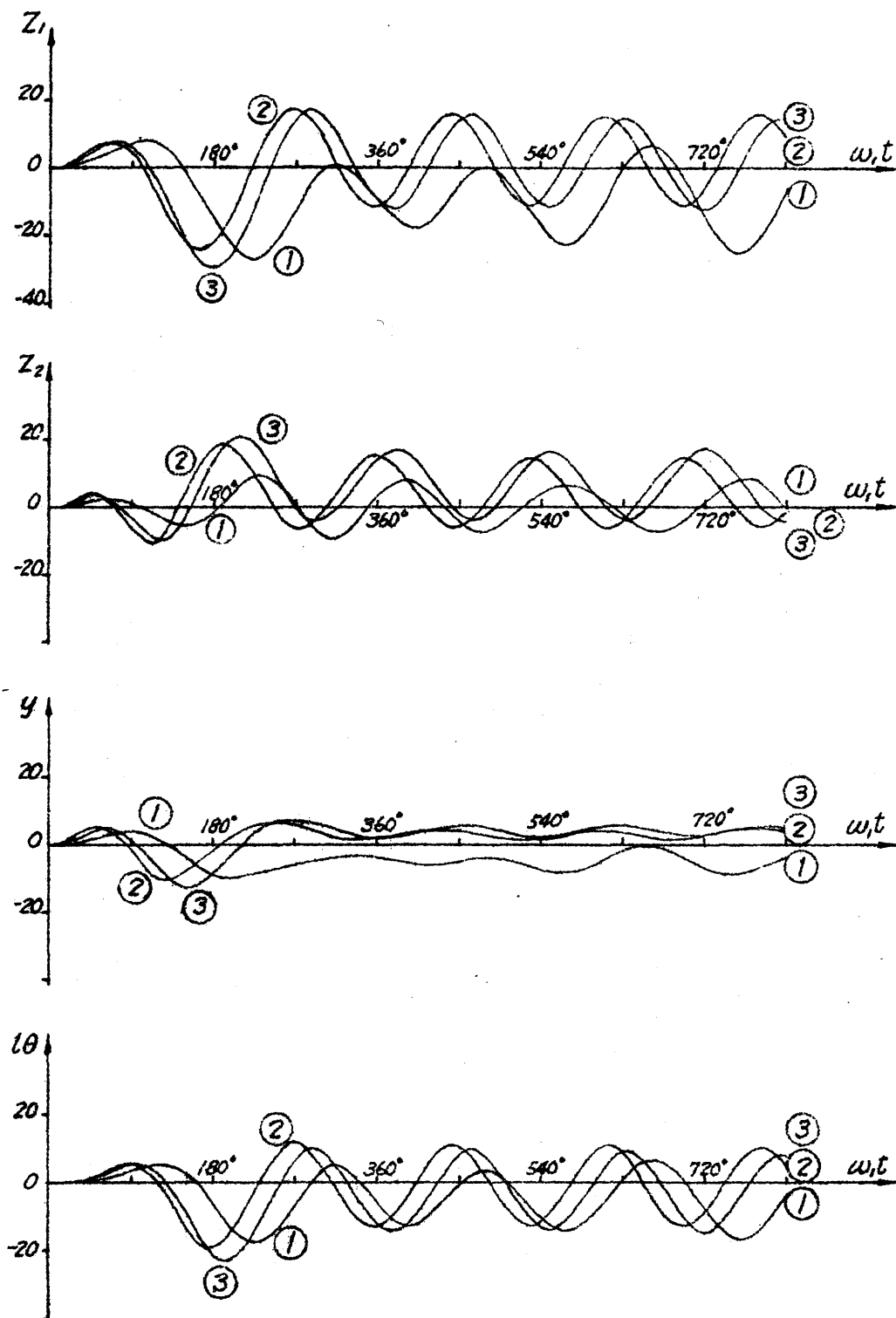
となることも容易に示される。

架構の復元力 $F_r(z)$ は一般にその架構の構造と構成材料によつて特性づけられ、(5.2.16) 式は單にその数式的表示に過ぎないが、一般に現実の構造物と対象とするときの構造物の非線型復元力特性はたとえば鉄筋 concrete 構造、溶接鋼構造などのごとき monolithic なものと、木構造や鉄接鋼構造などに見られる composite construction を含めた代表的な二種の復元力変位曲線を示す 5.2.6 図 (A), (B) に示した。

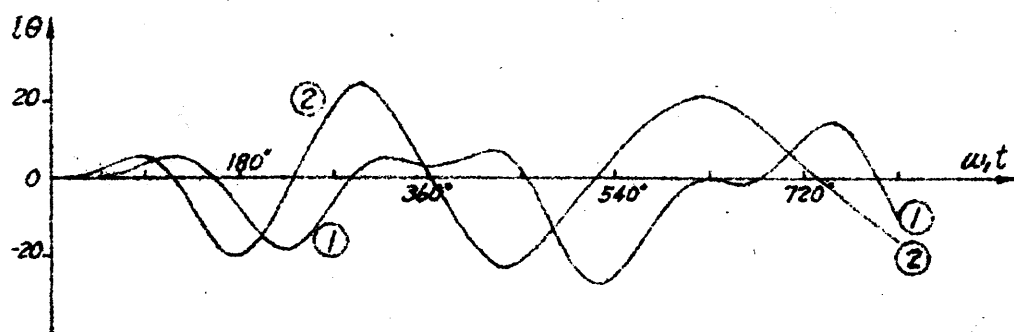
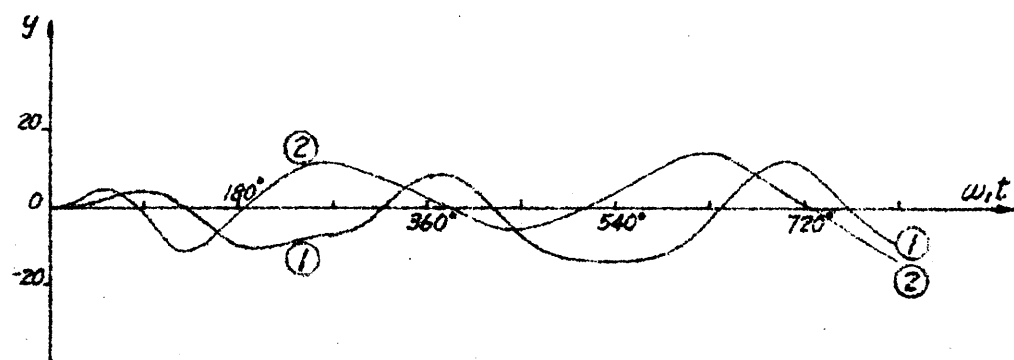
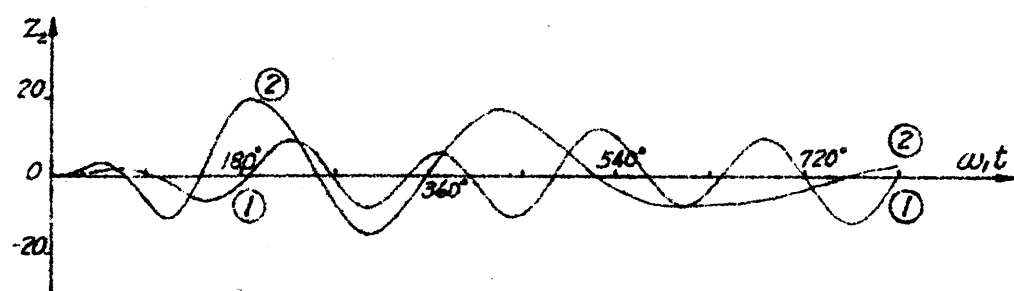
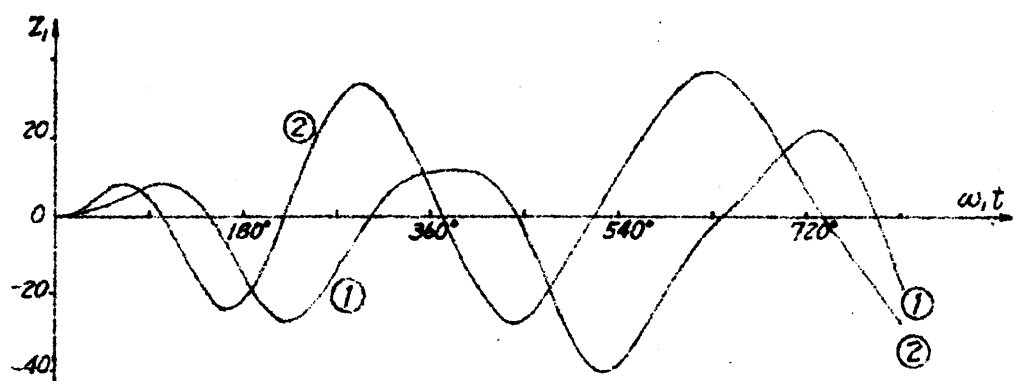
この二種類の復元力特性をもつ架構に対して与えられる運動微分方程式 (5.2.18a) ~ (5.2.18c) と Meissner の方法を用いて図式的に解いた結果が 5.2.7 図および 5.2.8 図に展開される。すなわち 5.2.7 図は架構の復元力が 5.2.6 図 (A) のごとき特性を有する場合を示すものであり、他方、5.2.8 図は 5.2.6 図 (B) の復元力特性に対応する。地震波は y 方向のみに作用する (したがつて $\ddot{x}(t) = 0$) ものと考え、同一地動平均速度をもつた 1 cycle の矩形加速度波で以つて代表させた。(5.2.9 図)

地震波の周期は (5.2.21) 式に示される $1/T_{y,0}$ と、(5.2.22) 式の T_R および T_S に resonate するものの計 3 種類を与えたものである。架構の動的挙動を示す 5.2.7 図および 5.2.8 図において図中に記入されている番号 ①, ②, ③ はそれぞれ架構の周期 T_R , T_S , $1/T_{y,0}$ に同調し、そして同一地動平均速度をもつ破壊的地震波によつて与えられる挙動と区別するために付けられたもので、 Z_1 は柔構面の、また Z_2 は剛構面の変位の時間的変動を示し、したがつて Z_1, Z_2 から架構の重心の y 方向の動き y と、重心の周りの回転の項 θ が計算される。

これらの図からわかるように、架構に揺れ振動が生ずる場合の振幅 y の大きさは架構に揺れが生じない場合に比べて小さいのは、地動によつて構造物に与えられる運動のエネルギーが

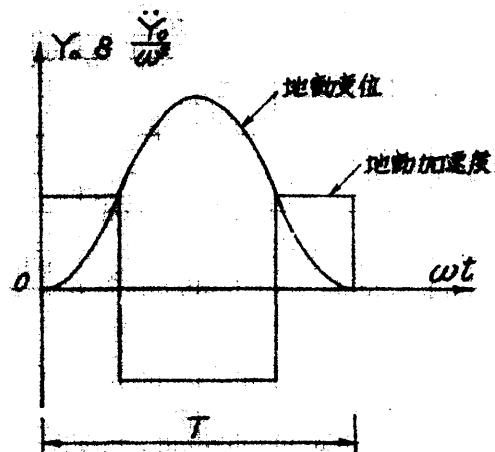


第 5·2·7 图



第 5 · 2 · B 圖

一部接れの振動のために与えられる結果と考えられよう。なお、上に与えられた解は $x=0$ を初期条件として $\theta > \theta_{crit}$ (次章で詳述) となつた $x=0$ が不安定な釣合位置となつた以後も外部からの x 方向の disturbance は依然 zero として Z, Z_2 を求めて行つたものである。



第 5.2.9 図

第3章 構造物の揺れ変形による安定・不安定の問題

5.3.1 概説

非線型の振動問題は一般に外力と振動系の非線型特性との組合わせによつて解の傾向が著しい多様性を示すから、したがつて数多くの組合わせの解を網羅して個々の解からその間の関連性と推察しなければならぬものと思われる。この意味においても前節で示した解と以つては現象と十分に説明し得ないことはもううんであつて、将来は次節で述べる電子計算機の活用により超大な量にのぼる非線型非定常振動解を求めることが要求されよう。ところが、構造物の揺れ振動の一問題として、架構の復元力がいわゆる soft spring type と見做される場合に揺れの解に共通して認められることは架構の重心の動きが架構の揺れ角の増大に伴つて外力の作用方向と直角の方向に対して不安定となる現象である。い、換えれば非線型揺れ振動においては架構の揺れ振幅がある臨界揺れ角 $\theta_{crit.}$ を超えると地震動の作用方向と直角の方向に対して不安定となる現象が生起する。この不安定現象は既往の線型理論に基づく諸研究によつては決して見出されなかつたところに重要な意味があると考えられ、地震による建築構造物の崩壊を防ぐためには是非とも検討を要すべきものと思われる。

5.3.2 臨界揺れ角の存在と不安定現象

さて地震動が建物内に並列する架構群の一つの方向、 y 方向にのみ限られて作用するときにもその方向と直角な x 方向に並列する架構の復元力特性曲線が soft spring type を示す場合には（架構の変形が塑性領域に入つて行くとその特性曲線はかような type を示すのが一般である） $x_s \equiv 0$ なるにも拘らず、 y 方向の地動によつて誘発せられた架構の揺れ振幅がある臨界揺れ角 $\theta_{crit.}$ を超えるならば、建物は y 方向のみの地動に対しても x 方向に關し不安定性を呈するのである。

この事柄を数理的に説明するたりに、つぎに若干の解析が展開される。 $\ddot{x}_s \equiv 0$ なる場合の架構の x 方向の運動方程式は前章の (5.2.8) 式から

$$M_s \ddot{x}_s + \sum_{r=1}^{m'} \left[G_s^{(r')} \{ (x_s + \gamma_s^{(r')} \theta_s) - (x_{s-1} + \gamma_{s-1}^{(r')} \theta_s) \} \right. \\ \left. - G_{s+1}^{(r')} \{ (x_{s+1} + \gamma_{s+1}^{(r')} \theta_{s+1}) - (x_s + \gamma_s^{(r')} \theta_s) \} \right] = 0$$

(5.3.1)

となる。これより、1層1張間の簡単な架構に対する式として

$$M\ddot{x} + \sum_{r=1}^{2'} G^{(r')} \{ (x + \gamma^{(r')} \theta) \} = 0 \quad (5.3.2)$$

を得る。つまり、われわれは揺れ振動の不安定性が簡単な1層1張間の立体架構においても存在することと示そうとするのである。そこで前章の算例に用いた関係

$$G^{(1)} = G^{(2)} \equiv G, \quad \gamma^{(1)} = -\gamma^{(2)} \quad \gamma^{(1)} \equiv \gamma \quad (5.3.3)$$

を仮定し、そして soft spring type の復元力変曲線として

$$G(\xi) = k\xi - \beta\xi^3, \quad k > 0, \quad \beta > 0 \quad (5.3.4)$$

と与えるならば (5.3.2) 式は

$$M\ddot{x} + a_1 x + a_3 x^3 = 0 \quad (5.3.5)$$

と書き表わされる。ただし

$$a_1 = 2(k - 3\beta\gamma^2\theta^2), \quad a_3 = -2\beta \quad (5.3.6)$$

である。

γ 方向の地動によつて生ずる架構の回転角 θ の小さい間、すなわち (5.3.2) 式が線型弾性領域の間はもちろん $x=0$ であり、非線型領域に入つてからも $x=0$ は (5.3.5) 式の一つの解であるから、 $x=0$ なる架構の状態があり得ても差支えはない。たゞ $x=0$ の状態が安定か不安定かということが実際には x 方向の変位を生ぜしめるか否かに関係するのである。ところで x がまだあまり発展しない微小範囲について考えて見ると、その場合の釣合方程式は慣性項と x^3 の項が無視されるので

$$a_1 x = 0 \quad (5.3.7)$$

であるが、すでに $x=0$ であるから (5.3.7) 式で

$$a_1 = 0 \quad (5.3.8)$$

ではければならない。ゆえに (5.3.6) と (5.3.8) から critical な回転角 θ として

$$\theta_{crit.} = \pm \sqrt{\frac{t_c}{3\beta\gamma^2}} \quad (5.3.9)$$

を得る。すなわち $\theta_{crit.}$ は架構の復元力の非線型性が大いほど小さく、そして架構の端面と重心との距離 γ に逆比例することが示される。(5.3.9) 式で与えられる θ が critical 値としてつとつ意味はつぎの topological 考察によつて明らかにされるであろう。すなわち (5.3.5) 式で $dx/dt = v$ とおいて独立変数と変換すれば

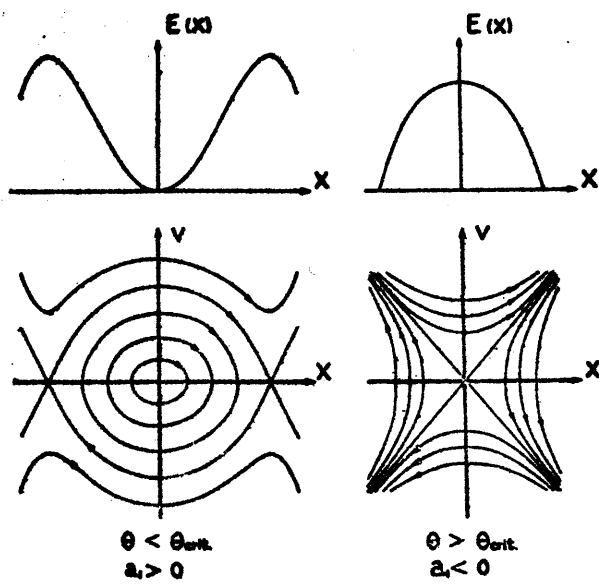
$$\frac{dv}{dx} = -\frac{1}{M} \frac{a_1 x + a_2 x^3}{v} \quad (5.3.10)$$

のごとく 1 階の常微分方程式となるが、この式の安定性は右辺の係数 a_i の中に θ が重要な parameter として含まれているために、 a_i のつとつ符号によつて支配されることになる。これを明らかにするためには Poincaré - Liapounoff の定理 (5.11), (5.12) を用いると便利である。この定理によれば (5.3.10) 式の安定性は

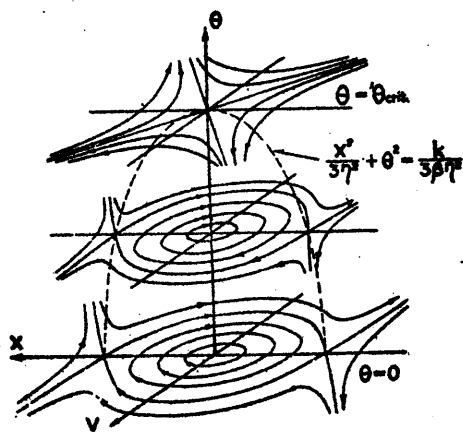
$$\frac{dv}{dx} = -\frac{1}{M} \frac{a_1 x}{v} \quad (5.3.11)$$

の安定性と phase-plane 上で吟味することと同等によつて、しにがつて phase plane 上の架構の釣合位置 $(0,0)$ は $a_1 > 0$ ならば voltex point, (center) (安定) であり、 $a_1 < 0$ ならば saddle point (不安定) なる特異点であることが直ちに知れる。このことは、もし $a_1 > 0$ ならば架構は釣合位置の近傍で安定な微小振動を行はうのみであり、また逆に $a_1 < 0$ ならば、ごく僅かの disturbance によつても架構は釣合位置から大きく離れようとする不安定性を示すのである。よつて (5.3.5) と (5.3.9) の両式から $\theta < \theta_{crit.}$ ならば架構は双方側へ安定な振動を行ない得るし、 $\theta > \theta_{crit.}$ ならば不安定になるということができる。この二つの場合の Phase Trajectory は第 5.3.1 図に示されるが、 $\theta < \theta_{crit.}$ なる場合には、原点 $(0,0)$ が voltex point になる以上、原点の他に他の二つの特異点が存在し、その位相面座標位置は (5.3.5) および (5.3.9) 式から

$$\begin{aligned} x &= \pm \sqrt{\frac{(-a_1)}{a_2}} = \pm \sqrt{(t_c - 3\beta\gamma^2\theta^2)/\beta} \\ &= \pm \sqrt{3\gamma^2(\theta_{crit.}^2 - \theta^2)} \end{aligned} \quad (5.3.12)$$



第 5.3.1 图



第 5.3.2 图

で表わされる。架構の回転角 θ が時間とともに変動すればこの (5.3.12) 式で与えられる原典以外の二つの釣合位置も刻々と移り変わることが考えられる。そして $\theta > \theta_{crit.}$ の場合には (5.3.12) 式は imaginary となつて、原典以外に特異点はないことがわかる。

このように θ の変動に伴はう phase trajectory が図 5.3.2 図に示される。

これらの事情をさらに明らかにする目的で、まず $a_1 > 0$ すなわち $\theta < \theta_{crit.}$ なることについて調べるならば、(5.3.12) 式は常に real であることが知れるから、この場合には原典以外の特異点の存在が認められる。そこで $\theta < \theta_{crit.}$ なる場合に認められる原典以外の特異点の一つに座標を移して、その点の持つ性格を明らかにしよう。いま問題の特異点の一つ $(+\sqrt{(-a_1)/a_3}, 0)$ について考えると、座標変換による新しい座標を σ とすれば

$$\sigma = x - \sqrt{\frac{(-a_1)}{a_3}} \quad (5.3.13)$$

なる関数を用いて (5.3.10) 式を書き換えると

$$\frac{d\sigma}{d\sigma} = \frac{1}{M} \frac{2a_1\sigma - 3a_3\sqrt{(-a_1)/a_3} \cdot \sigma^2 - a_3\sigma^3}{\sigma} \quad (5.3.14)$$

となる。この式に前と同じく Poincaré - Liapounoff の定理を適用すれば (5.3.14) 式の特異点は

$$\frac{d\sigma}{d\sigma} = \frac{1}{M} \cdot \frac{2a_1\sigma}{\sigma} \quad (5.3.15)$$

なる式で表わされる特異点とその性質を均しくする筈である。ここで明らかに

$$2a_1 > 0 \quad (5.3.16)$$

であるから、原典 $(0, 0)$ 以外の二つの特異点 $x = \pm\sqrt{(-a_1)/a_3}$ は saddle point として振動現象の安定、不安定領域の分水嶺を構成する separatrix 上の点であることが直ちに知れる。そしてこれら二つの saddle point 特異点は (5.3.12) 式および図 5.3.2 図より明らかのように架構の振れ角 θ が増大するにつれて、座標位置を示す x の絶対値が減少して行き、 θ が臨界振れ角 $\theta_{crit.}$ に達すると zero となるような特性を具えたものであることがわかる。さらに $\theta > \theta_{crit.}$ となればこれら三つの特異点 (原典と二つの saddle point) は 1 点 $x = 0$ に集中し、結局 $x = 0$ なる原典のみが不安定なる一つの特異

点 (saddle point) となつて安定領域は消失するのである。すなわち架構はもはや如何なる安定位置をももつことがなく、極めて不安定な位置に追いやられるのである。才 5.3.2 図は (5.3.12) 式からも明らかなように $\theta < \theta_{crit}$ なる場合に θ の増大に伴ない、二つの不安定なる位置が変化する様子を phase trajectories を配して phase space に示したものであることに注意されたい。

5.3.3 構造物非線型振れ振動の不安定領域と示す Energy 曲線

前節に示した構造物の非線型振れ振動における不安定現象とさらに数理的に示すために、この振動系の energy 曲線を利用しよう (5.13)。すなわち前節の (5.3.2) 式は (5.3.3) 式および $2\theta = u$ とかくことによつて

$$M\ddot{x} + G\{(x+u)\} + G\{(x-u)\} = 0 \quad (5.3.17)$$

と書かれるが、この式中の u とおなじも一つの parameter と考えて、変数 x に関して式の積分を行はうと

$$M\frac{\dot{x}^2}{2} + \int G\{(x+u)\} dx + \int G\{(x-u)\} dx = h \quad (5.3.18)$$

なる関係式が得られる。こゝに積分常数 h は床版重心の x 方向の運動の total energy を表わし、(5.3.18) 式左辺の才 1 項および才 2 項と才 3 項との和はそれぞれ床版重心の x 方向の kinetic energy ならびに構面に蓄えられる potential energy と等す。

こゝで u は x に対してではなく、 x の動きによつて与えられるので変位 x における potential energy は

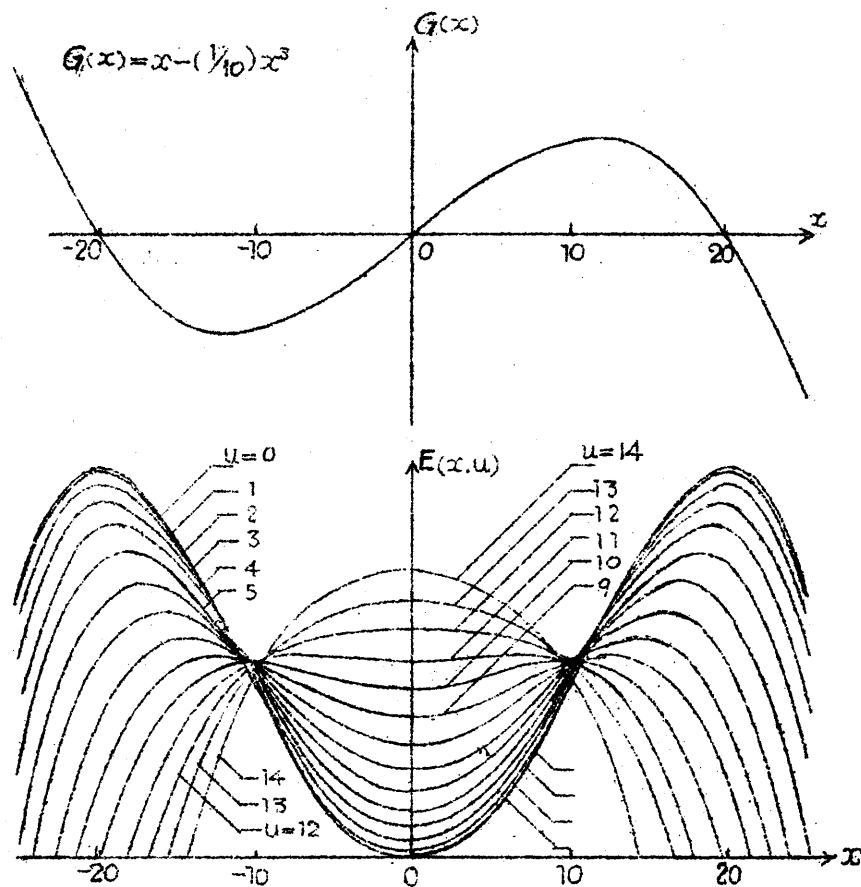
$$E(x, u) = \int_0^x G\{(x+u)\} dx + \int_0^x G\{(x-u)\} dx = H \quad (5.3.19)$$

で与えられ、(5.3.19) 式の右辺はかゝる x と u とによつて定義された一つの曲面を形成するものと考えることが出来る。ゆえに u と x の値の任意の組合せ (x, u) に対応する曲線上の一点における接平面の勾配は

$$\frac{\partial E(x, u)}{\partial x} \quad \text{および} \quad \frac{\partial E(x, u)}{\partial u}$$

で与えられるから、偏導関数と同じ意味において (5.3.19) 式でたとえば u を const. と考えた (すなわち u と一種の parameter と見做した) 場合の変数 x の変化に対応する ene-

ogy 曲線群 $E(x)$ を画くことが可能である。すなわち関数 $G\{x+u\}$ および $G\{x-u\}$ において u を一定として、各々を x で積分し、その結果を加え合わせると、 u のある一定の値に対する energy 曲線 $E(x)$ が求められるのである。この場合の復元力関数 G は別に前節で取扱ったような変位の 3 次曲線と表わされるものでなく、もつと複雑な場合の特性を代表するものでもよく、さらには復元力-変位曲線が hysteresis を描くものであっても差し支えない。



第 5.3.3 図

第 5.3.3 図は $G(x) = kx - \beta x^3$, ($k=1$, $\beta=1/10$) なる復元力特性に対して画いた energy 曲線群であつて、図は $G(x)$ の曲線と比較して示される。この図においてたとえば $u=0$ なる energy 曲線は $x=0$ で concave (上に凹) であつて、これは床板重心の釣合位置 $x=0$ において微少の disturbance が与えられて平つもの energy level をあれだけ上昇せしめたとしても、その結果は $x=0$ を中心とする微少振動が誘発されるだけ

であつて振動系の挙動は安定であることを意味するが、 μ の値が大きくなると $x=0$ の近傍における energy 曲線の勾配は漸次 zero に近づき $x=0$ からかなり距にづいた處に至るまで曲線は水平に近くなる。さらに μ の値が大きくなると曲線は $x=0$ において convex (上に凸) になつてしまう。 $x=0$ において曲線が concave から convex に変わるとその μ の値が $\theta_{crit.}$ のそれに対応する。そしてこの μ の値を境として $x=0$ なる特異点は center ではなくなり saddle point へと変化するのである。

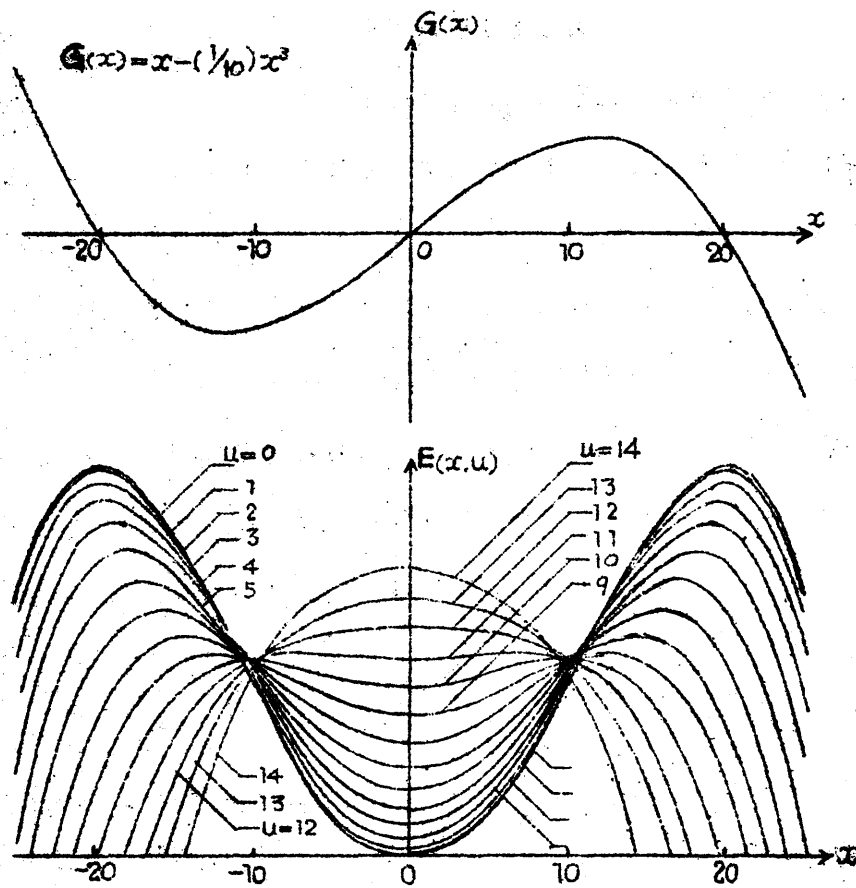
(5.3.12) 式の $x = \pm \sqrt{(k - 3\beta\gamma^2\theta^2)/\beta}$ なる特異点は第 5.3.3 図の energy 曲線でいえば上に凸 (convex) なる部分、すなわち $E(x)$ の値を極大ならしめる x に対応するものである。 μ が zero から段々と大きくなるにつれて energy 曲線の maximum (極大値) の處は段々 $x=0$ に近づくことは第 5.3.3 図から容易にわかるが、 $\theta < \theta_{crit.}$ なる場合には存在する $x=0$ 以外の二つの特異点は架構の復元力特性 $q(x)$ がその peak を超えた以後の部分に対応しており、この部分は実際の構造物の復元力特性とは著しく相違なつてゐるためこれらの特異点はあくまで理論上存在と認められるものと見做してよいであらう。

つぎに架構の復元力特性と

$$\left. \begin{aligned} q(x) &= a \sin bx & -\pi/2 \leq bx \leq \pi/2 \\ &= +a & bx > \pi/2 \\ &= -a & bx < -\pi/2 \end{aligned} \right\} \quad (5.3.20)$$

と仮定して、hysteresis のない場合の振動系の energy 曲線と画けば、第 5.3.4 図のようになる。この場合、 $\mu=0$ なる energy 関数の graph は $x=0$ において concave (上に凹) であつて、前と合標にこれは架構床版の釣合位置 $x=0$ において微小の disturbance が与えられて振動系のもつ energy level を dh だけ上昇せしめたとしても、その結果は $x=0$ を中心とする微小振動が誘発せられるのやで安定であることを意味するが、しかし μ の値が大きくなると $x=0$ の近傍における energy 曲線の勾配は漸次 zero に近づき遂には x からかなり距にづいた處に至るまで曲線は完全に水平になる。第 5.3.4 図の energy 曲線はすべて $\nu=0$ に対して画かれてゐるが、上述の事柄は $x=0$ の近傍においてもまた

$$\frac{\partial F(x, \mu)}{\partial x} = 0 \quad \text{または} \quad F'_x(x, \mu) = 0 \quad (5.3.21)$$



第 5.3.4 図

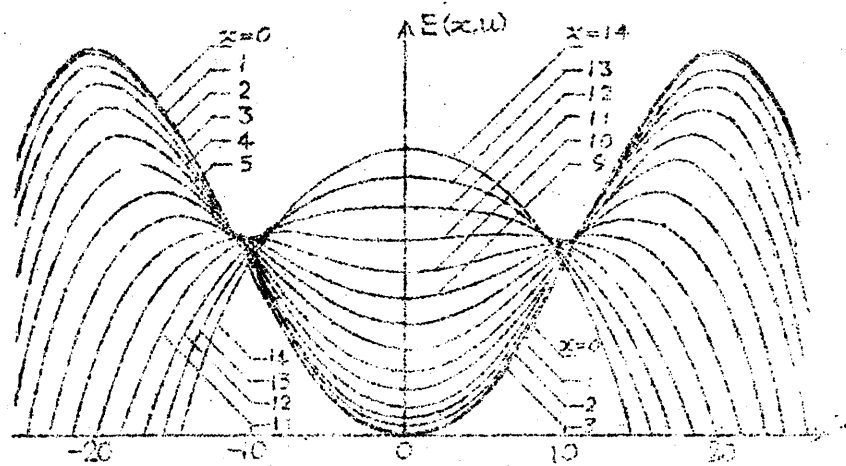
となる部分が新たに出現し、 u について x はたとえ $x \neq 0$ であっても

$$\frac{dV}{dx} = - \frac{F_x(x, u)}{V} \quad (5.3.22)$$

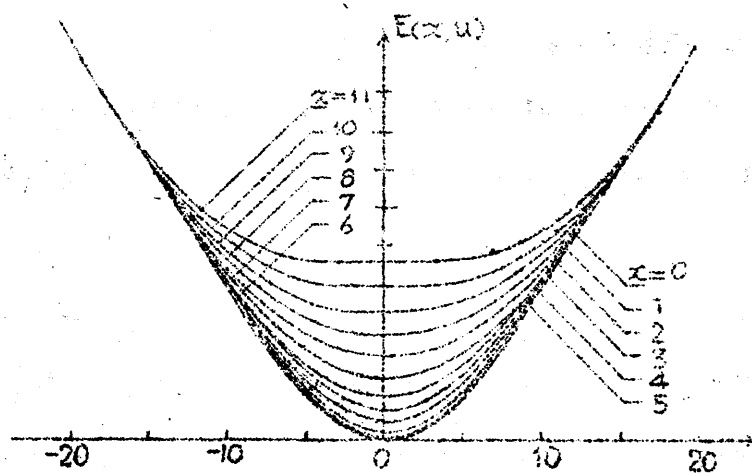
の右辺の値が不定となることを意味する。換言すれば、 u の値如何によつては ($x \neq 0, u=0$) なる点もまた一つの singular point になることを示している。すなわち u が比較的小さい値に留まるときは phase plane 上の singular point はたゞ原点 ($x=0, V=0$) にのみ存在し、しかもその singularity (特異点の性格) は center なる安定性の点であるが、 u の値の増大とともに特異点とははや一変ではなくなり、singular point から singular point 群 (あるいは singular zone, singular line) へと特異性の領域を増大する。同時にいままでの center すなわち安定なる特異点は point から range へと特異部分が増大することに対応して必ずしも center とはいえなくなってくる。このことは phase

plane 上に stable の unstable の全くわからない性格の特異点群が発生しているとい
うことである。しかもこの singular point から singular line への分岐は u の変化
と余り顕著な対応と有しない。

オ 5.3.3 図およびオ 5.3.4 図と書くための計算過程において逆に x を parameter
の u と見做して u の連続的な変化に対応する energy 曲線と書くこともできる。これがオ
5.3.5 図およびオ 5.3.6 図であって 曲線の形状がそれぞれオ 5.3.3 図お



第 5.3.5 図



第 5.3.6 図

よび図 5.3.4 図と全く同様になる。すなわちこれらの図はそれぞれ cubic Type および sinusoidal の soft spring の復元力特性を想定して、(5.3.19) 式において振幅 α と parameter μ と見做して α のそれぞれの値に基づいて回転変位 μ の変化に伴う potential energy の変化を表わしたものである。いまの場合のように復元力の振幅の奇関数として表わされるとともに α の値の増大とともに μ の potential energy は増加し、 α がある critical 値以上になると

$$\frac{\partial F(\alpha, \mu)}{\partial \mu} = 0 \quad (5.3.23)$$

なる部分が増大することをも図 5.3.3 図および図 5.3.4 図の場合と同様に見られる。すなわち、変位 α の値が大きければ僅かの energy (それが disturbance の形として) が系外から加えられても回転変位 μ の値が急激に、しかも著しく増大することが認められるであろう。

筆者らは前にこれらの考察に関連して 1 層 1 張間の立体架構の簡単な模型を製作したことがある (5.13)。この建物模型は前章図 5.2.3 図に示した架構と全く相似の形状を有し、同図の (a), (b), (c) 構面に相当する構面の復元力は X 型筋違によって与えられるものとした。しかもこの筋違には相当多量の pre-tension の力が加えられた。この模型によってわれわれが認めた現象はつぎのようである。一見極めて安定なこの 1 層架構に α 方向あるいは γ 方向の微小変位を与えても、それは振動中心 (架構の釣合位置) の周りの微小振動が生じたに過ぎず、しかもその振動の減衰は非常に大きいもののように認められた。各構面の節点に相当する部分は、この模型では pin joint となるように設計、工作され、そしてここに摩擦抵抗のかなり大きい pivot が取り付けられていたことから、架構の振動の減衰はおもにこの joint 部分における摩擦抵抗によるものと思われた。しかしながら、この模型の床版に 2° 程度の回転変位を与えらる、あるいは α 方向または γ 方向の微小変位とともに床版の回転が生じつづきえられたとき、架構模型は一瞬にしてほとんど倒壊と見做されるごとき状態となつた。

かゝる現象は模型の構面に加えられた筋違の pre-tension stress にも若干関係があるものと思われる。しかうして、pre-tension の量が大きければ大きいほど模型の回転変形に対する不安定の度合いが大きいように思われるのである。つまりこの架構模型では各構面の筋違に、

pretension の力が導入されると、導入後の架構の釣合位置は $x=0$, $y=0$, $\theta=0$ (あるいは $u=0$) なる座標でもって表現されてはいても、この系自体はすでにこの pre-tension の力によつて potential energy level がかなり高められていることを忘れてはならない。この状態はしにがつて第 5.3.5 図および第 5.3.6 図において x が zero ではなくかなり大きな値の energy 曲線 (energy level) に対応しているものと考えなければならぬ。い、換へれば、この架構模型の釣合位置 $u=0$ は導入された pre-tension によつて不安定な状態にまでされているということがいえるであろう。したがつてこの意味からは構面の bracing に無批判に過大な pre-tension を導入することは架構の安定上好ましくないということが指摘される。何となれば過大な pre-tension の導入はいたづらに系の energy level と上昇せしめるのみであるからである。

5.3.4. Energy 曲線の図式計算

前節では構面の復元力を cubic および sinusoidal function と仮定して各々についての energy 曲線と求めにが、一般に構面の復元力 $G(x)$ は上述のような解析関数として表現できない複雑な形のものも多く、数値積分法を用いて energy function を計算することは困難である。さらに復元力特性 hysteresis を画く場合の energy function を求めるときには解析的な方法ではなおさら不可能であるからこの場合には図式積分による方法が用いられる。

この場合でも、 u をあたかも一つの parameter と考えて、 $u = \text{const.}$ として x の変化に対する energy 変化と図式的に求める。(5.3.19) 式から

$$E(x, u) = \int_0^x G\{x+u\} dx + \int_0^x G\{x-u\} dx \quad (5.3.24)$$

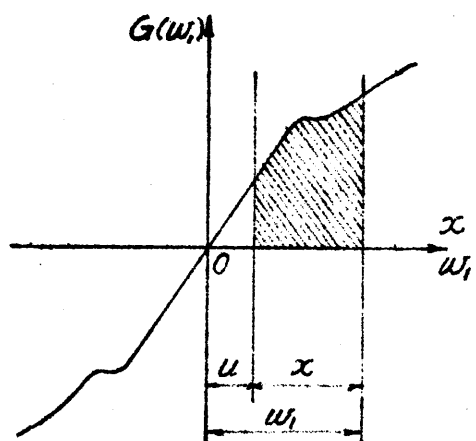
であるから、いま

$$x+u = w_1, \quad x-u = w_2 \quad (5.3.25)$$

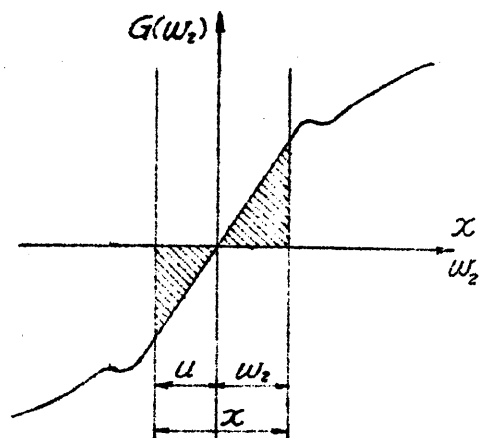
とかけば (5.3.24) 式は

$$E(w_1, w_2) = \int_{+u}^{w_1} G(w_1) dw_1 + \int_{-u}^{w_2} G(w_2) dw_2 \quad (5.3.26)$$

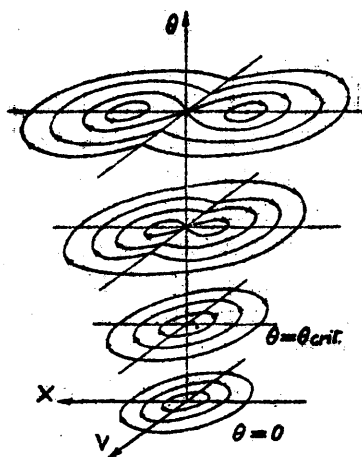
となる。 $G(w_1)$, $G(w_2)$ はそれぞれ第 5.3.7 図および第 5.3.8 図のように考え



第 5.3.7 图



第 5.3.8 图



第 5.3.9 图

ればよい。関数の図式積分に関しては種々の方法が提案されているが(5.14), E. Meissner が考案した方法(5.15) も非常に簡便かつ有用である。

いままでの考察で詳細に示したように, $\Theta > \Theta_{crit.}$ 以降の揺れ振幅に対して架構はいかなる安定位置ともなはず, したがって極めて不安定な現象と呈するものであることをあらかじめ認識しておく必要があるであろう。かゝる不測の事態を防止するためには架構の臨界揺れ角 $\Theta_{crit.}$ を大げんしめるような措置が望ましいが, つぎにたとえば x 方向に hard spring type (たとえば twisted wire などを用いた筋違はこのような力学的特性を有する, (5.16)) の補強が行なわれた場合について考えて見よう。

x 方向の架構面の持つ復元力特性が全面的に hard spring type の復元力特性を有するならば(5.3.4)式において $\beta < 0$ であるとするればよく, この場合は(5.3.9)式からも明らかのように $\Theta_{crit.}$ の real の値は存在せず, したがって不安定現象もまに起り得ないことが明瞭である。

しかしながら, twisted wire に Pretension が与えられない場合にはその効果は架構の振幅の小さいときにより発揮されないため, (5.3.4)式はむしろこの場合に

$$G(\zeta) = k\zeta - (\beta - \alpha\Theta^2)\zeta^3 \quad (5.3.27)$$

$$k > 0, \quad \alpha > 0, \quad \beta > 0 \quad (5.3.28)$$

なる形をとつた方が望ましいといえよう。ここに ζ^3 の係数の項に $\alpha\Theta^2$ を含ましめたのは不安定現象が架構の回転角 Θ の増大に直接関与するからであり, Θ を 2 乗の形で導入したのは単に以下の解析に便ならしめるに過ぎない。よつて(5.3.5)式に対応して

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= 2 \{ k - 3(\beta - \alpha\Theta^2)\gamma^2\Theta^2 \} \\ a_3 &= -2(\beta - \alpha\Theta^2) \end{aligned} \right\} \quad (5.3.29)$$

と書かれ, (5.3.9)式と同様に

$$\left. \begin{aligned} \Theta_{crit.} &= \pm \left\{ \beta(1 - \sqrt{1 - 4\alpha k/3\beta^2\gamma^2})/2\alpha \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &\quad \text{ただし} \quad 0 < 4\alpha k/3\beta^2\gamma^2 \leq 1 \end{aligned} \right\} \quad (5.3.30)$$

と求みられる。この場合も, 位相面の原点 $(0,0)$ は $\Theta < \Theta_{crit.}$ に対して安定であり,

$\theta > \theta_{crit.}$ に対して不安定となることに変わりはないが、たゞ $\theta > \theta_{crit.}$ においては $a_2 < 0$ なる限り原束以外の特異点はないが、 θ の増大につれて $a_2 > 0$, $a_1 < 0$ となり得るので、(5.3.12)式のような意味における新しい二つの釣合位置が存在することになる。そしてその位置は

$$\begin{aligned} x &= \pm \sqrt{(-a_1)/a_2} \\ &= \pm \sqrt{\frac{-[k - 3(\beta - \alpha\theta^2)]\gamma^2\theta^2}{\alpha\theta^2 - \beta}} \end{aligned} \quad (5.3.31)$$

によつて規定され、そしてこれらの位置に座標原束を移行してみると全く同じく(5.3.15)式が成立する。たゞしこの場合には $2a_1 < 0$ であるから、この新しい特異点 $\sigma = 0$, $V = 0$ は center (Vortex point - stable) であることがわかる。したがつて θ が一旦 $\theta_{crit.}$ を超えて不安定になつた架構も二つの別な安定な状態の中の一つに遷移することが明らかに見られるのである。この状態の phase trajectory が図5.3.9図に示されるが、これより twisted wire などによる架構の補強はそれが僅かなものであつてもその効果は著しいことが知られるであらう。

第4章 構造物の規模形状とその揺れ振動との関連

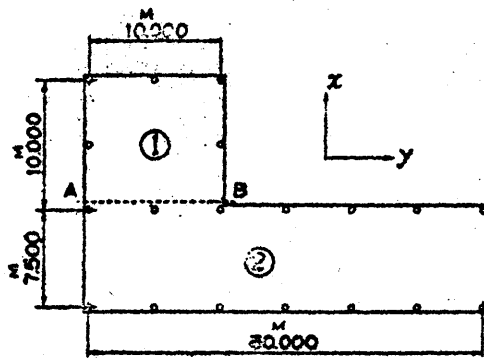
これまでに構造物の非線型挙動について幾つかの考察を加えて来たが、整形平面をもつ建物の非線型揺れ振動において線型揺れ振動では見出されなかつた特有の不安定現象が生ずることと前章にて指摘した。この事實は地震による建物の非線型挙動を追求する上で建物の平面的な振がりについて考察することの不可欠とわれわれに教えるものといえる。すなわち前章、(5.3.9) 式あるいは (5.3.30) 式において

$$\theta_{crit} = \pm \sqrt{\frac{K}{3\beta\eta^2}} \quad (5.3.9)$$

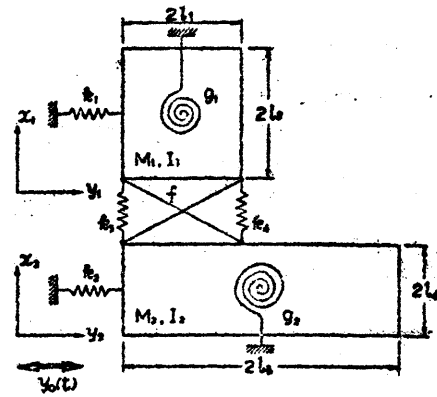
$$\theta_{crit} = \pm \sqrt{\frac{\beta(1-\sqrt{4\alpha k(3\beta\eta^2)})}{2\alpha}} \quad (5.3.30)$$

これらの式の各右辺根号内に含まれる量として架構平面の重心と有効な構面との間の距離 η があることに注目せねばならない。そしてこの η の値はとりも直さず架構の臨界揺れ角 θ_{crit} とたわするものであつて、これらの式からは η の値が大きければ θ_{crit} は小さくなることと示される。したがつてもし架構の復元力特性が相等しければ、そして構面の剛性の不均斉によつて相等しい揺れ moment (torque) が作用する建物では η が大きければ大きいほど容易に臨界揺れ角に到り、架構は不安定(実際の建物については崩壊)になるということと意味している。このことは実際の建築物について構造計画を行なう場合に重要な参考となるべきものであるが、同時にまた、一般の建物の平面が意匠計画上の要求から往々にして不整形平面をもつものも多く、かような平面形をもつ建物がいかに激震をうけ、そしてその変形が非線型領域に入るならば建物 block 相互の振動特性がかなり著ろしい場合には予期せざる破壊を招くであろうことは想像に難くない。過去の構造物の被害記録もまたそれを推測せしめるに十分である。このような状況での一般の建物は好むと好まざるとに拘らず、揺れを伴つた非線型振動挙動を示すもので、本章では一例を挙げて数値的解析を展開し、構造物の規模形状と揺れ振動との関連を調べ、もつて建物の耐震性の究明への一助とする。

いま先 5.4.1 図のごとき平面を有する1層構造物が各方向の地動を受けたとき、図示の①②の各 block ではそれらを單獨に分離した際の振動性状が相異なるために、その境界部



第 5.4.1 図



第 5.4.2 図

分 AB の天井床版内（天井床版と以下單に床版という）には相当大きな直応力とせん断力が働らくことは容易に想像されよう。そして各 block の振動性状が特に著しく異なれば、それらの境界およびその附近で生ずる床版面内の変形は容易に弾性限界を超え、床版面内の変形が無視し得なくなつて以後の構造物の振動挙動は非常に複雑になることも予想される。この挙動を解析するため、われわれはこの構造物を第 5.4.2 図 に示すように抽象する、(5.17)。

すなわち床版の塑性変形は概ね境界部分 AB に集中することが予想されるから、境界からかばり離れた部分の各点における床版の弾性変形は無視し、各 block の境界における変形のみを考慮して、こゝにせん断力 f と境界面に垂直に働く力 k_3, c_3 の 3 個の復元力を想定する。

そしてこれらはいずれも elasto-plastic な力学的性質と有するものとする。これに就いて柱の水平変形に基づく復元力は一応 ideal-elastic と考える。建物は y 方向の地動 $y_0(t)$ のみによつて

各 block 重心の y 方向変位 y_1, y_2 (第 5.4.2 図中の矢印の向きと正)

その重心周りの回転 θ_1, θ_2 (反時計廻りと正とする)

を生じたとすると、 x 方向の変位を省略して運動方程式

$$M_1 \ddot{y}_1 + k_1 y_1 + F \{ (y_1 + l_2 \theta_1) - (y_2 - l_2 \theta_2) \} = -M_1 \ddot{y}_0 \quad (5.4.1a)$$

$$M_2 \ddot{y}_2 + k_2 y_2 - F \{ (y_2 + l_2 \theta_1) - (y_1 - l_2 \theta_2) \} = -M_2 \ddot{y}_0 \quad (5.4.1b)$$

$$I_1 \ddot{\theta}_1 + g_1 \theta_1 + l_1 k_3 (l_1 \theta_1 - l_2 \theta_2) + l_1 k_4 \{ l_1 \theta_1 - (l_2 - 2l_1) \theta_2 \} + l_2 F \{ (y_1 + l_2 \theta_1) - (y_2 - l_2 \theta_2) \} = 0 \quad (5.4.1c)$$

$$I_2 \ddot{\theta}_2 + g_2 \theta_2 - l_2 k_3 (l_1 \theta_1 - l_2 \theta_2) + (l_2 - 2l_1) k_4 \{ l_1 \theta_1 - (l_2 - 2l_1) \theta_2 \} + l_2 F \{ (y_1 + l_2 \theta_1) - (y_2 - l_2 \theta_2) \} = 0 \quad (5.4.1d)$$

が得られる。こゝに M_1, M_2 は各 block 床版の質量, I_1, I_2 は床版重心廻りの慣性 moment, k_1, k_2 かよび g_1, g_2 はそれぞれ y 方向の並進かよび床版重心周りの回転のばね常数であつて, F は二つの block の境界面に生ずるせん断力を抽象しに一つのばね f の復元力特性関数である。復元力 k_1 と k_2 の弾塑性性状が相等しいと考えられるから, (5.4.1c), (5.4.1d) 式にそれぞれ l_2, l_4 を乗じて $l_2 \theta_1 = Z_1, l_4 \theta_2 = Z_2$ とおけば, これらの式は

$$\frac{I_1}{l_2^2} \ddot{Z}_1 + \frac{g_1}{l_2^2} Z_1 + a k_1 \{ a Z_1 - b Z_2 \} + c d k_1 \{ a Z_1 - c Z_2 \} + F \{ y_1 - y_2 + Z_1 + Z_2 \} = 0 \quad (5.4.2c)$$

$$\frac{I_2}{l_4^2} \ddot{Z}_2 + \frac{g_2}{l_4^2} Z_2 - b k_1 \{ a Z_1 - b Z_2 \} + c k_1 \{ a Z_1 - c Z_2 \} + F \{ y_1 - y_2 + Z_1 + Z_2 \} = 0 \quad (5.4.2d)$$

となる。こゝに $a = l_1/l_2, b = l_3/l_4, c = (l_3 - 2l_1)/l_4, d = l_4/l_2$ である。したがつて, いま

$$\frac{k_1}{M_1} = \omega_1^2, \quad \frac{k_2}{M_2} = \omega_2^2, \quad \frac{g_1}{I_1} = \omega_3^2, \quad \frac{g_2}{I_2} = \omega_4^2 \quad (5.4.3)$$

とおけば,

$$I_1 = \frac{M_1(l_1^2 + l_2^2)}{3}, \quad I_2 = \frac{M_2(l_3^2 + l_4^2)}{3} \quad (5.4.4)$$

であるから運動方程式はつぎのように書き表わされる。

$$\ddot{y}_1 + \omega_1^2 y_1 = -\ddot{y}_0 - \left(\frac{1}{M_1}\right) F \{ y_1 - y_2 + Z_1 + Z_2 \} \quad (5.4.5a)$$

$$\ddot{y}_2 + \omega_2^2 y_2 = -\ddot{y}_0 + \left(\frac{1}{M_2}\right) F \{ y_1 - y_2 + Z_1 + Z_2 \} \quad (5.4.5b)$$

$$\ddot{Z}_1 + \omega_3^2 Z_1 = -\frac{3}{M_1(1+a^2)} [a k_1 \{ a Z_1 - b Z_2 \} + c d k_1 \{ a Z_1 - c Z_2 \} + F \{ y_1 - y_2 + Z_1 + Z_2 \}] \quad (5.4.5c)$$

$$\ddot{Z}_2 + \omega_4^2 Z_2 = -\frac{3}{M_2(1+b^2)} [-b k_1 \{ a Z_1 - b Z_2 \} + c k_1 \{ a Z_1 - c Z_2 \} + F \{ y_1 - y_2 + Z_1 + Z_2 \}] \quad (5.4.5d)$$

さて構造物に地動変位 $y_0(t)$ が与えられると各 block は (5.4.5) 式に従つて, y 方向の並進と床版の回転が連成した動きをなす。この非線型連立微分方程式 (5.4.5) の解を求めるためにこゝでは差分法 (difference formulae) にまつ。この方法では独

五変数である時間 t の間隔を微小区間 $\Delta t = h$ (sec) に区切って、この区間について (5.4.5)

式の慣性項たとえば \ddot{y}_1 と

$$\ddot{y}_1 = \frac{d^2 y_1}{dt^2} \approx \frac{y_1(t+h) - 2y_1(t) + y_1(t-h)}{h^2} \quad (5.4.6)$$

と書くことになる。いま $t = rh$ とすれば $y_1(t) = y_1(rh) = y_1^{(r)}$ と書き表わされる

から (5.4.6) 式は

$$\ddot{y}_1^{(r)} \approx (1/h^2) (y_1^{(r+1)} - 2y_1^{(r)} + y_1^{(r-1)}) \quad (5.4.7)$$

とも書くことができる。よって時刻 $t = rh$ における各復元力と

$$\left. \begin{aligned} F \{y_1 - y_2 + z_1 + z_2\}_{t=rh} &= F^{(r)} \\ k_s \{az_1 - bz_2\}_{t=rh} &= k_s^{(r)}, \quad k_c \{az_1 - cz_2\}_{t=rh} = k_c^{(r)} \end{aligned} \right\} (5.4.8)$$

とかけば 運動方程式 (5.4.5) は

$$y_1^{(r+1)} = C_1 y_1^{(r)} - y_1^{(r-1)} - \ddot{y}_2^{(r)} - (1/M_1) F^{(r)} \quad (5.4.9a)$$

$$y_2^{(r+1)} = C_2 y_2^{(r)} - y_2^{(r-1)} - \ddot{y}_1^{(r)} - (1/M_2) F^{(r)} \quad (5.4.9b)$$

$$z_1^{(r+1)} = C_3 z_1^{(r)} - z_1^{(r-1)} - \frac{3}{M_1(1+a^2)} (ak_s^{(r)} + ck_c^{(r)} + F^{(r)}) \quad (5.4.9c)$$

$$z_2^{(r+1)} = C_4 z_2^{(r)} - z_2^{(r-1)} - \frac{3}{M_2(1+b^2)} (-bk_s^{(r)} + ck_c^{(r)} + F^{(r)}) \quad (5.4.9d)$$

となる。ここに $C_i = 2 - \omega_i^2 h^2$ ($i = 1, 2, 3, 4$) である。

(5.4.9) 式によつて構造物の規模、形状、復元力の特性および地動変位が与えられると

構造物の初期条件 ($y_1 = y_2 = z_1 = z_2 = 0$, $\dot{y}_1 = \dot{y}_2 = \dot{z}_1 = \dot{z}_2 = 0$; $t = 0$) は

$y_1^{(-1)}$, $y_1^{(0)}$ などを zero としてよいことを示すから、これと (5.4.9) 式に代入して

$y_1^{(1)}$ 以後の各変位を step-by-step に計算して行くことができるのである。

いま第 5.4.1 図に示した 1 層構造物が y 方向に周期 0.8 sec, 加速度 $0.3g = 326 \text{ cm/sec}^2$ の矩形加速度波を 1 cycle だけ受けた場合の解を求めて見よう。構造物の階高を 4 m, 柱は直径 30 cm の鉄筋 concrete 造内柱とする。各 block の床版 (厚さ 10 cm) にかかる荷重 (固定荷重 + 積載荷重) をそれぞれ

$$\text{Block ①: } 400 \text{ kg/m}^2, \quad \text{Block ②: } 200 \text{ kg/m}^2$$

とすると、この構造物のしつ諸量は表 5.1 表に示されるようになる。しにがて構造物各 block の y 方向並進および各重心周りの回轉振動の固有円振動数 ω あるいは固有周期 T は (5.4.3) 式から求められ、それらの値が表 5.2 表に一括して記される。

こいでわれわれが想定した床版面内の三つの力 F , および k_3 , k_4 についてはそれらの非線型復元力特性 F , k_3 , k_4 を elasto-plastic なものと仮定すると、これらは各復元力-変位曲線の初期勾配と終局強度との二つの値とを与えることにより特性づけることができるから、いま床版と厚さ 10 cm の鉄筋 concrete slab (鉄筋比 0.5%) と仮定すると、上記の二つの量は坪井善勝博士と高井政英氏の実験的研究 (5.18), (5.19) から表 5.3 表のごとくに求められる。

表 5.1

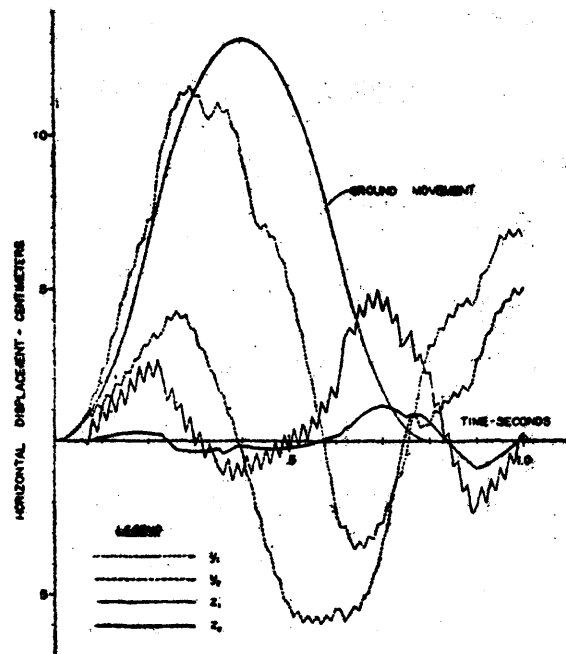
M_1	39.20	$\text{kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{cm}$
M_2	44.10	
I_1	-6.53×10^6	$\text{kg} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{cm}$
I_2	35.15×10^6	
K_1	3.13×10^3	kg / cm
K_2	5.48×10^3	
g_1	1.17×10^9	$\text{kg} \cdot \text{cm} / \text{rad}$
g_2	6.28×10^9	

表 5.2

ω_1	8.93 /sec
ω_2	11.15 /sec
ω_3	13.41 /sec
ω_4	13.35 /sec
T_1	0.703 sec
T_2	0.568 sec
T_3	0.468
T_4	0.470

表 5.3

	初期剛性	終局強度
F	$8.15 \times 10^5 \text{ kg/cm}$	$2.00 \times 10^5 \text{ kg}$
k_3	$3.57 \times 10^5 \text{ kg/cm}$	$0.66 \times 10^5 \text{ kg}$



第 5.4.3 図

われわれはこれらの数値を用いて振動解を求め、その結果を第 5.4.3 図に示した。差分法による微分の time interval は 1 自由度系の場合にはその固有振動周期の $1/20$ 以下に採れば計算の誤差は少ないといわれているが、この例題では多自由度の振動系を取り扱うことになるのでわれわれは $\Delta t = 0.01 \text{ sec}$ にとつた。これは第 5.2 表に示した架構各 block の最短固有振動周期 T_1 の約 $1/50$ である。しかしながら座標の数(すなわち未知数の数、自由度)が増すと Δt も小さく採つても計算誤差は増大することは明らかである。第 5.4.3 図に得られた response には、とくに Z_1 の挙動には、明らかに誤差に基づく乱形波の混入が見られる。線型差分方程式の解における誤差や stability の問題はすでに明らかにされたものが多く、また新しい問題についてもそれらの評価は可能であるが、厳正解の得られない一般の非線型微分方程式に差分法と適用する際の誤差の評価にはほとんど未開拓の問題が残されている(5.20)。第 VI 編で述べる digital computer はこの種の振動解析に用いられるべき極めて有力な武器であるが、この computer による演算は振動問題では当然何らかの形式の数値積分を行はうことを必要とする。非線型微分方程式にこそ、かゝる意味で差分法の活用が望ましいわれわれの問題にあつては、その近似化に伴う誤差の評価といった面において今後の研究の必要性が痛感されるのである。

第5章 結 論

棚橋博士が建築架構の揺れ振動について一般の注意を喚起せられて以来、通常の立体的な構造物の振動には多かれ少なかれ揺れ振動が伴うものであることが現在では常識化され、諸家の振動実験報告もまた常にその存在と裏書きする項目を加えたいものは稀となつてきている。それと同時に剛性や質量の偏在を避けることのできない通常の建物にあつては、およそ揺れ現象発生予測を行なうことがさほど困難ではなくなつてゐる(5, 21)。そしてまた、揺れ振動を防止するためにはその根源であるところの架構の剛性や質量の偏在をなるべく取り除き、均質化することが最も基本的な事柄であることもごく常識的に判断の中へ取り入れられるようになつてきているのである。

このことと具体的にいえば、剛性の偏在を取り除くことは架構構面の壁や筋違の配置の問題に帰着し、そして質量の偏在は載荷重の配置計画に関与する結果となるであろう。したがつて構造物の揺れ振動の防止に関する実際的な検討はその建物の部分に対する個々の耐震的な配慮におけるよりもむしろ建築全体としての構造との結び付きと、そして全体的な広汎な視野における構造計画の考慮が不可欠であることを知らしめるのである。そしてまた建築物がその塑性性能までとも考慮し、極限状態を前提において設計されようと否とに関わりなく、もしもわれわれが予期し、あるいは覚悟せねばならない高い intensity level の大地震に遭遇すれば、実際の構造物の大半はほとんど無瑕ではいられないであろうということによつて、耐震的な構造計画は好むと好まざるに拘らず塑性領域にまで拡張して配慮されねばならないものと思われる。

しかしながら、いくら周到なる構造計画と背景としても、現実には極めて単純な建物以外は剛性や質量の分布を全く均質化せしめることは困難な場合が多いであろう。かくして塑性領域までを対象とした構造物の非線型揺れ振動の追求が構造計画上の問題に関連して等閑に付し得ないものであることもわれわれは再認識せざるを得ないのである。

ところが同じく構造物の非線型振動問題を扱うにしても、揺れ振動の場合には解析が著しく複雑かつ困難なものであることはすでに前の各稿に展開された非線型振動解析の説明からも暗示されるところであり、R. S. Ayre 教授も同様な見解を述べている。(5, 22) もちろん、本稿の前章の取り扱いが何よりも明瞭にそれと裏書きするものであろう。

したがって、単純化され抽象化された例題に関する解析結果から軽々しく全般を論ずることはわれわれの深く悔まなければならないことであるけれども、この種の解析が筆者ら以外に手づかけられていない現状(5.23), そしてまた単純に抽象化された例題とはいえども、たゞ無定見に単純化されたものでない以上、前記のわれわれの解析結果から見出し得た定性的な見解を述べて置くことは是非必要と考えられる。

さて本編のオ2章に呈示した解析結果はオ5.2.7 図およびオ5.2.8 図に要約されるが、これらの結果から直ちに認められることは、そこに想定された地震波によつては架構の瞬時的な変形量にあまり著しい差異が見られないということである。この場合の地震波のもつ地動平均速度は大きく、架構の固有振動周期 $T_R, T_S, 1T_{y0}$ に resonate する3種の地震波はいずれも架構の振動の最初の 1 cycle の間に、すなわちその forced vibration era の間に復元力を塑性領域に到達せしめてしまう。しかし3種の response と詳細に観察すれば、図に示された全挙動を通じて、 T_R なる周期をもつ地動を受けた場合の架構の振幅は最も小さく、つぎに $1T_{y0}$ が、そして T_S の周期の地動によつて架構の振幅は最も大きくなることが知られよう。これらの図では(5.2.21)式に示した架構の固有周期の一つ $2T_{y0}$ に同調する地震波が作用する場合は省略したが、それはこの場合の架構の変形量は著しく小さく、その程度は他の3種の地震波の作用による場合と比較して図示し得る大きさではなかつたからである。しかしこの場合 $2T_{y0}$ なる周期の地震波の作用が終つた後(residual vibration era)では架構の振動は $2T_{y0}$ なる周期から $1T_{y0}$ の周期の振動へと移行する傾向が観察されたことを付け加えておく必要がある。すなわち $2T_{y0}$ 周期で行かう高次振動は高い energy level の振動であつて、ためにその振幅は小さくても振動の継続には多量の energy の供給が必要とするが、もし外部からの energy の供給が中止されれば、振動はより安定な $1T_{y0}$ と周期とするものに移行するものと考えられるのである。架構の三つの異なる固有振動周期 T_R, T_S , および $1T_{y0}$ にそれぞれ等しい周期をもつ地震波と作用せしめた場合、架構の挙動振幅に甚だしい差異の見られなかつた主な理由は、地震波の作用が1 cycle の短いものであつたことと、 $T_R, T_S, 1T_{y0}$ がいずれも架構の弾型弾性領域内の固有周期を示すものであることが考えられるが、架構が非弾型塑性領域に変形が及ぶこの場合においては同調(resonate)するということごく初期的な段階に留まるにすぎず、架

構の振動周期の伸び、内部 energy の吸収、逸散など非線型振動特有の現象のために線型理論で予想されるような大きな差異が現われないのである。こゝにおいても、複雑な地震波が架構のしついずれの弾性固有周期に同調し易いかは確実に予想されないとしても、その架構のもつ ductility が大であれば耐震安全性が充ち得られるであろうことは想像に難くない。

オ 5・2・7 図とオ 5・2・8 図とを比較すれば、オ 5・2・6 図 (A) に示されたような復元力特性をもつ架構の方がオ 5・2・6 図 (B) の復元力特性をもつ架構よりも振幅が小さいことがわかる。これは (B) の特性をもつ建築架構は塑性変形によつていわゆるガタが生ずることと意味し、そしてこのガタは何ら復元力を contribute することはないからであつて、このため、振動の /cycle 当りに吸収逸散される energy 量もまた少いことに起因する。したがつて建築架構は monolithic な (A) の特性をもつ場合は地震時の振幅が大きくならないという点で望ましいが、composite structure のように (B) の特性を具えるものであつても、それが破壊するに許容し得る変形量が大きければやはり耐震的にはあるものでないといえよう。架構の耐震安全性は結局架構のもつ ductility の度合によつて左右されるものであつて、問題は構造材料と、その結合法の選定によつてどこまで許容変位と採り得るかということにかゝるのである。

つぎにオ 3 章に指摘した不安定現象の存在は非線型塑性領域にまで拡張されたときの構造物の捩れ振動と考察するに當つて、最も重要な問題であるといふ得るであろう。振動中の架構の捩れ角がある特定の値 θ_{crit} を超えるとその構造物は地震波の作用方向と直角の方向に不安定となるのであるが、建築物の耐震設計に當つてはこの点に十分な注意を拂ふことが肝要である。もちろん、実際の建築物の構造計画においては建物の一つの方角のみしか検討されないということはないから、不安定現象を呈する方向に対しても架構は無防備ではない。したがつて、そこに、捩れを伴う非線型領域の振動に対する検討が加えられ、あるいはこのような不安定現象に対して注意を拂ふことに一般の関心が集中されるならば、このような現象に対する防禦はそれほど困難ではない。前述の計算が示すように、たとえば建物の剛性が hard spring type の復元力をもつもので代表されるならば不安定現象に伴う振幅の増大を比較的容易に防ぎ得ると思われる。そして、この現象のもつ意義を過々に評価することは最も危険であることは此處で改めて指摘しておかなければならぬであろう。

最後に、オ4章の解析結果はオ5.4.3 図に示されているがオ5.4.1 図に引いた二つの block 部分の境界線 AB に降伏が生ずるものとしているので、並進の動きの振幅 y に比べて揺れ振幅と質量 Z の値が小さくなっている。これはもしも block ①, ② の境界 AB に降伏が起らないとするならば、 Z の値はもっと大きくなる筈である。elasto-plastic な非線型特性はこのような連成振動の場合には相互の block が energy の交換を行ない、地震波による energy の注入によつて増大して行くような過程をとらないで plasticity による energy の吸収が建物内部の運動 energy の移行をも妨げる結果、建物全体としての挙動は周期が長く、加速度が小さくなるように緩和されてくる。また block 相互の振動特性が線型塑性領域でかなりの差異がある場合でも block 相互の連成によつて、架構の変形が塑性領域に入ればその差異が縮められる傾向をもつのである。たゞし、それは境界 AB 部分の特性が粘性的な靱性をもつことや、各部分の剛性があるまでも靱性的性質を保ち続けるということと前提としての議論である。さもないときには、block 相互間の特性の差異は徒らに相互と離隔し、單に降伏にとどまらないで建物全体の崩壊を誘致する怖れが多分にあるといえよう。この意味から大きな揺れ変形をもたらしうような剛性、質量の偏在は耐震上本質的に望ましいものではない。

しかし建築構造物は一般に剛性が平面的に均斉であることが少なく、また質量も偏在するので地震時に揺れ変位を生ずることはほとんど不可避であると考えらるべきであろう。とくに剛性は平面的にでき得る限り均斉ならしむべく努めることが必ず必要であるが、この均斉化と弾性範囲内にて考えて、あまり強制し過ぎることは恐らくその建物の構造計画と不可能にしてしまうに違いない。問題の重要はしかし、弾性範囲内にあるのではなくて、むしろ建物の終局状態における剛性の分布が均斉であることに注意する必要があると思われる。この意味から剛架構面の弾性周期 T_e に resonate する地震波と尺度に採ることの方が有利であろう。この場合、もちろん、剛架構とは初期弾性領域時における剛架構であつて、これらの構面の降伏とす期して全体の構造計画となされるべきものである。つまり地震時に剛架構の降伏がまず起らば、それは柔構面のもつ剛性に歩みよる結果、降伏による内部 energy の吸収と相俟つて揺れ振幅は抑制される作用が与えられるからである。このことは材料の塑性による自助作用 (selbsthilfe) あるいは plastische Spannungs Ausgleich として知られている効果と同様なものと見做して差支えないものであろう。

第 V 編 の 文 献

- 5.01) 内藤多仲, 「架構建築耐震構造論」, 早稲田大学出版部 才1版, 大正13年 (1924).
- 5.02) The Special Committee for the Study of the Fukui Earthquake, "The Fukui Earthquake of June 28, 1948", pp. 1-197, 1950.
- 5.03) 棚橋 諒, 「構造物の捩れ振動の問題」, 建築雑誌, 1934年4月.
- 5.04) 武藤 清, 高橋正元, 「建築物の立体振動, 一層建築物の立体振動」, 日本建築学会論文集才21号, 1941年4月.
- 5.05) 武藤 清, 高橋正元, 「一層建築物の立体振動 (その2), (その3)」, 日本建築学会論文集才23号, 1941年12月.
- 5.06) 志賀敏男, 「立体振動の模型実験 (その1), (その2)」, 日本建築学会研究報告才22号, (1953年5月), 才27号 (1954年5月).
- 5.07) 志賀敏男, 「二層建築物の立体振動」, 日本建築学会研究報告才20号, 1952年10月.
- 5.08) Robert S. Ayre, "Experimental Response of An Asymmetric, One-Story Building Model To An Idealized, Transient Ground Motion", Bull. of the Seismological Society of America, Vol. 33, No. 2, pp. 91-119, April 1943.
- 5.09) 小堀 鐸二, 金多 潔, 「構造物の非線型捩れ振動に就いて」, 日本建築学会論文集才51号, pp. 70~76, 昭和30年5月.
- 5.10) 小堀 鐸二, 金多 潔, 「構造物の非線型捩れ振動 (続)」, 日本建築学会論文集才53号, pp. 32~35, 昭和31年6月.
- 5.11) J. J. Stoker, "Nonlinear Vibrations", Interscience Publishers, New York, N. Y., 1950.
- 5.12) Solomon Lefschetz, "Lectures on Differential Equations", Princeton University Press, 1946.

- 5.13) 小坂鐸二, 金多 澤, 「構造物非線型振れ振動の不安定領域と吟味す」, 日本建築学会研究報告第34号(近畿支部), 昭和31年2月.
- 5.14) William E. Milne, "Numerical Solution of Differential Equations", John Wiley & Sons, Inc., New York, N. Y., pp. 1-275, 1953.
- 5.15) E. Meissner, "Graphische Analysis vermittelt des Linienbildes einer Funktion", Schweizerische Bauzeitung, Zürich, 1932.
- 5.16) Takuji Kobori, Kiyoshi Kaneta and Hiroshi Muguruma, "Prestressed Earthquake Resistant Structures", Proc. Symposium on Prestressed Concrete and Composite Beams, 1955.
- 5.17) 小坂鐸二, 金多 澤, 「不整形平面と有する建築物の非線型挙動について」, 日本建築学会研究報告第33号, pp. 209~210, 昭和30年10月.
- 5.18) 坪井善勝, 富井政英, 「鉄筋コンクリート無開口単独壁の剪断抵抗に関する研究」, 日本建築学会論文集第47号, 昭和28年9月.
- 5.19) 坪井善勝, 富井政英, 「鉄筋コンクリート無開口及び有開口単独壁の剪断抵抗に関する研究」, 日本建築学会論文集第49号, 昭和29年9月.
- 5.20) R. D. Richtmyer, "Difference Methods for Initial-Value Problems", Interscience Publishers, Inc., New York, N. Y., 1957.
- 5.21) 棚橋 諒, 「水平力の分布係数と建築物の振れの問題」, 建築と社会, 昭和7年9月.
- 5.22) Robert S. Ayre, "Method for Calculating the Earthquake Response of 'Shear' Buildings", Proc. First World Conference on Earthquake Engineering, Berkeley, California, pp. 13-1-24, June 1956.
- 5.23) Ryo Tanabashi, "Nonlinear Transient Vibration of Structures", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 1223-1238, July 1960.

第Ⅷ編 耐震工学における電子計算機的应用

要 約

第Ⅷ編では耐震工学における電子計算機的应用について触れた。構造物の地震応答と理論的に求める場合には複雑かつ膨大な数値計算と必要とすることが多く、しかも地震応答 spectrum を得るためには、その計算の労はさらに著しいものとなる。とくに非線型の振動系の応答はいかに抽象化と施しても、解析的な式の取扱いは極わめて困難であつて、従来は図解法などが比較的便利の方法として僅かに利用されてきたに過ぎない。しかるに最近の電子計算機の発達には、それを耐震工学に应用することを可能ならしめ、すでにその応用によつて優れた研究成果が挙げられてまつつある現状である。

第Ⅰ章 序 論

構造物の地震応答を求めるために第Ⅷ編で詳述したいろいろな方法を用いる場合、構造物の規模が大きく、形状が複雑になればなるほどそれを抽象する振動系の自由度は増し、構造物の運動方程式は多くの未知数を含むものとなる。また構造物のもつ復元力特性が線型弾性性質と異なる場合には、その解析は非常に複雑となり、極めて単純なる構造物についてすらもその地震応答を求めることは難解になることも前に述べた通りである。特に構造物の非線型過渡振動の模倣をいろいろな角度から考察するためには、ある特定の外力 pattern に対して、振動系の response spectrum を与え求めることが必要となる場合も少なくないが、そのときにも、

線型振動の場合と異なつて、ある一つの振動解を求めることによつて少し条件の異なる他の場合の解を推測することは不可能であるから response spectrum を求めるにも、数多くの case について一つ一つ特別解 (particular solution) を求めなければならぬのである。

このような状況にあつては、われわれが非線型の復元力特性をもつ構造物の地震応答の概要を知るために、非常に多数の解を求めること、そしてその一つの解を求めるために極めて複雑な計算を行はなければならぬことが容易に理解されるであらう。そしてそれを従来になつてまつような手段で実行することは、計算者の忍耐と労力がほとんど超人間的なものとなつ

てしまふであらうことも予想されるのである。

かゝる事態に直面して、人々が考えつくことはまず、このような繁雑、かつ超大な計算を優秀な機械に行なわせることによつて、短時間に、しかも正確に目的を達成することはできないかということであらう。このような要求によつて、従来の手動計算機の性能とはるかに上廻る電子計算機の製作が意図され、そして電子工学の急速な発達に伴なつて、実用化され得る計算機が設計され作られて、われわれの夢と実現させることに一歩一歩近づいてきたのであつた。

今日の電子計算機は最初多くの統計的資料を整理する業務をもつに保険会社や、電気・ガスなどの発熱 energy と供給する団体の経営に寄与する部門に使用されたが、以後それが科学計算用に利用されるようになり、耐震工学の分野においても相当広汎に使用されてきつゝあるのである。耐震工学に電子計算機が使用されてからまだ数年と経ていないにもかゝらず、計算機の要価はすでに安く認められ、耐震工学の研究、解析の方法などと変態せしめるほどの影響を与えるに至つてゐる。すなわち、この電気計算機の出現によつて、従来、超大な計算の要するゆゑに平掛けられなかつた問題がづつづつと解決せられ、そして、いままで数理的な証明が不十分とされていた資料や観察が、電子計算機の活用によつて数値的に実証されてきたものもまた少なくないのである。

ここに述べて来た事柄は、今後の耐震工学において、とくに構造物の地震応答を求める目的の諸研究において、電子計算機が主要な解析の武器ないしは手段として不可欠なものとなるであらうことを示し、筆者はこの趨勢を予告してはばかうない。それゆゑに、本稿では特にこの電子計算機の耐震工学への応用について論じ、具体的な活用の方法について若干の考察を試みるのである。

一般に如減乗除を始め各種の計算を機械的に行なわせるための工夫は、人間の歴史とともに始まつたといつても過言ではあるまい。こうした人間の努力は今日各方面の注目と集めてゐる優秀な電気計算機を生み出すに至つたのであるが、電子計算機に限らず一般の計算装置と、取り扱う変数の表現法によつて分類すると表 6.1 表に示すように analog 型 (相似型) と digital 型 (計数型) に大別できよう。前者は変数と連続な物理量 (たとえば長さ、回転角、

電圧、電流など) で表わして、その物理量と満足する物理法則とを利用して、各種の計算を行はせるものであつて、計算尺、planimeter、電子管式 analog computer などはいずれに

展する。また後者、すなわち digital 型計算機は整数その他の数字（通常2進法や10進法が用いられる）で表わして計算するもので、その答は数で得られ、不連続的である。算盤、手廻し計算機、自動電子計算機（automatic computer）などは後者の例である。

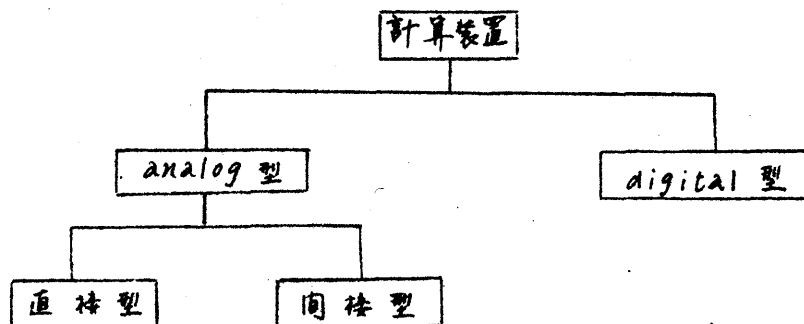


表 6.1

Analog computer には直接型と間接型とがある。直接型は与えられた物理系に相似性を利用して適当な変換を行ない、これと等価な model（多くの場合電気的な model）を作り、それによつて原系の性質を調べるものである（6.01）、（6.02）。電力回路で盛に利用されている交流計算盤もその代表的なものに数えられる。間接型に属する最も重要な計算機は微分解析機であつて、これは微分方程式を計算の対象にするもので、その微分方程式が機械振動に対するものであつても、電気回路に属するものであつても、何でも差支えない。微分方程式と之同じであれば、原系の種類には無関係である。この意味でこの種の analog 計算機は間接型と呼ばれ、直接型に比較してその用途は極めて広い。前述の計算尺や planimeter などこの間接型に属するものと見てよいであらう。

Analog 型の微分解析機の構想はすでに 1876 年 William Thomson（後の Lord Kelvin）によつて発表されている（6.03）。これは機械式微分解析機であつて、有名な Kelvin Integrator はこのときの考案である（6.04）。しかし当時の工作技術では遂に実用的なものではなかつた。その後 1931 年に至り米国 Massachusetts Institute of Technology の Vannavar Bush 教授の手によつて遂に実用的な機械式微分解析機が完成され、続いて電気式のものも同教授によつて完成された（6.05）といわれている。

一方、電子管式のものは第2次世界大戦中に米国においても軍事研究の一環として行なわれ、戦后一般に公開されたものである。現在では analog computer といへば電子管式の微分

解析機と指すほど一般に普及するに至った。しにがって耐震工学に適用される analog 型計算機も主としてこの電子管式 analog 計算機であるから、本編第2章ではこれについて詳述される。

つぎに具体的数字演算とすることがその基本的機能とする digital computer について、その生い立ちから発展の過程を詳しく詳細に眺めて見よう。加算と減算を機械にやらせるという意味では 17 世紀に Pascal の作った計算機が最初とされ (6.05)、これは France 国内で税金の集計に実用されたといわれている。またこれに乗除算の機能を加えたものとしては同じ 17 世紀の Leibnitz が最初であるとされている。しかし現在われわれが問題とする digital computer の底に流れている基本的概念から見ると、19 世紀前半における英国の C. Babbage ともつてその始祖としなければならぬであろう。Babbage は与えられた少数の階差群から、その関数と自動的に計算して数表を作る機械を考案し、英国政府の援助を得て 1823 年から製作に着手した。その機械は Difference Engine と呼ばれたが、この事業そのものは完成に至らず 10 年目に終止符が打たれた。しかしその頃 Babbage は早くも近代的な digital computer の着想に到達していた。すなわちこれは数学的演算と予め定められた順序に従って遂行し、その結果にさらにつぎの必要な演算を行なうようにとせるというもので、彼はこれを Analytical Engine と呼んだ。この構想の中には彼の "mill" と呼んだ演算装置と "Store" と呼んだ記憶装置とが含まれていた。当時はまだ relay のごときものではなく、精密機械工作の技術も進んでいなかったため、この劃期的な構想も具体的には計算機としては実現に至らなかったが、Babbage の提案した punch card の着想は H. Hollerith によつて 1889 年に実用化され、当時の America の国勢調査の事業に使われた。またこれは後 1911 年に創立された International Business Machine (IBM) 会社の基礎とすに至つたものである。

Babbage の事業は彼の死後その子によつて引き継がれ、彼のいわゆる "mill" の一部はでき上つたが、真に Babbage の Analytical Engine が実現したのは彼の死後 73 年と経た 1944 年であつた。それは Harvard University の H. H. Aiken 教授が 1937 年から着手し、IBM 社の援助を得て作った機械で、Automatic Sequence - Controller Calculator あるいは mark I と稱せられた。これは今日の最新の digital computer とい

備えている自動性、適合性、および一般的な応用範囲とほぼ同等な性能を有し、さらにこれが計算し得る 24桁の数字はその桁数の奥では今日のどの機械にも劣らない。たゞそのなし得る演算速度は手動計算機程度の極めて速いものであつた。

第2次世界大戦中に戦争のために生じた膨大な計算と処理する目的で米陸軍と Bell Telephone Co. によつて二つの大型の計算機が計画されにがいずれも戦後までその完成を見なかつたのである。たゞし Bell Telephone Co. はそれまでに、1940年ごろから model 1 およびその改良型をつぎつぎと世に出していたがいずれも 9,000 個程度の継電器と teletype unit を使用した比較的小型のものであつた。米陸軍の援助で 1946 年に完成した Pennsylvania 大学の Moore School of Electrical Engineering の計算機 ENIAC (Electronic Numerical Integrator and Calculator) は 18,000 個の真空管を用い、総電力 100 KW を消費する。それまでの計算機はすべて継電器 (relay) を使っている点では共通であつたが、ENIAC は多数の真空管を使うに最初の大規模計算機として注目されている。

以上に述べた計算機はいずれも演算の順序の制御を行なうために外部的な手段、すなわち Punch card, 紙 tape や Plug の配線盤などを用いており、そして記憶装置はたゞ数と蓄えらるる目的のみに用いられている。ところが演算指令と記憶装置のなかに入れるという基本的な考えは J. von Neumann らの理論的考察によつてはじめて導入されるようになった。これは ENIAC の完成の頃のことである。この考えは近代の digital computer の一大特徴とされる。いわゆる stored program (program 内蔵) 方式の基礎をなすものである。

Von Neumann らの考え方は演算の対象となる数字と演算の種類を指定する指令とを 1 組にして蓄積することである (6.06)。記憶装置の中に蓄えられるそれぞれ 1 組の情報 (information) の中には演算対象たる数字の蓄えられている場所 (address) を指定する以外に、つぎの情報の蓄えられている場所の指示とも含めておく。そして機械は計算される数字と演算種類と指示する指令とを識別し得るようになる。演算指令には単なる演算種類の他に、その直前に得られた演算結果に応じて演算順序と指定の順番のところへ跳び越えさせるような指令とも含んでいる。このような跳び越え (jump) と '条件つき跳び越え' (一つの conditional control instruction) といひ、またもちろん無条件跳び越え (unconditional control instruction) もあり得るのである。

以上のような生い立ちならびに基本原理のもとに近代の analog computer および digital computer が今日まで発展をつづけて来たのであつて、したがつて今日の computer はその目的、用途、形式ならびに製作者によつて異なる実に多種多様な機能をもっている。京都大学では管内施設として“京都大学高速度 digital 計算機 KDC-I” (Kyoto University Digital Computer - Type I) を製作し、昭和 36 年 4 月 1 日から管内一般の計算 service を開始したので、今後われわれの耐震工学の諸問題の計算に利用することが可能であり、また analog computer としては京都大学工学部電子工学教室にあるものが、すでに本研究の第Ⅲ編、および次編で取扱われた問題に利用された。また京都大学工学部建築学教室に設置された analog 型計算機は上と同じ type であるが、五つまでの自由度をもつ振動系の過渡振動の response を計算し得る容量をもつ。したがつて次章以降詳述される各種計算機の機能の説明は主として、KDC-I、および京都大学建築学教室所属の analog computer を対象として行なわれることとこゝで断つておく必要がある。

第2章 Analog 型電子計算機の耐震工学への応用

6.2.1 模擬演算のための電気回路

第III編のオ3.2.1図, オ3.2.2図に示した系, あるいはオ6.2.1図に示される1質点系の自由振動の運動方程式は

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (6.2.1)$$

で表されることは前に述べた。そして $k/m = p^2$

とおくことにより (6.2.1) 式は

$$\ddot{x} + p^2 x = 0 \quad (6.2.2)$$

なる Canonical form (標準形) に直される。

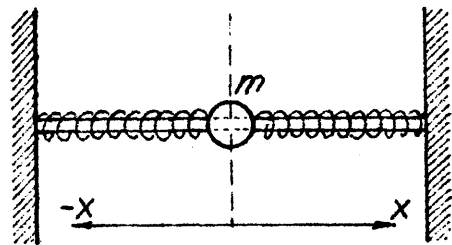
このような微分方程式で支配される電気系を得ることは容易であつて, 抽象化された capacitance C と inductance L をもち, オ6.2.2図に示されるような回路を作れば回路内の要素に energy dissipation がない場合には

$$L\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0 \quad (6.2.3)$$

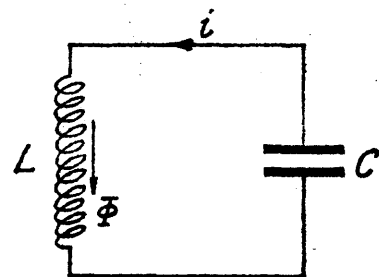
なる微分方程式が成立し, $1/LC = p^2$, $x = q$

とおけば (6.2.3) 式は (6.2.2) 式と全じ形になることが容易にわかる。Inductance L が回路内を流れる電流 $i = dq/dt$ の強さによつてある特定の非線型関数で示されるとき (オ6.2.3図), (6.2.3) 式は一つの非線型方程式となることも明らかである。このようにして行なわれる演算が analog computation (electrical analog) であり, その電気回路は模擬演算回路と称せられる (6.01)。

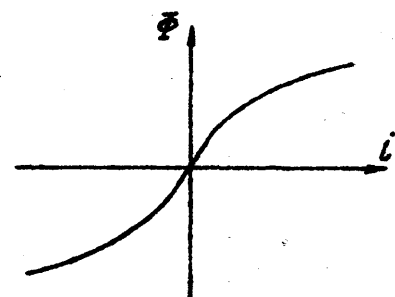
したがつてこのような演算は単に自由振動のみならず, 強制振動に対してももちろん可能であり, また



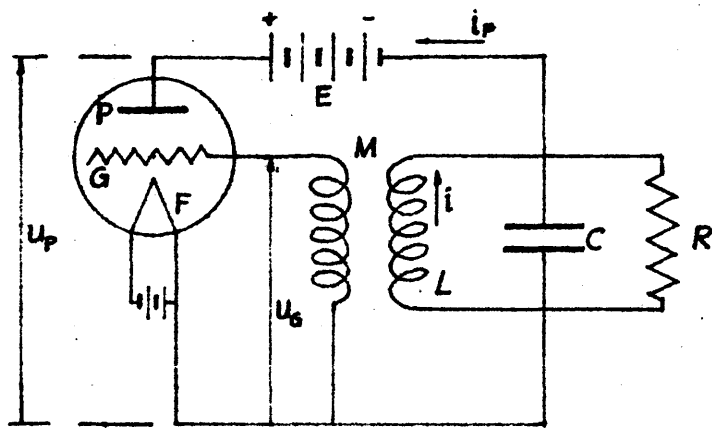
第 6.2.1 図



第 6.2.2 図



第 6.2.3 図



A Feed-back Circuit

第 6.2.4 図

第 6.2.4 図に示すような回路
 によつて、1 自由度系の自励振
 振動も解析される (6.02),
 (6.03). 第 6.2.4 図は実際
 問題として重要で、かつ、機械系
 の自励振動と同じ形の微分方程
 式と導くことができることを示
 すために選んだもので、この物
 理的現象そのものもまた良く説
 明されるのである。すなわち一

つの非線型要素 (この場合は 3 極真空管)

によつて、その plate 回路内の電池から得られる energy の定常的な流れが振動を生ずることになる。この場合一定 energy の源から一つの振動が生ずることは、系内に非線型要素が存在するために他ならないことは機械系の自励振動の場合と全様であり、さもないときは、たとえば線型系では周期的な運動を継続するには外力が周期的に変動するような energy 源が必要であるからである。この場合の回路には電池の他に、inductance L 、resistance R および容量 C なる condenser が並列に繋がれた“振動子”(oscillator)があり、真空管の grid 電圧は mutual inductance (相互誘起係数) M によつて与えられる。この回路は一種の feed back circuit であつて、この振動子の inductance coil を通つて流れる電流について微分方程式を立てると、この inductance coil を通過することによつて生ずる電圧の低下は $L \frac{di}{dt}$ であり、同様に、抵抗および condenser による電圧の低下も存在する。いま、抵抗内を通過する電流を i_R 、condenser 内を通過する電流を i_C とし、 q_C とこの condenser の荷電とすれば、われわれは

$$L \frac{di}{dt} = R i_a \quad (6.2.4)$$

$$L \frac{di}{dt} = \frac{1}{C} q_C \quad \text{すなわち} \quad L \frac{d^2 i}{dt^2} = \frac{1}{C} \frac{dq_C}{dt} = \frac{1}{C} i_C \quad (6.2.5)$$

$$i_P = i + i_R + i_C \quad (6.2.6)$$

なる関係式を得る。これら3式から

$$C L \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{L}{R} \frac{di}{dt} + i = i_p \quad (6.2.7)$$

が得られ、そして grid 回路には電流が流れないから grid 電圧 u_g は

$$u_g = M \frac{di}{dt} \quad (6.2.8)$$

であり、また

$$u_p = E - L \frac{di}{dt} \quad (6.2.9)$$

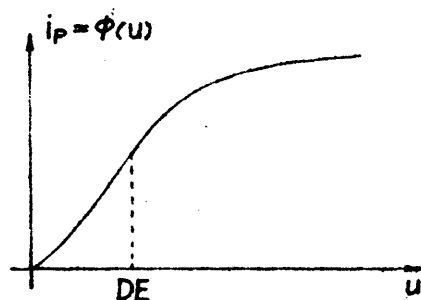
が成立する。こゝに u_p は plate 電圧である。

3極真空管の特性として、plate 電流 i_p が grid 電圧 u_g , ならびに plate 電圧 u_p の線型の (1次的な) 組合わせによつて

$$i_p = \varphi(u) \quad (6.2.10)$$

$$u = u_g + D u_p$$

$$D > 0 \quad (6.2.11)$$



第 6.2.5 図

なる関係式を得る。しかもその精度は極めて良好である。D はある定数で、その逆数は "amplification factor" と呼ばれる。また関数 $\varphi(u)$ のことを通常真空管の特性といつてゐる。関数 $\varphi(u)$ は一般に線型ではなく、むしろ第 6.2.5 図に示すような特性をもつが、それは plate 電流 i_p が陰極にかかる electron の発生率によつて限定され、曲線は結局飽和される効果をもつことによるのである。(6.2.8), (6.2.9) および (6.2.10) 式より

$$u = DE + (M - DL) \frac{di}{dt} \quad (6.2.12)$$

が得られるが、 $i_p = \varphi(u)$ が u に関して非線型であるから、微分方程式 (6.2.7) もまた非線型微分方程式となることは明らかである。そこでいま新しい変数

$$x = i - \varphi(DE) \quad (6.2.13)$$

とおくことによつて (6.2.7) 式は

$$(L\ddot{x} + \frac{L}{R}\dot{x} + x + \Phi(DE) = \Phi[DE + (M - DL)\dot{x}]) \quad (6.2.14)$$

と書かれる。こゝに、 $\dot{x} = dx/dt = di/dt$ である。したがつて更に新しく

$$f(\dot{x}) = \Phi(DE) - \Phi[DE + (M - DL)\dot{x}] \quad (6.2.15)$$

によつて、(6.2.14)式は

$$(L\ddot{x} + \frac{L}{R}\dot{x} + f(\dot{x}) + x = 0) \quad (6.2.16)$$

なる、より一般的な微分方程式表示に到達する。

この微分方程式は回路の各要素の特性値と適当に選ぶことによつて、van der Pol の方程式にて記述される現象の解析に用いられるし、また摩擦が働く質量 - belt 系の自励振動の問題にも適用されるものである。

このように、単純な振動系に限らず、かなり複雑な系の解析に対しても電氣的模擬回路は広く有用性を示すことが認められるのであつて、かゝる観点から機械系と電気系に対応する各物理量の analogy を表示すると表 6.2 表のように示される。

上に述べたように、同一の微分方程式に支配されることと前提とする限り、複雑なる機械振動系を一つの電気回路で代表せしめることはある程度可能であつて、この事柄によつて機械系と電気系に共通の非線型定常振動理論が著るしく等達してゐたのであつた。また現象と微分方程式と媒介として觀察するということからは応用数学の一部門である演算子計算法(通常演習子法と呼ばれている)が O. Heaviside によつて電磁気回路工学に大々的に駆使されたのも、

Heaviside の意味に解釈した演算子 $p = d/dt$ が電氣的模擬回路における電流と電圧との関係から容易に検証できにからである(6.07)。

第 6.2 表

Mechanical Oscillations

Displacement x

Velocity v

Force f

Mass m

Friction Coefficient λ

Spring Constant k

Electrical Oscillations

Electric Charge q

Current i

Voltage e

Self-induction L

Resistance R

Inverse of the Capacity C

6.2.2 電子管式 analog 計算機の概要

わが国では現在単に analog 計算機といえば電子管式のことを指すほど、電子管式が一般の関心を集めている。この傾向は海外においても同様であつて、電子管式 analog computer の有用性はこれでもつても証明されよう。しかしながら、耐震工学の解析に電子管式 analog 計算機が用いられたのは割合に新しく、1956 年に California 洲 Berkeley で開催された第 1 回世界地震工学会議にはたゞ一つ煙突の振動 response を取扱つた Nelson M. Isada 氏の論文 (6.05) に認められるに過ぎなかつた。當時はまだ非線型復元力特性をもつ構造物の地震応答を求める問題はあまり手掛けられていなかつたので、この論文でも analog 計算機によつて鋼筋 concrete 煙突の振動 response が求められたに留まり、地震時の非線型 response を求めるためにこの種計算機が広汎に使用されるようになつたのは 1959 年末以降、New Zealand の研究者 group 主に G. N. Bycroft, R. I. Skinner, K. J. Brown, M. J. Murphy などといった学者が地震時の構造物の挙動を知るために diode tube

と内蔵した electronic analog computer を製作して以来のことである (6.09)。もつとも 1958 年にはすでに京都大学で backlash element を有する analog computer で精度の良い橋脚の非線型振動 response が求められていた (6.10)。そしてこれら、非線型振動問題として振動系の地震応答の解析に適用されにものゝ喩えといつても差支えないであらう。京都大学の analog computer は等価 spring 剛性 k_1, k_2 なる二つの相異なる値をもつに bi-linear でしかも履歴特性をもつ復元力特性を模擬し得るのに対し、New Zealand のそれは ideal plastic な復元力特性のみしか代表し得ないものであつて、計算機の機能から言えば、前者の方が僅かに勝っているものと考えられる。筆者らの研究では上の等価ばね剛性の値 k_1, k_2 を変えることによつて、完全弾性から完全弾塑性に至る間の中間的な任意の bi-linear 特性に関して興味が向けられているが (6.11) このような裏で使用者のものは現在のところばかり不満はあましくない。

1960 年 7 月の第 2 回地震会議には、これら二つの analog computer の詳細がそれぞれ一般に明らかにされているが (6.12), (6.13)、しかし、更に複雑なもの、あるいは自由度の数の多い振動系の解析にはもつと容量が大きく、機能の僅れたものを求めることが必要となつてくる。この要望によつて現在、京都大学工学部建築学教室に設置された analog computer は 5 自由度までの振動系の減衰、あるいは非減衰型振動 response、あるいは非線型の過渡振動解が得られるように製作されたのである。

電子管式 analog computer では変数はすべて電圧で表わして計算が行なわれる。電子管式 analog computer の精度は最高のもので 0.1%、普通 1% 程度の誤差と伴はうものとされている。これに対し、機械式あるいは電気式微分解析機が 0.1% の精度に収まるから、電子管式は決して高精度という訳ではない。しかしそれでも工学的には充分な精度であり、価格も低廉で、使用法も極めて簡便であるという特徴としてゐるため、工学上においては甚だ有用な計算機として表はれている。

電子管式 analog computer にも種々のものが製作されているが、1 回に行なわれる演算の速さから分類すると、低速型 (slow type) と高速型 (fast type) に分けられる。

そして低速型では 1 回の演算を行なうのに必要な時間が数秒、ないし 1 分、あるいは 2 分といった程度のものである。解を記録するのに通常 pen 書き oscillograph が用いられ、解の記

録、保存に便利である。記録器の channel 数を増せば 1 回の演算で、たとえば振動系の変位、速度、復元力の値など多数の解が同時に記録される。精度は高速型に比して高いのが特色である。

これに対して、高速型とは、演算時間が短かく数 millisecc から数十 millisecc 程度で、これと普通は電源周期 (50 ~ 60 %) で繰返えし行はわせ、解は Brown 管上に静止像として直視できるようなっている。精度の点では低速型にあるが、解が直視できるので、parameter の多い系の最適条件を求めたりするのには甚に便利である。その他、両者に併用できるものもある。

京都大学工学部建築学教室の analog computer は同接型であつて、これは加算器、積分器、微分器、係数器、掛算器、あるいは非線型特性を模擬する各種の simulator、たとえば、飽和要素、不感帯 (または不動作帯)、relay, comparator, hysteresis, backlash などの諸要素から構成されている。したがつて、これらの演算要素と物理系の微分方程式に対応させて結合し、一つの模擬演算回路を形成すれば、元の物理系との対応はたゞ、微分方程式のみと中介媒体として、解が求められる。またこの場合の演算速度は、われわれの計算機では以下京都大学工学部建築学教室にある電子管式 analog computer のことを説明の都合上、われわれの計算機と呼ぶことにする)。一つの解を得るのに数十秒ないし数分と要するもので、これは低速度型に属する。解は ink 書きの pen oscillograph によつて記録紙上に画かれる。

一般に上記の各演算要素のもつ精度は、電気材料の品質、要素回路の特性によつてたゞであるが、現実には 0.1 % の誤差以下に収められるのは難しいといわれている。したがつて繰合演算を行はう場合の解のもつ誤差は、各演算要素の誤差の累積となるために、計算の種類によつては数 % の誤差と予想しなければならぬ場合もあることが予想せられる。しかし、單純な振動系の地震応答を analog computer によつて求める場合には、この程度の誤差は工学的判断からは許容せられるであらう。

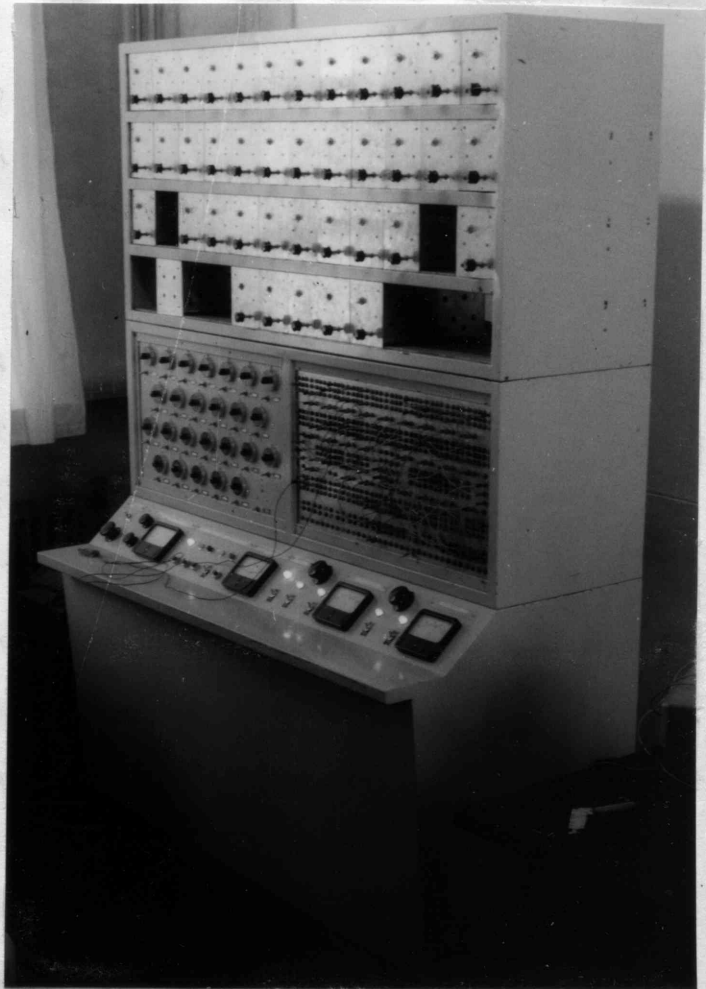
われわれの計算機の全貌は写真 6.1 に示されるがその主な構成はつぎのごとくである。

1. 演算部
2. 電源部
3. 記録部

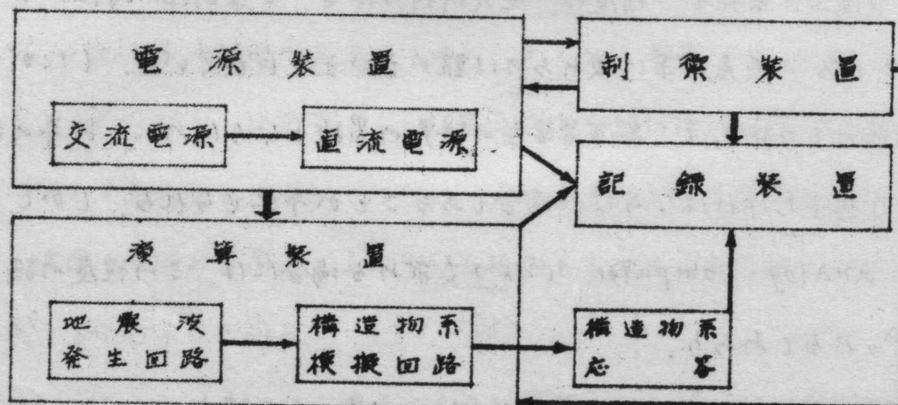
4. 補助装置

写真 6.1

京都大学工学部建築学教室の
analog computer 全景



これらの各構成部分の相互的な関連を示す block diagram は、 $\times 6.2.6$ 図に示されるが、その各構成部分について詳述すれば、



第 6.2.6 図

1. 演算部

線型演算要素

加算器 (Summing Amplifier)

積分器 (Integrating Amplifier, or Integrator)

作数器 (Potentiometer)

非線型演算要素

関数発生器 (Function Generator)

不感帯 (不動帯) (Dead Zone)

Backlash Element

補助演算要素

Relay および光電式電圧発生装置

演算要素接続盤

固定式 Patch Board

演算制御および監視盤

電圧調整装置 Forcing Function Voltage

Initial voltage set.

演算制御装置 Operational Control

(Start, Compute, Hold, stop 演算)

補助装置: Relays, 過負荷指示装置

Meters, Switches and Lamps

その他

Calibration 装置

2. 電源部

交流電圧自動調整装置

Alternate Current Voltage Stabilizer

直流定電圧電源供給装置

Direct Current Regulated Voltage Supply.

この電源部の仕様は写真 6.2 に示される。

3. 記録部

Ink 書き pen-writing Oscillograph 6 成分

Brown Tube Oscilloscope を併用する。この Ink-writing Oscillograph

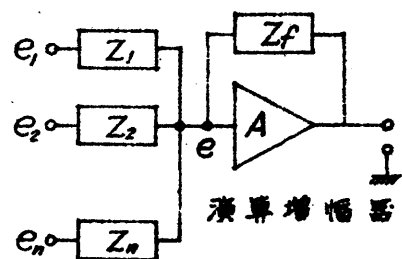
は写真 6.3 に示す。

[I] 線型演算要素 (Linear Elements)

電子管式 analog computer において使用される線型演算要素は condenser, 抵抗および高利得真空管増幅器(演算増幅器)によって作られ, inductance は用いない(6.14). 演算増幅器は直流増幅器であつて, その实例を才 6.2.7 図に示す. これは chopper を用いた drift 自動補償をしない例であつて, その特性の概略は, 直流利得約 50,000, 出力電圧範囲 ± 100 V, 10 pA, 長時間 drift (8 時間) 約 15 mV であるとされている. この増幅器を後に述べる加算器, または積分器に組込んだ場合に drift 補償は初段差動増幅真空管の陰極性回路の potentiometer の手動調整によつて行なわれるが, drift 電圧は電源電圧の変化の影響を受け易く, また真空管, 抵抗などの特性の変化(とくに計算機の起動後 30 分ないし 1 時間の間は動作が安定しない)のために drift 電圧は相当大きくなることがある(6.15). このような欠陥をなくするために chopper を用いて drift 自動補償を行なうことが考えられている. 演算増幅器として drift 自動補償を有しないものは有するものに較べてはるかに低廉であるが, 演算中に時々手動補正を行なふ必要があり, これを怠ると場合によつては数十 mV の drift 電圧を生ずることがあるので注意を要する. 自動補償を行なえば殆んど無調整で長期に亘つて drift 電圧を 1 mV 以下に保つことが容易であり, 実用的には drift 自動補償を行なつた演算増幅器を使用することが望ましいとされている. しかしわれわれの計算機ではその製作経費の制限のため現在は drift 自動補償装置のない増幅器が用いられている.

さて才 6.2.8 図に示すように利得(gain)が A なる増幅器の入力に Z_1, Z_2, \dots, Z_n なる impedance をつなぎ, かつ出力電圧と Z_f なる impedance を通じて入力側に feed back する. この場合才 6.2.8 図の回路が安定に働くためには少くとも Z_f による feed back が negative feedback でなければならない.

そのためには増幅器の入力電圧と出力電圧とは極性が逆であることが必要であり, したがつて利得 A は負の値となる. いま, まず入力端子をすべて接地したとき出力電圧が zero になるよう真空管増幅器を調整した後(このような操作を balance を取るという)各入力端子にそれぞれ e_1, e_2, \dots, e_n



第 6.2.8 図

なる電圧を加えたときの出力電圧を e_o 、増幅器の入力電圧を e とし、かつ増幅器自身の入力 impedance および図 6.2.7 図 に示した初段真空管 12AU7 の grid 電流を無視すると

$$\frac{e_1 - e}{Z_1} + \frac{e_2 - e}{Z_2} + \dots + \frac{e_n - e}{Z_n} = \frac{e - e_o}{Z_f} (-i) \quad (6.2.17)$$

$$Ae = e_o \quad (6.2.18)$$

なる関係式が成立する。これらの式より e を消去すると

$$e_o = \frac{A \sum_{j=1}^n \frac{Z_f}{Z_j} e_j}{1 - A + \sum_{j=1}^n \frac{Z_f}{Z_j}} \quad (6.2.19)$$

となる。したがってもし利得の絶対値 $|A|$ が充分大で

$$|A| \gg 1 + \sum_{j=1}^n \frac{Z_f}{Z_j} \quad (6.2.20)$$

ならば

$$e_o = - \left\{ \frac{Z_f}{Z_1} e_1 + \frac{Z_f}{Z_2} e_2 + \dots + \frac{Z_f}{Z_n} e_n \right\} \quad (6.2.21)$$

となる。上式中には真空管増幅器に関する定数 A を含んでいないことに注意すべきである。これは Z_f を通じての強い feedback によるもので、図 6.2.8 図の回路では特性の変化し易い真空管増幅器を使用しているにも拘らず (6.2.21) 式で与えられる入出力 (input-output) の関係は (6.2.20) の条件が満足されている限り、たとえ A の値が多少変化しても極めて正確に成立する。 A の値は通常 10^4 の order である。

(a) 加算器および係数器 (Summing Amplifier)

Z_j および Z_f がいずれも抵抗で $Z_j = R_j$, $Z_f = R_f$ であれば (6.2.21) 式は

$$e_o = - \{ a_1 e_1 + a_2 e_2 + \dots + a_n e_n \} \quad (6.2.22)$$

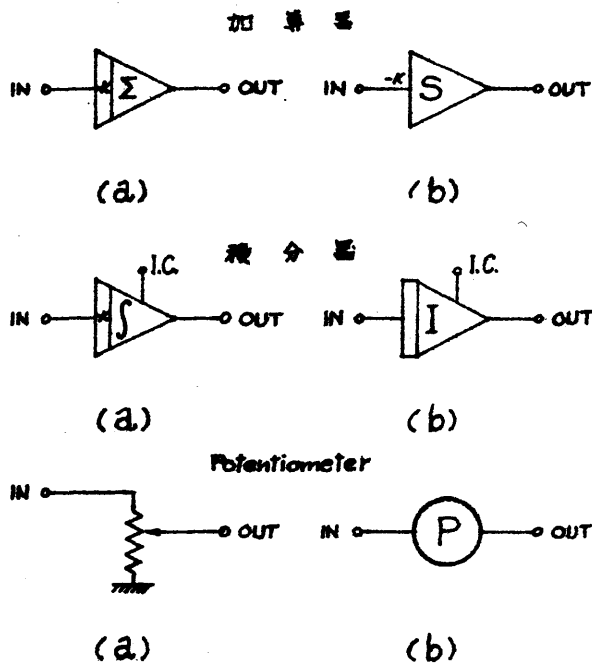
$$a_j = R_f / R_j \quad (6.2.23)$$

となり、定数 a_i の掛算および加算ができる。とくに入力 impedance が R_1 だけで、かつ

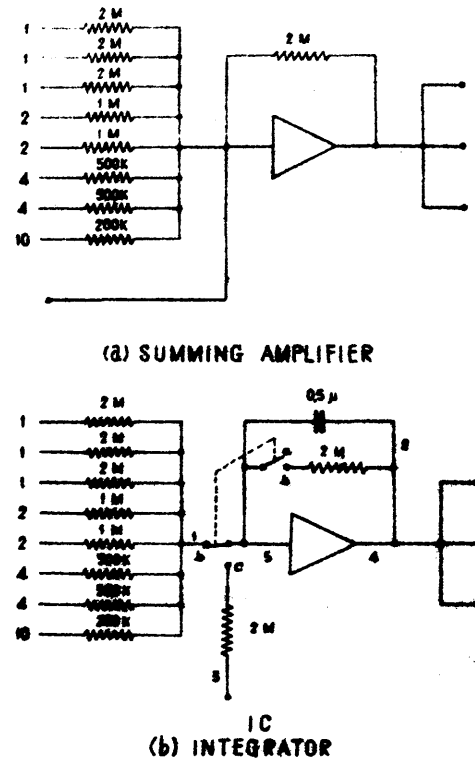
$R_1 = R_f$ のときは

$$e_o = -e_1 \quad (6.2.24)$$

となる。このような演算符号は符号変換器 (sign changer) とよばれる。analog computer の回路、すなわち block diagram では加算器は次 6.2.9 (a) 図のように、あるいは単に 6.2.9 (b) 図のような記号で示される。



第 6.2.9 図



第 6.2.10 図

なお、以上のように演算増幅器を用いて定数と乗するものは $a_i \geq 1$ のときで、 $a_i < 1$ ならば後述する係数設定用 potentiometer を用いるだけでよい。われわれの計算機の有する加算器は次 6.2.10 (a) 図に示されるように、 $a_1 = a_2 = a_3 = 1$, $a_4 = a_5 = 2$, $a_6 = a_7 = 4$, $a_8 = 10$ なる係数値と与えるように、8個の入力端子と3個の出力端子を備えている。

(b) 積分器 (Integrating Amplifier)

6.2.8 図において Z_j と抵抗 Z_f と condenser とすると $Z_j = R_j$, $Z_f = 1/C_f s$ であるから (6.2.21) 式は

$$e_o = - \frac{1}{C_f R_o s} (a_1 e_1 + a_2 e_2 + \dots + a_n e_n) \quad (6.2.25)$$

$$a_i = R_o / R_j \quad (6.2.26)$$

となり、定数 a_i の掛算、加算および積分を行なうことができる。ただし s は Laplace 変

種の演算子で、物理的には S は微分演算を、 $1/s$ は積分演算と意味する。また R_0 は与えられた C_f に対して $C_f R_0$ なる時定数が analog computer を動かせるときの単位時間（大抵の場合低速型では 1 sec 高速型では 1 ms, 5 ms, 10 ms など）に等しくなるように選ばれた抵抗であつて、われわれの計算機では $C_f = 0.5 \mu \text{ Farad}$, $R_0 = R_1 = 2 \text{ M}\Omega$ に選ばれて $C_f R_0$ は 1 sec になるようにされている。したがつて (6.2.25) 式はつぎのように書いてもよい。

$$e_o = - \int_0^t (a_1 e_1 + a_2 e_2 + \dots + a_n e_n) dt \quad (6.2.27)$$

われわれの計算機では 6.2.10 (b) 図に示すように、その積分器も加算器と同様

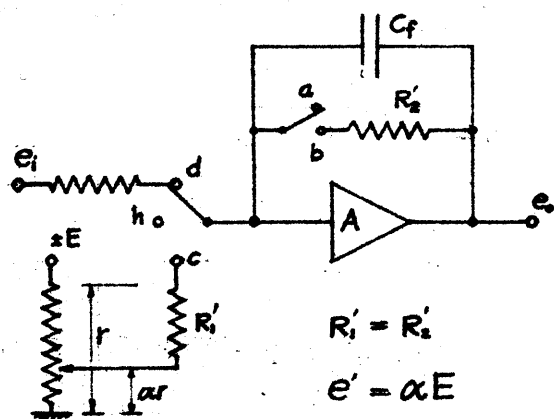
$$a_1 = a_2 = a_3 = 1, \quad a_4 = a_5 = 2, \quad a_6 = a_7 = 4, \quad a_8 = 10$$

なる係数を有する 8 個の入力端子と 3 個の出力端子をもっている。

積分器には普通 (6.2.27) 式の積分演算の他に初期条件設定 (initial condition setting) 演算保持 (holding), 演算終了 (stop) の機能が 6.2.11 図に示すように 2 個の relay (a, b), (c, d) および 2 個の抵抗 R'_1, R'_2 によつて支えられ、これらの relay の開閉で 4 種の演算が制御される。6.2.11 図において演算機能と relay の接続位置との対応は

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------|
| i) Computing | (a, d) |
| ii) Initial Condition Setting | (b, c) |
| iii) Holding | (a, h) |
| iv) Stop | (b, d) \rightarrow (b, c) |

である。そして各々の演算回路の動作原理はつぎのごとくである。



第 6.2.11 図

i) Computing (a, d)

(6.2.27) 式の演算を行なう。ただし ii) の操作を行なわない場合は初期値 $E_0 = 0$ である。

ii) Initial Condition Setting (b, c)

微分方程式を解くに當つて与えられた初期値は計算機へはどのようにしてとり入れられるかを考えよう。積分器において演算の初めに當つて Fig. 6.2.12 に示すように condenser をあらかじめ E_0 なる電圧に充電し、演算開始と同時に switch S を開くと

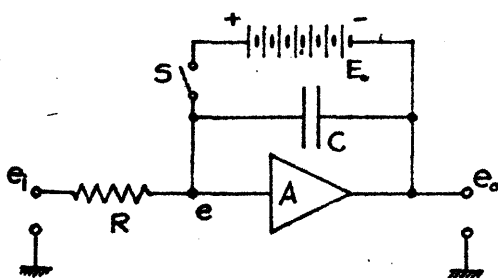
$$\frac{e_i - e}{R} = (e - e_0)C_s - C_s E_0. \quad (6.2.28)$$

$$Ae = e_0. \quad (6.2.29)$$

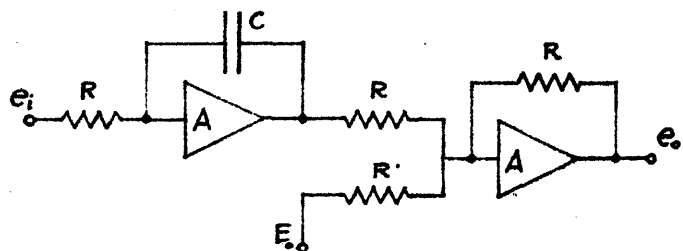
なる関係式が成立するが、これらの式から e を消去し、また条件式 (6.2.20) が満足されていると仮定すると

$$e_0 = -E_0 - \frac{1}{CR} \int_0^t e_i dt \quad (6.2.30)$$

となり、 e_0 の初期値が $-E_0$ であることがわかる。このように初期値は積分器の condenser とその正負に従つて適当な極性に予め充電しておけばよい。Fig. 6.2.11 図の回路では演算前に relay (a, b), (c, d) の接点をそれぞれ (b, c) に接続しておき、直流定電圧 E から Potentiometer によつて所要の E_0 を得れば、これが数秒間の間に Condenser C_f に充電せられる。そして演算開始と同時に relay を (b, c) から (a, d) に切り換えて積分回路を構成する。なお初期値を算入するいふ一つの方法としては積分用 condenser を予め充電することは止めて、Fig. 6.2.13 図のように積分器の後に加算器を設け、これに初期値を加える方法もある。



第 6.2.12 図



第 6.2.13 図

iii) Holding (a, h)

積分演算の途中で relay により入力端子に接続された抵抗が切れると $e_i = 0$ となり、そのときの積分値がそのまま積分器に残る。このような操作を Holding (または Hold) といひ、演算を一時中止せしめ、そのときの値を保持 (記憶) せしめるのに使われる。

iv) Stop (b, a) \rightarrow (b, c)

積分演算の操作を終了せしめるとともに relay の位置を (b, a) の状態におくときには入力電圧は zero となり、抵抗 R_i は $R_i = \infty$ となるから積分回路出力電圧も zero となり condenser は discharge される。この後でさらにつぎの演算を行なうから、relay 位置 (b, a) はつぎに (b, c) に変えられ、こゝで condenser はつぎの演算のための initial condition の電気量に charge される、したがって (b, a) なる relay 位置は一つの演算からつぎの演算に移る中間的な状態であると考えればよいから、われわれの計算機では (b, a) の relay 段階は compute (a, a) からつぎの initial condition set (b, c) に経過する間に自動的に生ずるものとして relay の配置が設計されている。

(c) 微分器 (Differentiating Amplifier)

積分器とは逆に Z_j を condenser, Z_f を抵抗とすると

$$e_o = -C_o R_f S (a_1 e_1 + a_2 e_2 + \dots + a_n e_n) \quad (6.2.31)$$

$$a_j = C_j / C_o \quad (6.2.32)$$

となり、 a_j の掛算、加算および微分と同時に行なわせることができる。ただし C_o は与えられた R_f に対して $C_o R_f$ なる時定数が演算の単位時間になるように選ばれた容量の値である。

したがって

$$e_o = -\frac{a}{at} (a_1 e_1 + a_2 e_2 + \dots + a_n e_n) \quad (6.2.33)$$

となる。しかし微分器は実際の演算に当っては computer 回路として noise, 誤差などが大きく伴ひ、したがってその使用は極力避けなければならない場合がある。

(d) 係数設定用 potentiometer (Coefficient Setting Potentiometer)

演算機変数 (machine variable) に一定の係数 a ($0 \leq a \leq 1$) を掛ける目的に普通係数設定用 potentiometer が使用される。すなわち

X_i = 入力電圧, X_o = 出力電圧

とすれば

$$X_o = aX_i \quad (6.2.34)$$

なる演算を行なうものである。係数設定用 potentiometer としては通常 10 回転の helical potentiometer (helipot) が用いられる。そして、その回路は図 6.2.14 図に示される。この種の potentiometer の抵抗値 r は数十 $k\Omega$ の程度のもが多く、出力端子に接続される負荷 r_L は 100 $k\Omega$ ないし 1 $M\Omega$ の程度であるから、loading の補正を行なう必要がある。すなわち負荷 r_L の影響を考えると図 6.2.14 図より

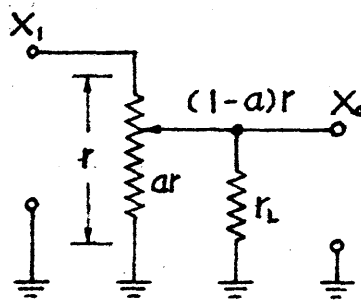
$$(X_o - X_i) \cdot \frac{1}{(1-a)r} + \frac{X_o}{ar} + \frac{X_o}{r_L} = 0 \quad (6.2.35)$$

であるから、

$$a - \frac{X_o}{X_i} = \frac{a^2(1-a)\frac{r}{r_L}}{1 + a(1-a)\frac{r}{r_L}} \approx a^2(1-a)\frac{r}{r_L} \quad (6.2.36)$$

$$\text{ただし} \quad \frac{r}{r_L} \ll 1 \quad (6.2.37)$$

となつて、(6.2.36) 式の右辺は zero にならない。したがつて実際には (6.2.36) 式の関係から、負荷抵抗 r_L の存在による補正を行なわなければならない。この式の右辺は係数 a に関する 3 次式となるから r および r_L の値が多えられればその場合の補正曲線を描くことができる。実際の場合にはこの補正曲線を用いると便利である。



第 6.2.14 図

(e) その他

以上述べた線型演算要素の他に Z_f および Z_f として condenser および抵抗と適當に組合せることによつて種々の演算要素を作ることが出来る。

表 6.3 表は普通に用いられる代表的要素を示す。

表 6.3 表

代表的な線型要素

	演算回路	演算
1		$-\sum \frac{R_f}{R_i} e_i$
2		$-\frac{C_i}{C_f} e_i$
3		$-\frac{e_i}{C_f R_i s}$
4		$C_i R_f s e_i$
5		$-\frac{R_f}{R_i} \frac{e_i}{s}$
6		$-\frac{C_i R_f s e_i}{1 + C_f R_f s}$

[II] 非線型演算要素 (Nonlinear Elements)

電子管式 analog computer の重要な用途に非線型問題の解析がある。元来、非線型問題は振動の分野に限らず一般に、工学や物理学の各分野では数学的な解析が困難で、非常に重要な問題が山積しているにも拘らずその解明が比較的遅れている。しかるに電子管式 analog computer には多数の非線型要素が作られており、これを前述の線型要素と組合わせることにより、極めて広範囲の非線型常微分方程式を解くことが出来るようになり、この方面の研究に大いに活用されている。

非線型要素としては

(A) 非線型特性の Simulator ; 飽和 (Saturation), 不動帯 (または不感帯 Dead zone),

Hysteresis, On-off など

(B) 任意関数発生装置 : 折線近似発生装置, Photoformer, 曲線追跡装置など,

(C) 特殊関数発生装置 : x^2 , \sqrt{x} , $\sin x$ および $\cos x$, $\log(1+x)$, e^{ix} , $|x|$ など,

(D) 掛算器 (割算器は掛算器を用いて構成される)

などが比較的汎用の要素として一般に作られている。その他特殊なものは必要に応じて作り、それを利用すればよい。一方、これらの要素とその回路と構成する部品によつて分類すれば、

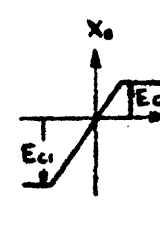
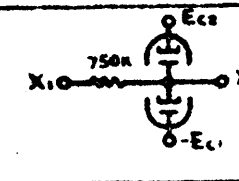
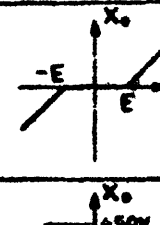
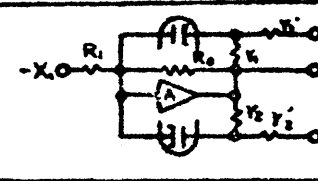

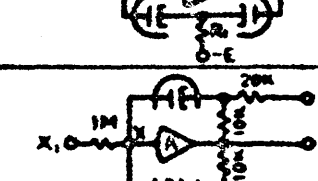
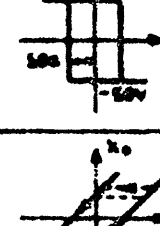
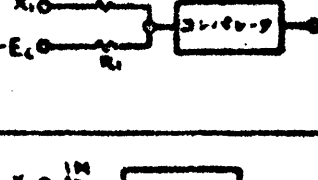
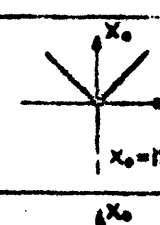

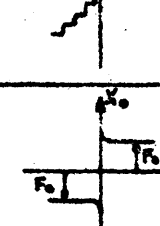
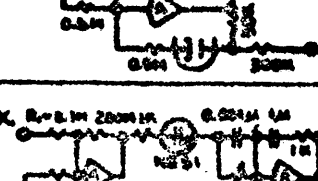
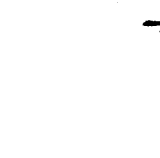
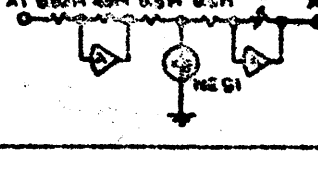

(i) 電子管式 (ii) servo 式

に大別でき、上述の各要素には両者が存在する。一般的にいつて、servo 要素は周波数特性が良く、response は 1.0 ~ 0.5 % 程度までで、低速型にのみ使用できる。また電子管式のもものは周波数特性が良好で、高速型にも使用できる。しかし精度の点においては servo 式のもものが 0.1 ~ 0.5 % 程度であるのに対して、電子管式の多くは 0.5 ~ 1 % 以下にするとは困難であるとされている。

(A) 非線型特性の Simulator

われわれの目的とする構造物の地震応答を調べるために利用される analog computer はその対象となる物理系、すなわち構造物のもつ特性と類似の非線型特性をそなえた模擬回路 (simulator) として、表 6.4 表に示した諸回路をもつ必要がある。もちろんその場合に、どのような特性が是非必要となるかということは構造物の力学的性質を如何に抽象するかによつて定められるものであつて、われわれの計算機では現在は表 6.4 表に示した模擬回路の中の

第6.4章 特殊非線型要素

No.	要素	特性曲線	回路図	備考
1	飽和			
2	増幅			$E_{c1} = \frac{1}{2}E$ $E_{c2} = \frac{1}{2}E$ $m = \frac{R_2}{R_1}$
3	反転増幅			$m = \frac{R_2}{R_1}$
4	リレー			
5	コンパレータ			$R_2 = 10k$
6	ヒステリシス			
7	バッファアンプ			$V = 10V$ $E = 10V$
8	絶対値			
9	ポテンショメータの不連続性 (Granularity)			$V = 10V$ $E = 10V$
10	静止およびフロンティア			$F_0 = 10V$

若干しか備えられていない。けれども、その他のものも将来、順次計算機に取り入れられる計画であるので、ここではこれらの中の数種の要素について説明する。

(1) 飽和要素 (Saturation)

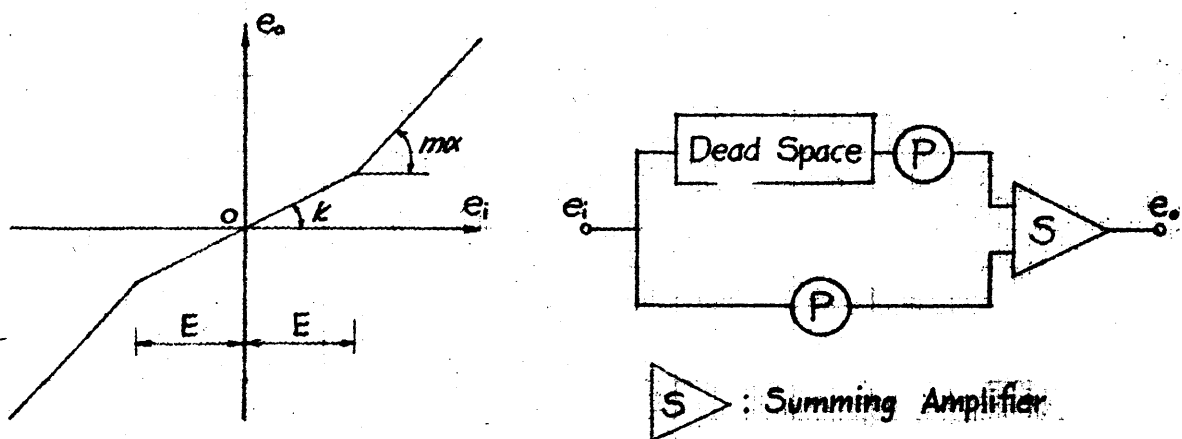
表 6.4 表 (1), (2) に飽和要素の回路を示す。(1)は2極管の4つを使用したものを、(2)は演算増幅器と2極管とを組合わせた回路を示すものである。

前者は2極管を直接使用しているため、線型部分と飽和部分の接続点(折点)がやや不明確になることを免がれないが、後者は高利得の演算増幅器を併用することにより、良好な飽和特性を得ることができるとされている。

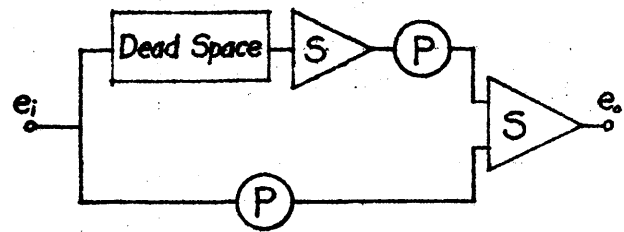
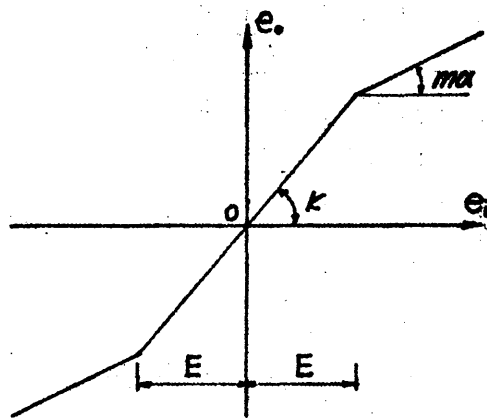
(2) 不動帯要素 (Dead Zone or Dead Space)

表 6.4 表の (3) は一般に採用されている不動帯の模擬回路ならびにその入力・出力特性を示すものである。この種の回路は線型要素と組合わせて hard spring type の bi-linear 復元力特性を模擬するのに用いられる。(表 6.2.15 図)。また符号変換器を併用して線型要素と並列に繋げば、soft spring type の bi-linear 復元力特性の simulator として用いることもできる。(表 6.2.16 図)

なお不動帯要素の回路としては上述の回路の他に2極管の4つを用いたものもあるが、それは特性がやや劣るようである。



第 6.2.15 図



(P) : Potentiometer

第 6.2.16 図

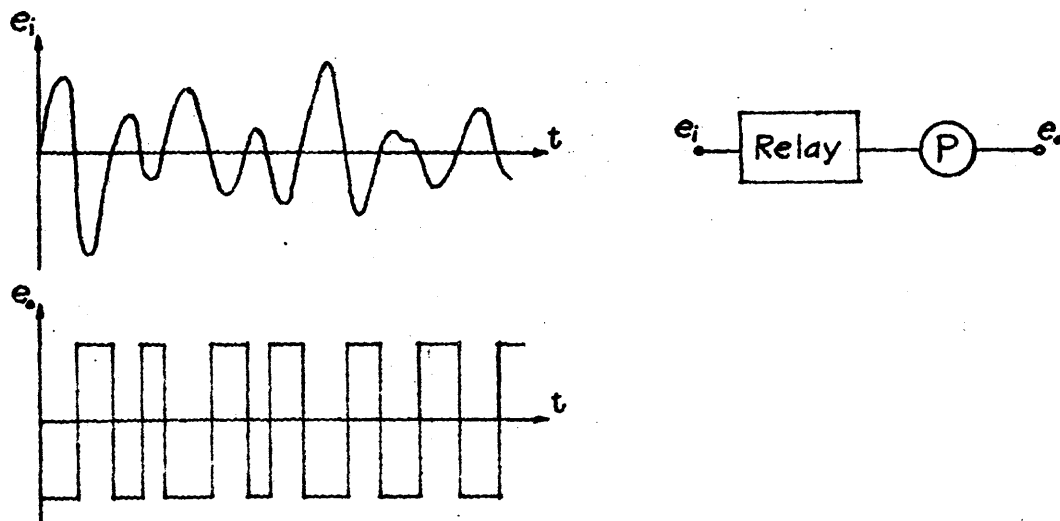
(V) Relay 要素

Relay の模擬回路として用いられるもので、第 6.4 表 (4) のような回路によつて得られる。同図において A は逆算増幅器を表わし、その利得は極めて高いので図の X 点の電位はほぼ zero である。いま入力端子に微小な正電圧を加えると増幅器の出力電圧は大きく負電圧になるが、2 極管による feed back 回路があるために出力電圧は -50 V で抑えられる。同様に入力電圧が負のときは出力電圧は $+50\text{ V}$ で抑えられる。

さらにこの回路に第 6.4 表 (6) に示すような feed back 回路を付加すれば、同図に示すような hysteresis をもたせることができる。なおこの hysteresis の幅は potentiometer の設定値 α によつて変化する。

第 6.4 表の (5) に示すものは relay 要素のもう特性を改めて、入力電圧の任意の値によつて出力電圧の符号と変え得るように調整可能な relay-comparator を示す。comparator をも含めた一般の relay は実際には二つの変数の大小比較、振幅の正負によつて異なる復元力特性を振動系模擬回路に賦与することなど後述するような重要な機能をもつが、この他に、たとえば外力の発生機構などに用いても有効である場合がある。すなわち、極めて不規則な非定常地震動と pulse の時系列を考えるとき、その振幅値は問題にせず、たゞこの乱れた波の正、

負の時相のみに正確に合致する時系列の解析については、relay 要素を第 6.2.17 図に示すように用いることによつて、乱れた波の正負時相と同一の正負の位相をもち、かつ絶対値振幅一定なる矩形波 pulse を求められることができる。これは、地震動と impulse の時系列と見做す仮定からの解析においては特に重要である。



第 6.2.17 図

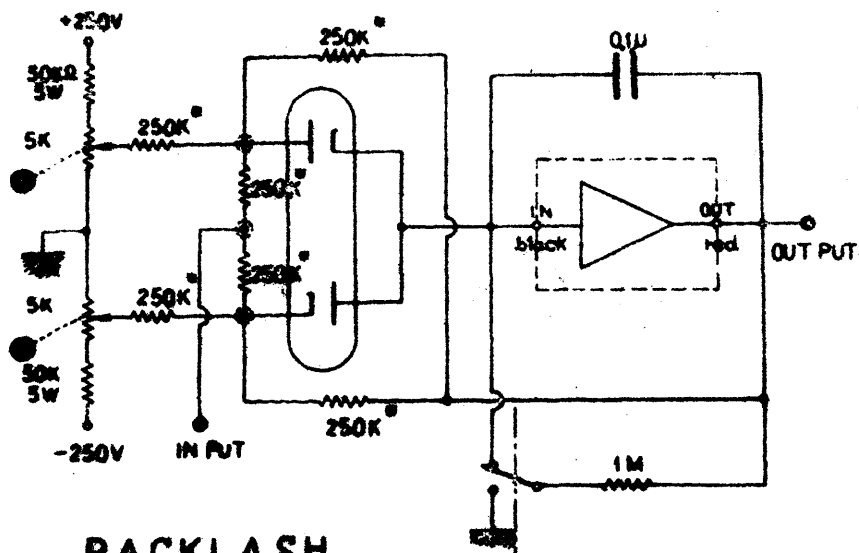
(二) Backlash 要素

機械系で歯車の遊びなどを模擬する backlash 要素の回路として、表 6.4 表の (7) の 2 と 3 回路が用いられる。すなわち 2 極管の特性を利用して回路に含まれる積分器の動作を制案し、同図に示すような入力出力特性を得るものである。われわれの計算機で実際に使用されている backlash element 回路は表 6.2.18 図に示され、そして 2 個の backlash element が一つの chassis 内に組込まれて表 6.2.19 図の下段に示されるように、たゞ 2 個の amplifier とともに 2 台の機能と別々に果すようになっている。

前の各編において詳述したように、激震を対象とする構造物の非線型振動 response を求める解析においては、構造物は ideally elasto-plastic の、hysteretic な復元力特性を有するものとして考えられる場合が多い。すなわち構造物の地震時の動的変形によって誘発される復元力がその降伏点を超えなまでは復元力は変形量に正比例するが、構造物の変形が、降伏点復元力に対応する変形量を上回る場合には復元力はそれ以上増大せず、降伏点復元力の値が一定のまゝで変形だけが増大する。そして、振動速度が符号と変えらると、復元力は変形の恢復量に比例して減少する。したがって復元力が Zero となっても変形量は Zero にはならず、

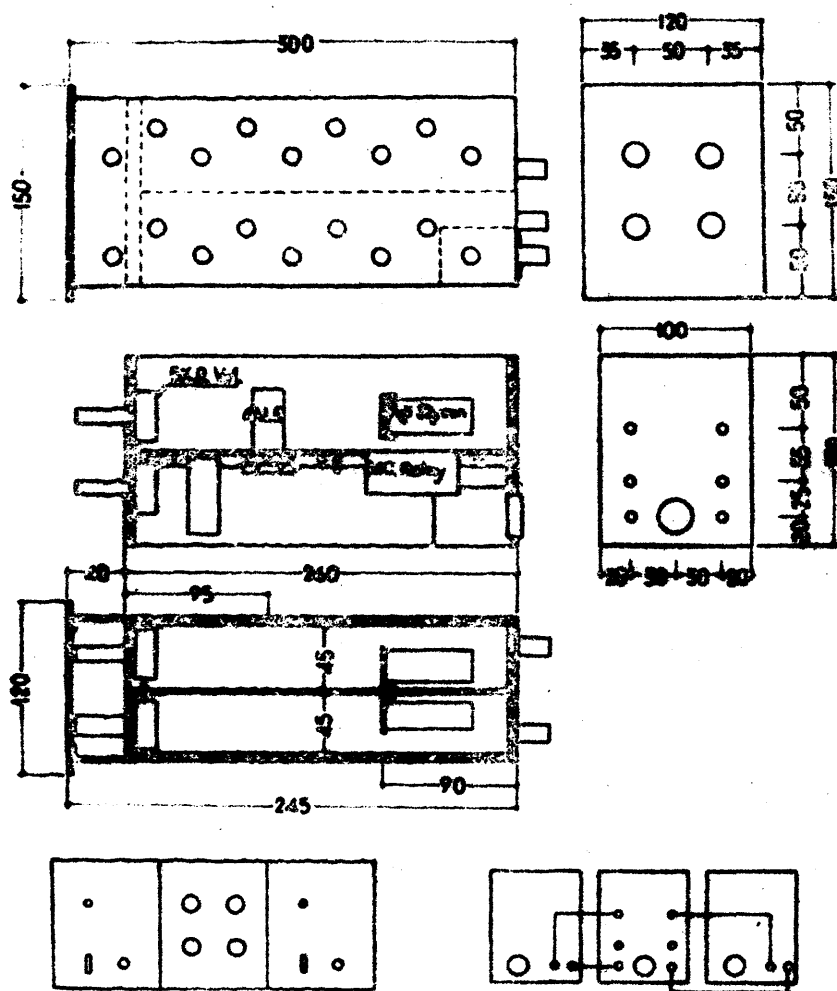
そのときの変位の値が、この振動半 cycle の中に起った permanent set と見做される。

そして振動系の瞬間的な釣合位置は恰かもこの permanent set の量だけ移動したことになる。これ以後の振動はこの釣合位置を中心として行なわれることになる。このような復元力特



BACKLASH

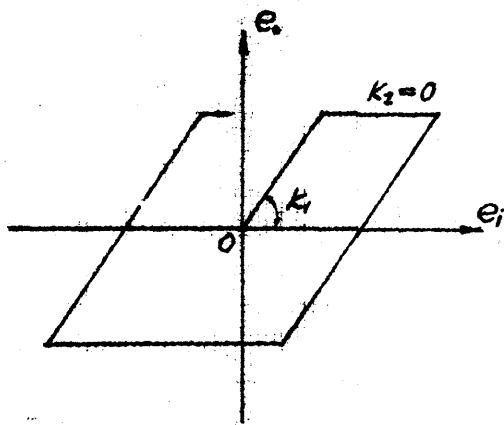
第 6 · 2 · 18 图



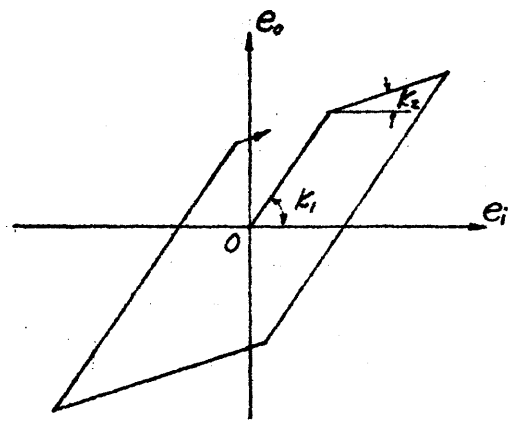
BACKLASH ELEMENT

第 6 · 2 · 19 图

性の復元その他に、復元力が降伏値を超えて以後はいままでよりも少し増加率で変位の増大と共に大きくなるとする bi-linear, hysteretic な復元力特性の想定も行なわれる。いずれにしても、復元力と変位の関係は第 6.2.20 図および第 6.2.21 図に示すように hysteresis を描く折線の連続となるから、これを電気的に模擬するためには backlash element が活用されることが必要となる。第 6.2.20 図で示される ideally elasto-plastic な復元力特性は第 6.2.21 図で $k_2 = 0$ とおいた一つの special case であるから、構造物振動系の復元力特性はむしろ一般的な抽象化である第 6.2.21 図の 2 とするものをこゝで考えることにすると、その backlash element を用いた模擬 (simulation) はつぎのようになされる。

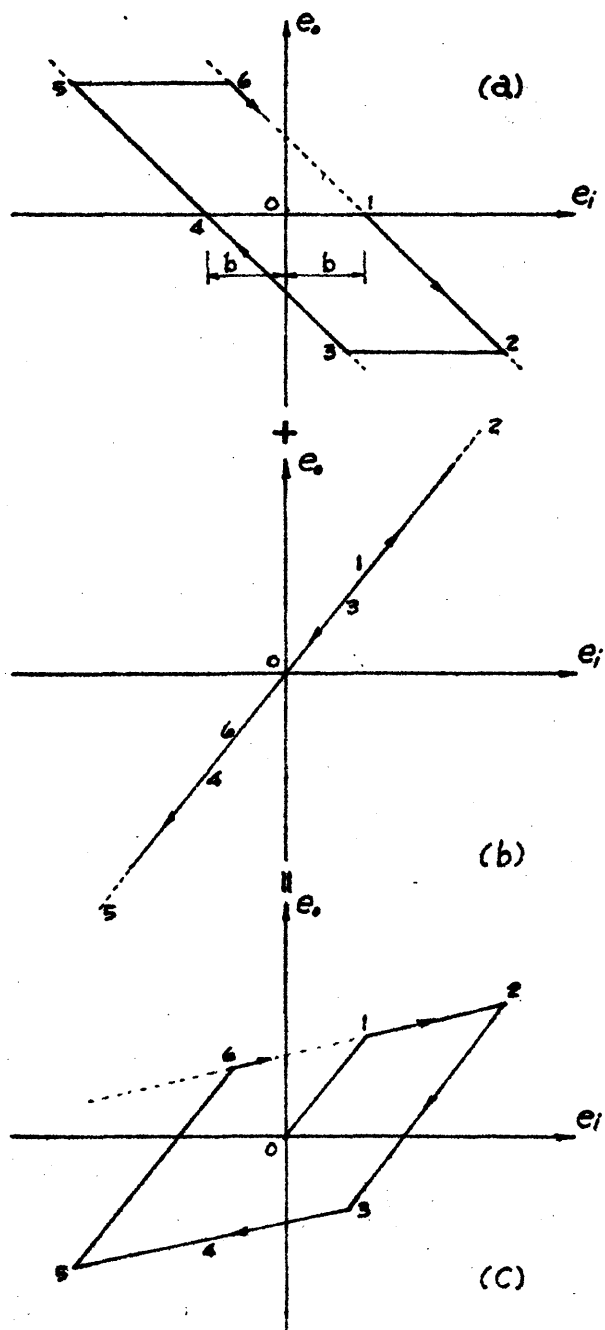


第 6.2.20 図



第 6.2.21 図

第 6.4 表の (7) で示される一般的な backlash 要素に符号変換器を連結して、回路の出力電圧の符号を変えたものは第 6.2.22 (A) 図のようになるが、これに通常の線型要素と potentiometer と介して並列に繋ぐ場合には、その合成された回路の入力・出力電圧の関係は結局第 6.2.22 (C) 図のごとくになる。すなわち最初入力電圧が zero から正の向きに増大する場合、backlash element の出力電圧はある範囲までは zero であり、線型要素が合成された回路はたゞ線型要素の出力電圧のみを出力として示すに過ぎない。しかし、この回路の入力電圧が増大して backlash 要素の zero 出力帯域以上になれば、backlash 自身の出力電圧は発生となり、線型要素の正の出力電圧と相殺されて、合成された回路の出力電圧はいままでよりも小さい増加率で増大することになる。さらに、いま、回路の入力電圧が増大を止め、逆に減少し始める場合には backlash element は入力電圧の減少とは無関係に、それまで示して



第 6.2.22 図

いた出力電圧を維持する。したがって、線型要素と合成された回路の出力電圧の変動はたゞ線型要素のみに支配される。この状態は、入力電圧の変化が backlash element の zero 出力帯域の 2 倍すなわち図では $2b$ の値になるまで続けられる。

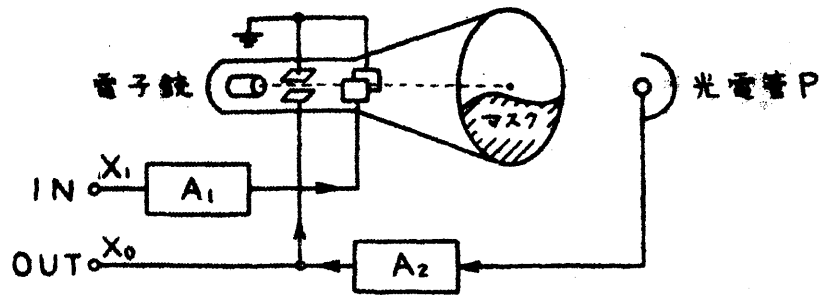
したがって backlash element が一定出力電圧を示す期間においては合成された回路は bi-linear, hysteretic な復元力特性の勾配 k_1 なる直線部分を、そして backlash element の出力電圧が変動し始めるときは、勾配 k_2 なる直線部復元力特性を模擬するといつて差支えない。われわれの計算機に用いられる backlash 要素はオ6.4表の(7)に示すものとはやゝ異なつてその前段の加算器を備えていないから、要素そのまゝでオ6.2.22(b)図に示すような特性を与えるものである。

非線型復元力特性の初期勾配 k_1 は、したがつてこの合成回路の線型要素の入出力電圧特性の勾配に等しく、そしてオ2

分枝の勾配 k_2 は

$$k_2 = k_1 - \gamma \quad (6.2.38)$$

なる式により 線型要素の特性の勾配と backlash 要素の勾配 γ によつて与えられ、そして γ の値は potentiometer で任意に変化せしめられる。backlash element の zero 出力帯域 b の値は結局、振動系の復元力特性の弾性域の幅を規定するものであるが、その値は



第 6.2.23 図 Photoformer の Block Diagram

$$b = \frac{\alpha E}{r(1-\alpha)} \quad (6.2.39)$$

はる式で規定することができる。こゝに E は backlash element の 2 極管入力端子の前段にかかれた定電圧絶対値であり、 α は定電圧 E を potentiometer で分圧する場合の係数である。われわれの計算機では $E = \pm 250V$ 、 $|r| = 1$ 、 $0 \leq \alpha < \frac{1}{2}$ なる値として設計されている。

(b) 任意関数発生装置 (Function Generator)

analog computer によつて問題を解く場合に X の関数 Y 、すなわち

$$Y = F(X) \quad (6.2.40)$$

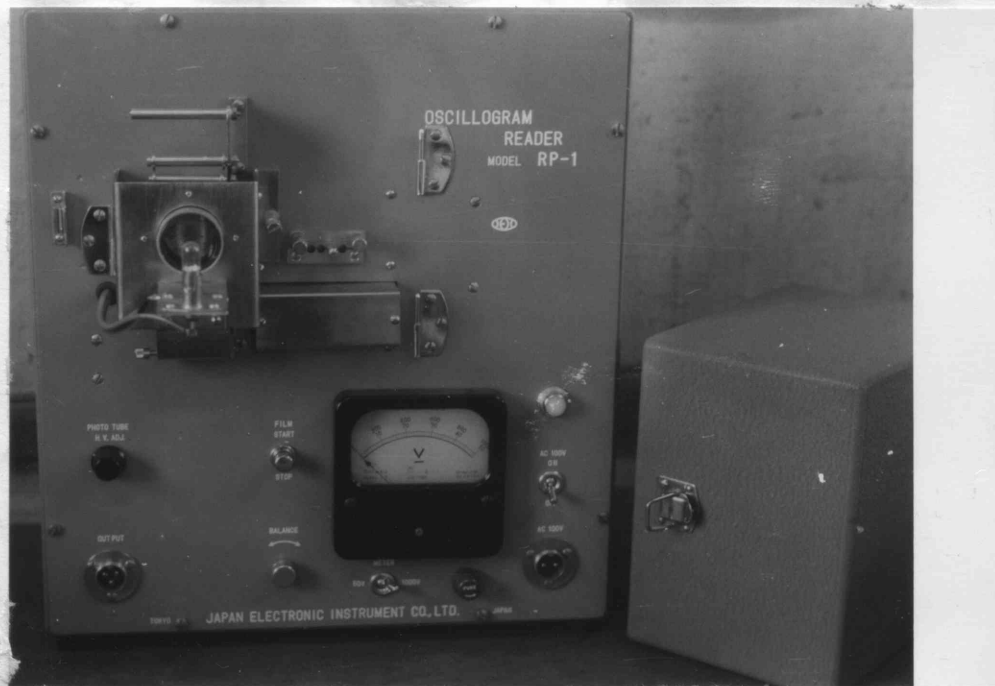
を発生せしめる必要の起ることがある。この関数 $F(X)$ は数式にて表わされるもの、あるいは実験的に得られたもののいずれであつても差支えないが、 Y は X の 1 価関数とする。任意関数発生装置として一般に用いられているものは

- (1) 2 極管関数発生器 (Diode Function Generator)
- (2) 陰極線関数発生器 (Photoformer)
- (3) tap は potentiometer を用いた関数発生器

などである。高速度型計算機には (1)、(2) の方式、低速度型計算機には (2)、(3) の方式が用いられており (6.15)、われわれの計算機には地震波による外力発生装置として (2) の原理と応用した光電式電圧発生装置 (Oscillogram Reader) (写真 6.4) が使用されるので、こゝではまず陰極線関数発生器の原理について簡単に説明する。

Brown 管を用いた関数発生器 (Photoformer) の原理を示した第 6.2.23 図において、

入力電圧は直流増幅器 A_1 を経て Brown 管の水平偏向板に加えられ、垂直偏向板電圧 X が出力電圧として取出される。まず Brown 管の蛍光面に接触して所定の関数 $X_0 = F(X_1)$ と



を表わす遮光 mask を設ける。われわれの計算機では 35 mm 幅の写真用 film に感光させられた地震波形が対象となり、Brown 管蛍光面上の輝点は二次電子増幅型光電管 P で受光し、その出力電圧を直流増幅器 A_2 を経て垂直偏向板に加える。増幅器 A_2 は輝点が mask によって遮光されると輝点を上方に移動せしめようとする電圧を垂直偏向板に加える。輝点は輝点が mask の外に現われるとこれを下方に移動せしめようように働く。その結果輝点は入力電圧 X_1 に応じて mask の縁線をとどめてたむに移動する。したがって垂直偏向板電圧は mask の高さに比例することになり、

$$X_2 = F(X_1)$$

(6.2.41)

なる出力電圧が得られる。

われわれは現在この地震波形電圧発生装置については試験中であつて、この装置を用いて得られた結果についてはまだ十分な検討を加えていないが、一般にこの方式はつぎの理由により理想的なものとは思われていない。

(1) mask の製作が面倒である。したがって閾値の設定に相当の時間と手間を要する。mask は少なくとも 20 cm x 20 cm 以上の大きさの方眼紙に書き、Brown 管に適當な大きさまで

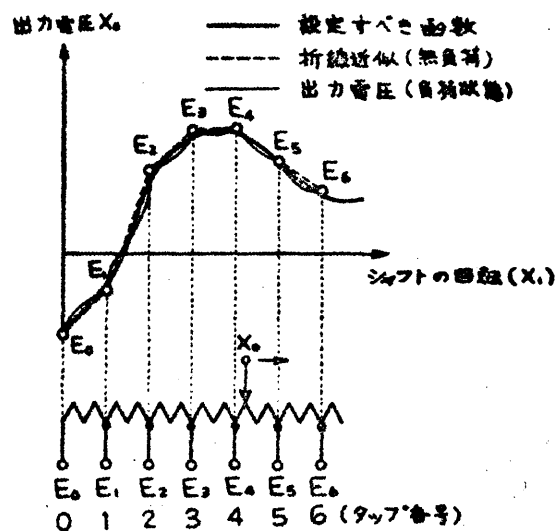
写真乾板上に縮小する。なお図面には校正用の標識を入れ、mask を挿入した後、発生電圧の校正を行なう必要がある。

(2) 精度が低い。mask の設定に細心の注意を拂っても、Brown 管の特性が全段優秀でない限り、約 2% 前後の誤差を生ずる。

Photo-former には Brown 管螢光面上の輝点の上下移動に伴う垂直偏向板電圧を出力にする方式の他に遮光 mask によつて遮光面に通過する光の量（光束）を変化せしめこれを光電池に入れてその出力電圧を増幅する方式も考えられる。しかしこの場合も上記の理由から若干の誤差を伴うべきことは不可避であらう。

つぎに tap 付き potentiometer を用いた周数発生器の概略について説明を加えよう。この型の周数発生器は前述の電子管式周数発生器よりも周波数特性は劣るが、精度、周数設定の容易さにおいて優れている。

tap 付き potentiometer とは前にも示した線型 potentiometer に数十個の中間 tap を設けしものである。potentiometer の軸の回転角を所定の周数の独立変数に対応せしめ、各 tap にその周数値に対応する電圧を与える。例 6.2.24 図はその原理を示したものである。図において太い実線は設定すべき周数の形を示し、実線は無負荷時における近似曲線を、そして細い実線は負荷を接続した場合の近似曲線を示す。



第 6.2.24 図

この種の関数発生器の長所と挙げるとつぎのごとくである。

- (1) 任意の関数が容易に設定できる。
- (2) 負荷と接続した状態で調整が可能であるから loading の補正が簡単である。
- (3) 精度は近似する関数曲線の曲率、tap 数によっても異なるが一般に適当な Tap 数 (20 ないし 50) を有するものを使用すればほぼ 1% の精度が得られる。

(C) 特殊関数発生装置

いままで述べてきた関数発生装置と固定式にしてたとえば $\sin x$ あるいは $\cos x$ なる関数を発生するように作られた potentiometer, あるいはつぎに述べる掛算器を用いて x^2 などの関数を発生せしめる装置が考えられている。その種類はらびに原理は、しにがって、各関数についていろいろであるから、こゝではその詳述は省略する。

(d) 掛算器 (multiplier)

二つの量 X, Y (電圧) の積に相当する電圧を発生する要素である。掛算器としては $1/4$ 自乗方式、時分割方式などの真空管式のものもあるが、低速度型 analog computer には比較的精度が高く、かつ構造も複雑でない servo 掛算器 (servo multiplier) がよく用いられる。

両種の掛算器にはもちろん長所短所があり、真空管式の方は周波数特性は良好であるが精度の劣であり、また servo 掛算器ではその静的誤差は小さいが、応答速度は使用する servomotor の特性によつて支配され、1 cycle/sec 程度で使用すれば 1% 程度の誤差で収まるといわれている。

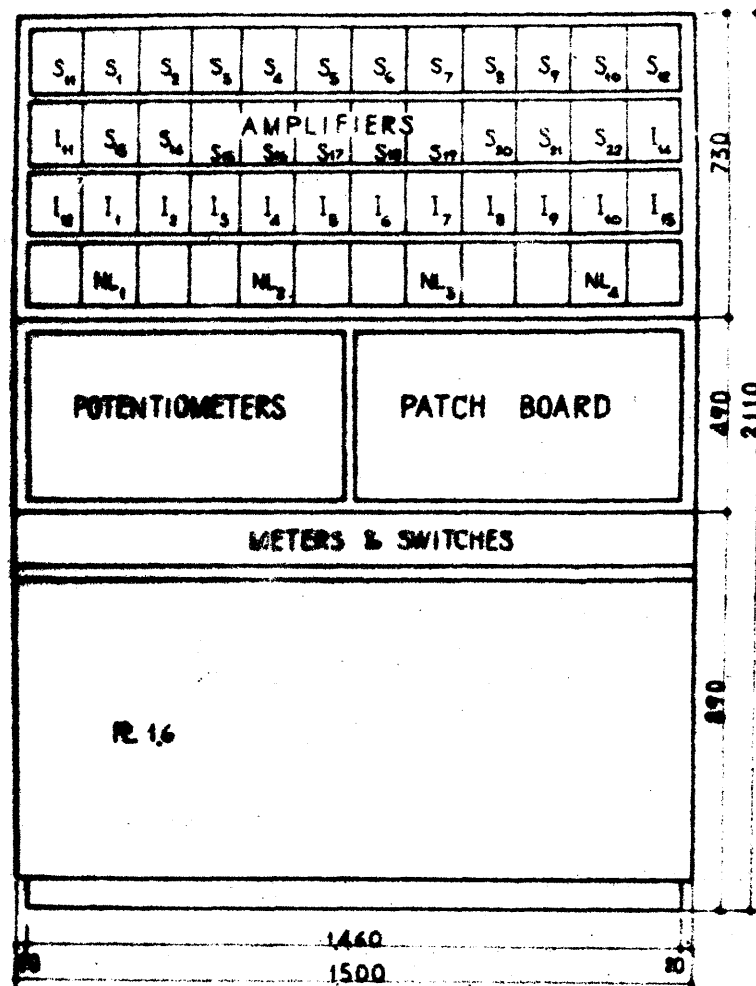
analog computer に掛算器を設置すれば、変数係数をもつ線型定微分方程式の与えられた外乱による過渡応答を求めらること、あるいは Iterative method を用いて変数係数の線型微分系の境界値問題の解析が可能となる他に、いわゆる Duffing の方程式や Van der Pol の方程式で記述されるような振動問題を取扱うこともできる。

6.2.4 計算機の構成法

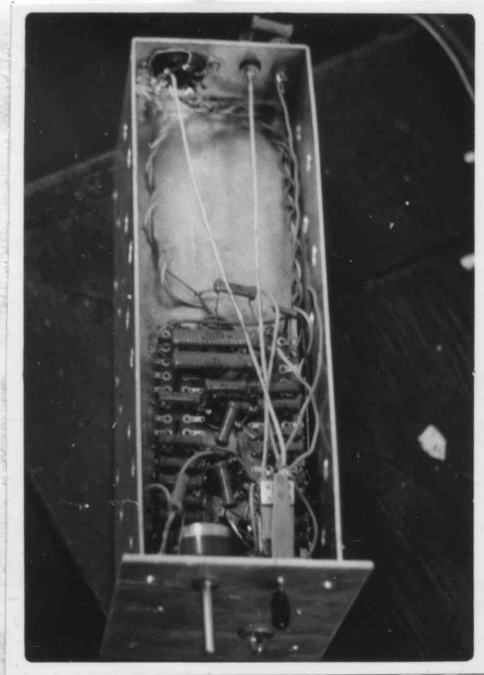
analog 計算機についてその表面 panel 面の装置は三つの機能すなわち調整、演算回路の構成、演算操作と遂行するにわたるものである。(写真 6.1 ならびに表 6.2.25 図参照)。(したがってこれらの装置の設計の良否は直ちにこれら各機能に及ぼす影響をもつので、analog com-

puter の発達と共にこれらの構造にもいろいろの改良が加えられてきた。そのうちで最も計算機の操作に影響するのは演算回路の組立ての難易である。

小規模の計算機においては、演算回路の組立ては表面 panel 面にかかれた線型、非線型各演算要素間と直接 jack で接続することにより行なわれる。この構造のものは低価格であること、端子間の漏洩の影響が少ないことなどの長ですぐれているが、演算回路とそのまゝにして要素の取外しや交換を行なうことができない。そのために最近の大型の計算機にあつてはこれらの演算要素から独立したところに演算回路組立用の plug board を有する central patch bay 方式を採用し、操作を簡単にしてゐる。われわれの計算機では第 6.2.25 図に示すようにその前面の上段に演算用 amplifier (summing amplifier, integrating amplifier, potentiometer および nonlinear element) を収納する 4 段、計 48 個の space があ

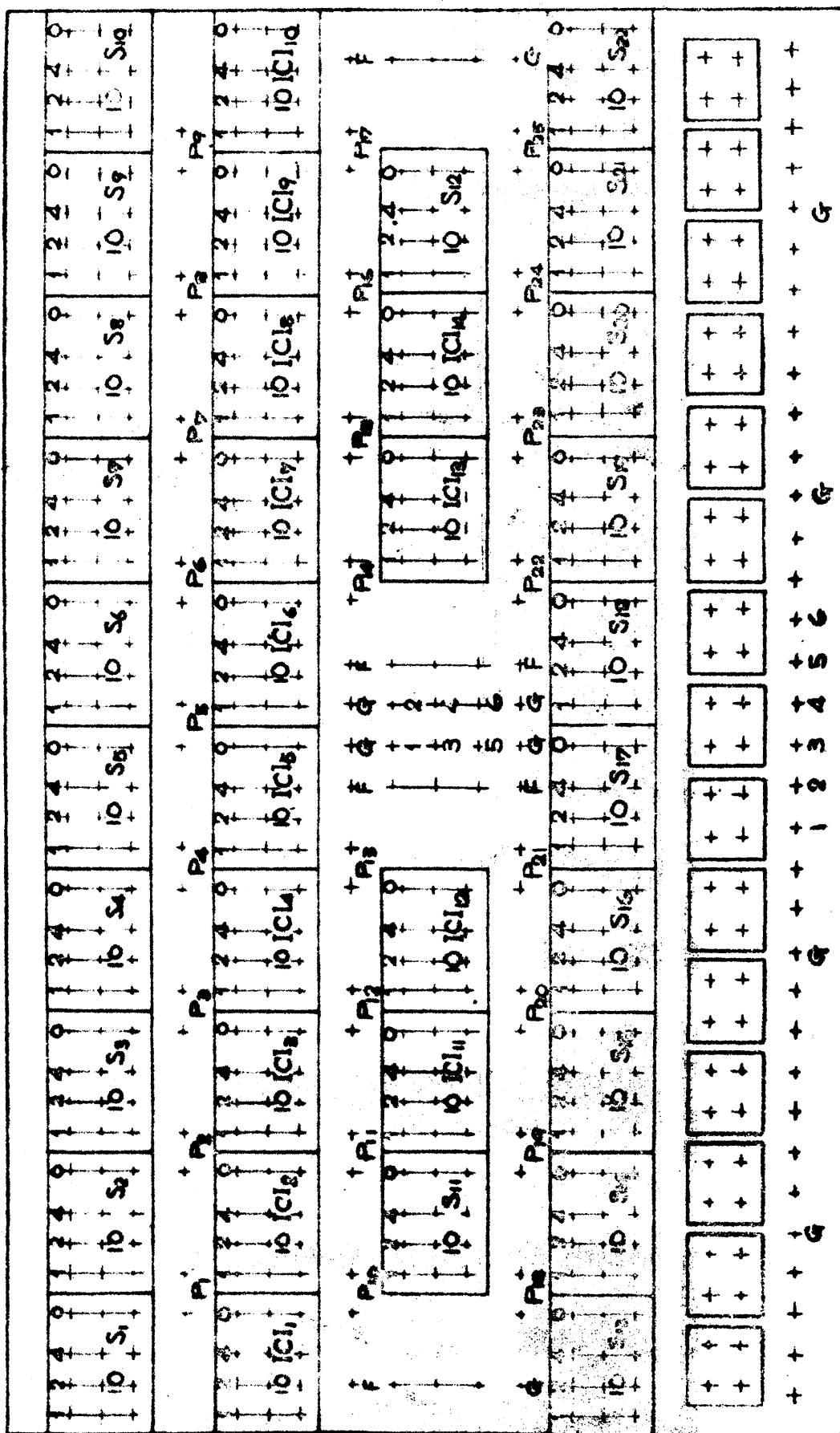


第 6.2.25 図



4. こゝに写真 6・5 に示されるような演算要素が格納される。そして前面中段右側に patch board が設けられ、各演算要素はその上の対応する各端子に接続されている。Patch board は図 6・2・26 図に掲げるように、各演算要素の入力端子群と出力端子群、そして積分器にあつてはさらに initial condition (I.C.) を reset する端子を備え、入力端子群にはそれぞれ入力に掛かる係数、1, 1, 1, 2, 2, 4, 4, 10 が表示されている。その意味は加算器および積分器の入力端子について説明したと同様である。このような central patch bay system によれば、演算回路の構成は単に patch board 上で各演算要素と pinjack と両端に備えた code で接続する操作を行ふに等しく、演算回路は計算機本体にではなく、この panel 上に組立てられる。

なおこの方式のものの中にはいくつかの取外しのできる prepatch panel が用意されており、この panel 上で演算回路を構成して、演算時に patch bay に plug in される。このようにして一旦作成した複雑な回路構成は必要とあらば保存することができ、一つの問題の計算の途中で一時中止して他種の計算を割込ませ、analog 計算機の使用率の向上をはかることもできる。



第 6.2.26 图 Patch Board

つぎに計算機の精度を大きくたなする部分に演算結果の表示記録部分がある。そしてこれは現状では演算系の精度に比して分解能の面で欠ける傾向がある。低速度型 analog 計算機にあつてはその時間周数解の記録には大抵 pen 書き oscillograph (直記式電磁 oscillograph, Direct-Writing magnetic Oscillograph) が使用され、また位相面軌跡の記録などには drum 型 X-Y 記録装置 (servo 型) が使用されてきた。

直記式電磁 Oscillograph 装置の構造は記録紙を送り出す機構と、記録する channel 数に等しい pen-motor の機構とからなっている。この種記録計の特徴を挙げる。

- (1) 精度は 2~5% 程度である。
- (2) 周波数特性は高く、100 cycle/sec 程度まで使用できる。ただし位相特性はそれより低いから注意を要する。

ということになる。1) で述べた解の精度を向上するためには熱線式記録 pen を用いるのがよい。

これは記録用 pen の代りに細い加熱線条を使用し、熱に鋭敏な特殊記録紙上に黒い軌跡を印するものである。

つぎに位相面軌跡の記録に用いられる drum 型 X-Y 記録装置 (Servo-Recorder, X, Y-Recorder) とは入力電圧に比例して pen または記録紙支持体と servo 機構によつて駆動し演算結果を記録するものである。記録紙の支持法により平面型と drum 型とがあり、解の精度の向上のためには大型 X-Y 記録装置 (たとえば variplotter) などが使用される。いずれにしても解の時間応答のみならず任意の二つの量の関係曲線を書き得る利便をもっている。

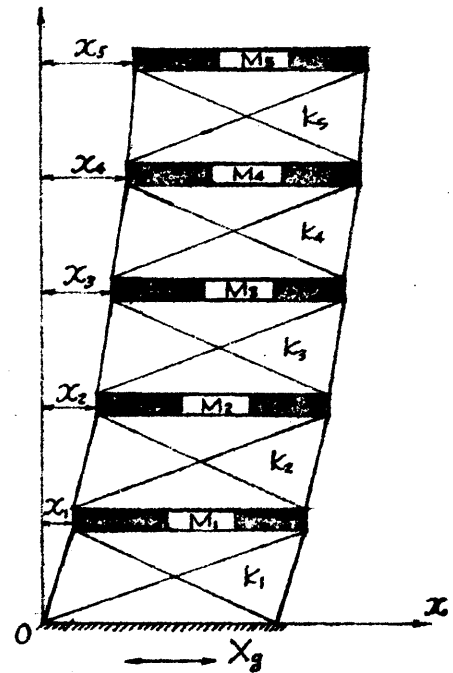
この記録計の特徴は

- (1) 静的精度は 0.5~1% 程度まで上げることが出来る。
- (2) 周波数特性は良好でなく、実用的には 1 cycle/sec 以下で使用する事が望ましい。

ということであつて、この種の記録計は本来低速用のものである。そのために周波数特性の優れていることはもちろん望ましいが、それにも増して重要なことは緩やかな lamp 入力に対して応答が滑らかに行なわれることである。このためには servo-motor と pen または drum 間の動力伝達機構の摩擦や遊びを極力小さくすることが必要である。Servo-motor は慣性 moment が小さく、また tachometer 発電機を備えていることが望ましいとされている。

6.2.5 Analog computer による計算例

電子管式低速度型 analog computer をもつて、耐震工学の研究上重要な構造物の地震応答を求める場合の簡単な例を以下に示す。われわれがいまこゝで取扱う構造物は第 6.2.27 図に抽象されるように一つの鉛直面内で水平並進運動を行なう 5 階建架構とする。建築物の固定荷重および横載荷重が各階床版面に集中し、その各階の全質量を M_i 、また架構の復元要素および減衰要素が建物各階の柱および壁体のすべてによって代表されるものと仮定して、その等価的な各階の相対変位に基づく復元力-減衰力特性を一般的な $G_i(x_i - x_{i-1})$ なる関数表示にて与えられるものとするれば、建築物の基礎面に原点をもつ運動座標系に関してこの構造物が地動変位 x_g の作用を受ける場合の運動微分方程式はつぎのように書かれる。



第 6.2.27 図

$$\begin{cases} M_1 \ddot{x}_1 + G_1(x_1) - G_2(x_2 - x_1) = -F(t) = -M_1 \ddot{x}_g & (6.2.42a) \\ M_2 \ddot{x}_2 + G_2(x_2 - x_1) - G_3(x_3 - x_2) = -M_2 \ddot{x}_g & (6.2.42b) \\ M_3 \ddot{x}_3 + G_3(x_3 - x_2) - G_4(x_4 - x_3) = -M_3 \ddot{x}_g & (6.2.42c) \\ M_4 \ddot{x}_4 + G_4(x_4 - x_3) - G_5(x_5 - x_4) = -M_4 \ddot{x}_g & (6.2.42d) \\ M_5 \ddot{x}_5 + G_5(x_5 - x_4) = -M_5 \ddot{x}_g & (6.2.42e) \end{cases}$$

架構の復元力-減衰力特性を代表する関数 $G_i(x_i - x_{i-1})$ は、もし構造物が直線的な復元力-変位の関係を示す線型系に抽象されるときは、

$$G_i(x_i - x_{i-1}) = k_i(x_i - x_{i-1}) \quad (6.2.43)$$

と書くことができて、 k_i はこの場合一定値ともし等価ばね剛性 (equivalent spring constant, or equivalent stiffness) と呼ばれる。構造物の振動が、その有する内部摩擦、

よって(3)粘性減衰系のそれと同様であると見做される場合には、

$$G_i(x_i - x_{i-1}) = k_i(x_i - x_{i-1}) + \beta_i(\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}) \quad (6.2.44)$$

と書くことにより解析される。

われわれはいま $G_i(x_i - x_{i-1})$ が一般に

$$G_i(x_i - x_{i-1}) = k_i g_i(x_i - x_{i-1}) \quad (6.2.45)$$

なる表示をとる場合について、(6.2.42)式を少し変換する。すなわち、関数 $g_i(x_i - x_{i-1})$ の $(x_i - x_{i-1})$ 面での図線表示は、その勾配が1、い、換えれば、曲線は原点で $(x_i - x_{i-1})$ 軸と 45° の角となして交わるものであるとする。したがって、この場合 k_i の値は振動系の振幅が微小なとき近似される線型振動系の等価ばね剛性の値に等しい、そこで、 $p_i^2 = k_i / M_i$ なる関係で一つの量 p_i と定義し、(6.2.42)式を変形すれば

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + p_1^2 g_1(x_1) - p_1^2 \frac{k_2}{k_1} g_2(x_2 - x_1) = -f(t) = -\ddot{x}_g & (6.2.46a) \\ \ddot{x}_2 + p_2^2 g_2(x_2 - x_1) - p_2^2 \frac{k_3}{k_2} g_3(x_3 - x_2) = -\ddot{x}_g & (6.2.46b) \\ \ddot{x}_3 + p_3^2 g_3(x_3 - x_2) - p_3^2 \frac{k_4}{k_3} g_4(x_4 - x_3) = -\ddot{x}_g & (6.2.46c) \\ \ddot{x}_4 + p_4^2 g_4(x_4 - x_3) - p_4^2 \frac{k_5}{k_4} g_5(x_5 - x_4) = -\ddot{x}_g & (6.2.46d) \\ \ddot{x}_5 + p_5^2 g_5(x_5 - x_4) = -\ddot{x}_g & (6.2.46e) \end{cases}$$

この運動微分方程式から出発して、Analog computer によって振動系の解 x_i を求めるために、われわれは上式を更につぎの形に変換する。

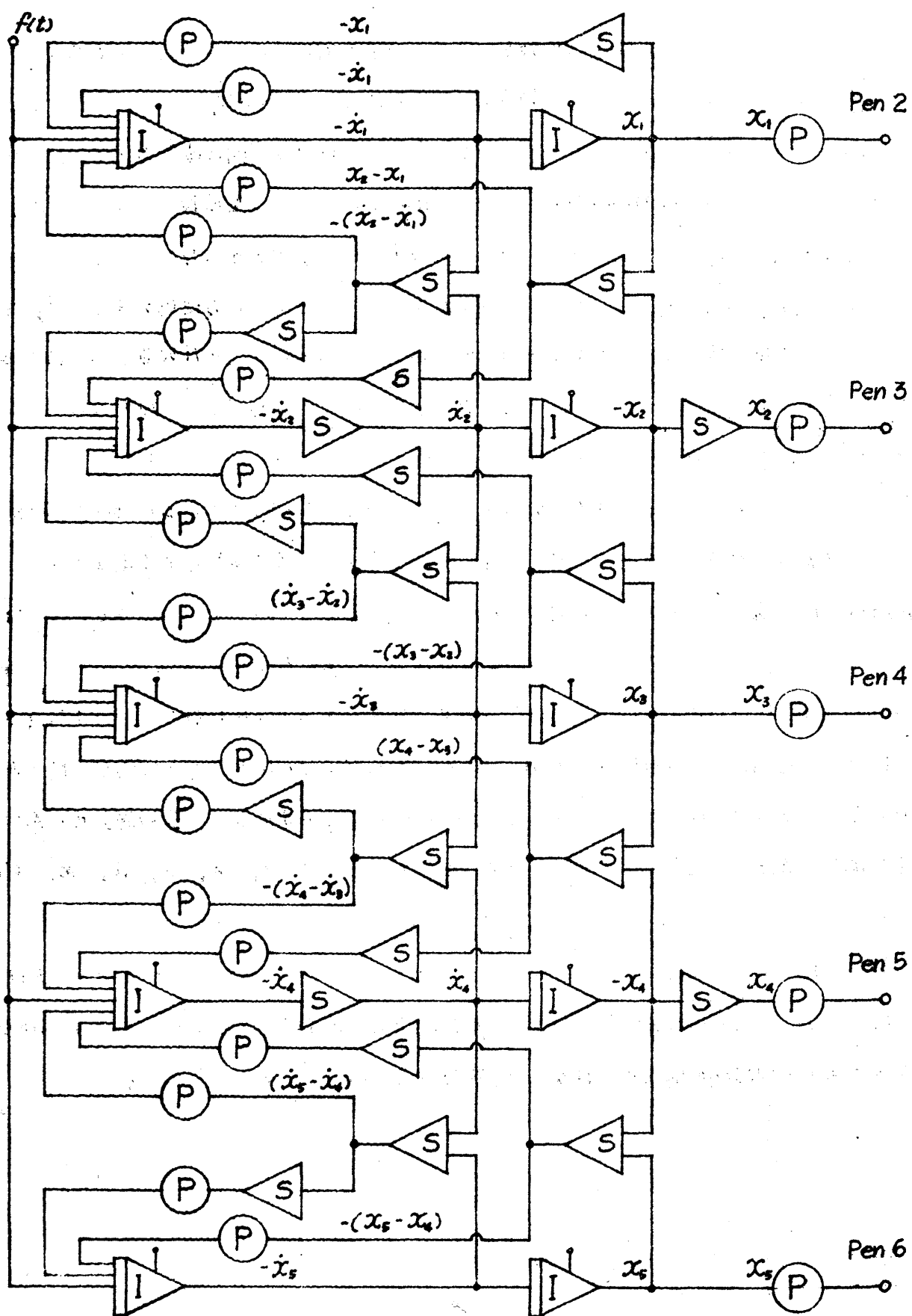
$$\begin{cases} \ddot{x}_1 = -\ddot{x}_g - p_1^2 g_1(x_1) + p_1^2 \frac{k_2}{k_1} g_2(x_2 - x_1) & (6.2.47a) \\ \ddot{x}_2 = -\ddot{x}_g - p_2^2 g_2(x_2 - x_1) + p_2^2 \frac{k_3}{k_2} g_3(x_3 - x_2) & (6.2.47b) \\ \ddot{x}_3 = -\ddot{x}_g - p_3^2 g_3(x_3 - x_2) + p_3^2 \frac{k_4}{k_3} g_4(x_4 - x_3) & (6.2.47c) \\ \ddot{x}_4 = -\ddot{x}_g - p_4^2 g_4(x_4 - x_3) + p_4^2 \frac{k_5}{k_4} g_5(x_5 - x_4) & (6.2.47d) \\ \ddot{x}_5 = -\ddot{x}_g - p_5^2 g_5(x_5 - x_4) & (6.2.47e) \end{cases}$$

上式において、振動系に固有の諸量 p_i および関数 $g_i(x_i - x_{i-1})$ が与えられれば、(6.2.47)式を連立に解くための電気的模擬変換回路は容易に構成することができる。いまそ

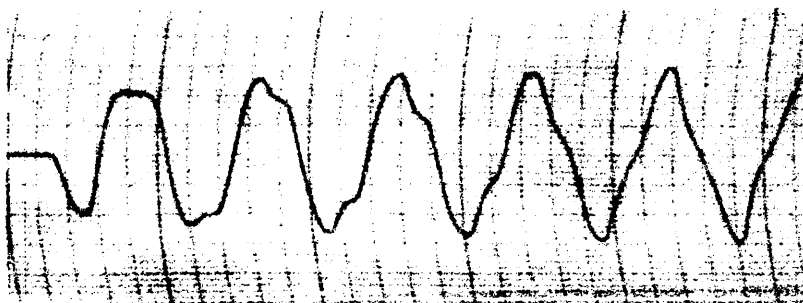
の最も簡単な場合として、構造物振動系の復元-減衰力関数 $G_i(x_i - x_{i-1})$ が線型で、しかも系が各階の相対速度に比例した内部減衰を有する場合には analog computer の block diagram は図 6.2.28 図のように示される。この回路網は 10 個の積分器と 21 個の加算器、そして 23 個の potentiometer によって構成され、この線型振動系の各階の剛性、質量、および粘性減衰量に応じた特定の系の特性が adjust されるようになっている。そして、適当な外力関数 (forcing function) 発生装置によって与えられる地動加速度 $-\ddot{x}_g$ すなわち $f(t)$ は 5 個の積分器の入力電圧の時間的変動として加えられ、それが各 1 回の積分演算の後には系の速度を示すものとして積分器の出力電圧の時間的変動となつて現われる。これらの系の各階の速度を組合わせて、上下階の相対速度を作ることは加算器を用いて容易になされるから、それらの更にもう一度積分されたものの差とともに、初段の積分器に feed back することによって (6.2.47) 式を正しく解く意味である。第 2 段の各積分器の出力電圧を potentiometer にて適当に低減して記録計の amplifier に導けば、解、 x_i , \dot{x}_i あるいは $(x_i - x_{i-1})$, $(\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1})$ が直記式 oscillograph の記録紙上に画かれる。

図 6.2.29 図はこのようにして求めた非減衰線型振動系の過渡振動解を示し、また図 6.2.30 図は各階の減衰量が critical damping の 20% となるように定めた場合の解である。これらは共に図の最下段に示されるような 1 cycle の正弦加速度波が、最初静止せる系に作用した場合の各階の変位 x_i を示すもので、図の上から順に x_0 , x_1 , x_2 , x_3 , x_4 が記録されている。

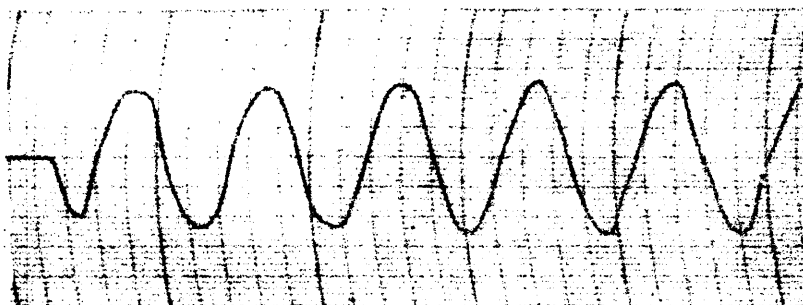
振動系に粘性減衰がなく、また復元力特性が, ideally elasto-plastic であつて履歴性を画く場合には、各階の相対変位量に従つて規定の復元力を生ぜしめるように 5 個の backlash 要素を併用して回路網が構成せられる。その様子は図 6.2.31 図のようである。



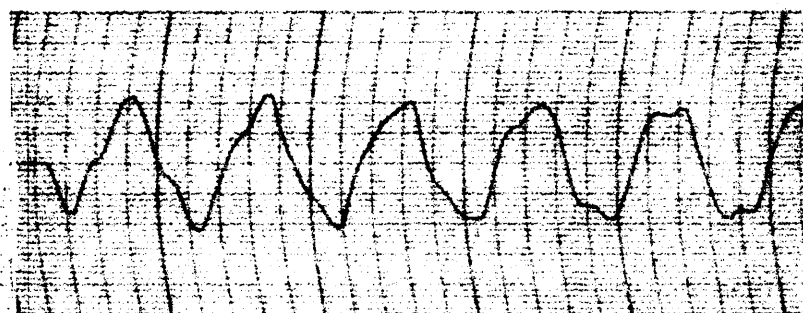
第 6 · 2 · 28 图



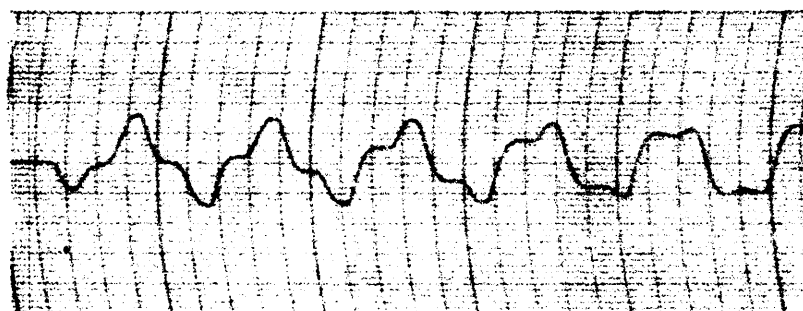
x_5



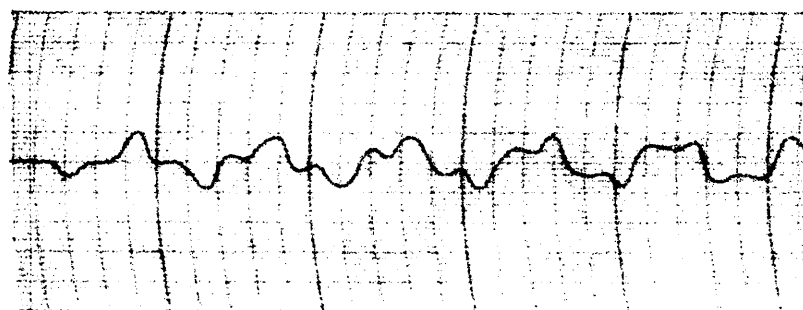
x_4



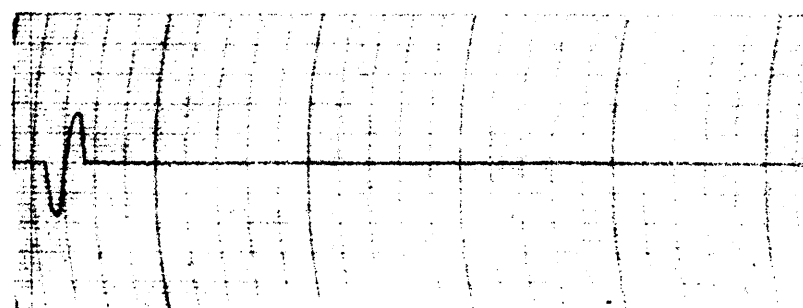
x_3



x_2

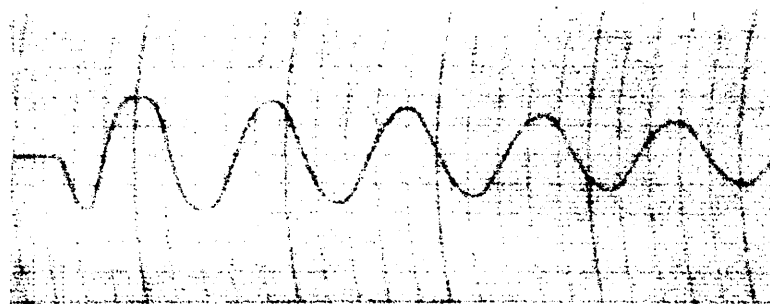


x_1

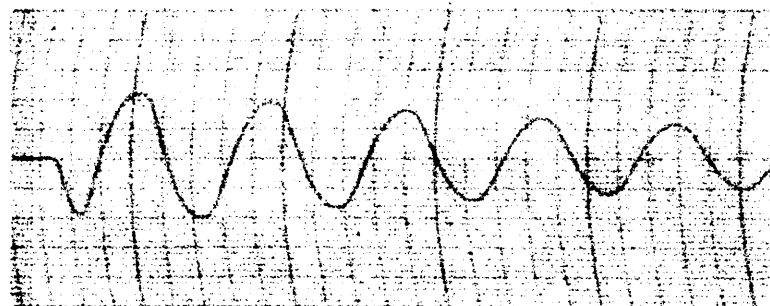


地動加速度

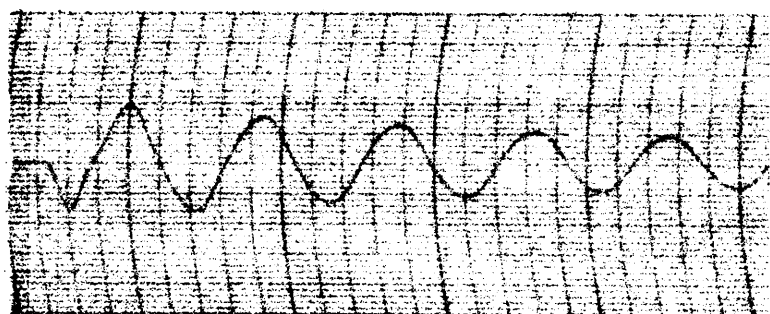
第 6.2.29 図



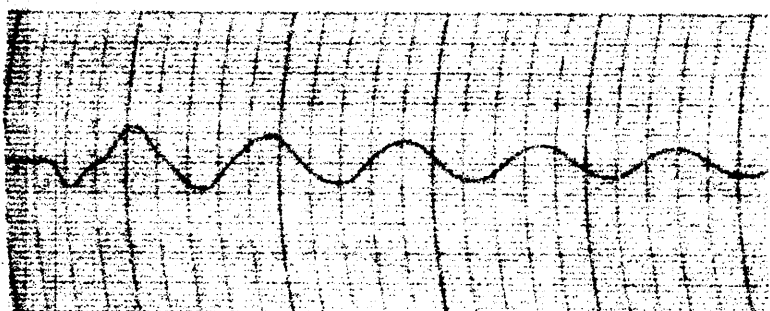
x_5



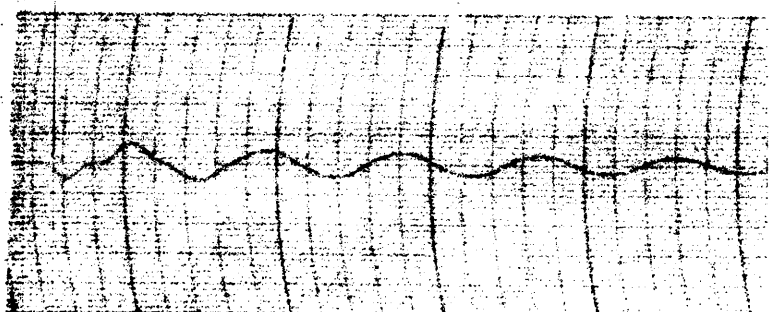
x_4



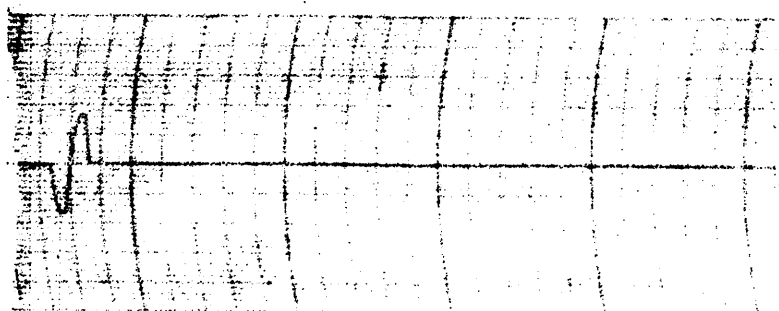
x_3



x_2

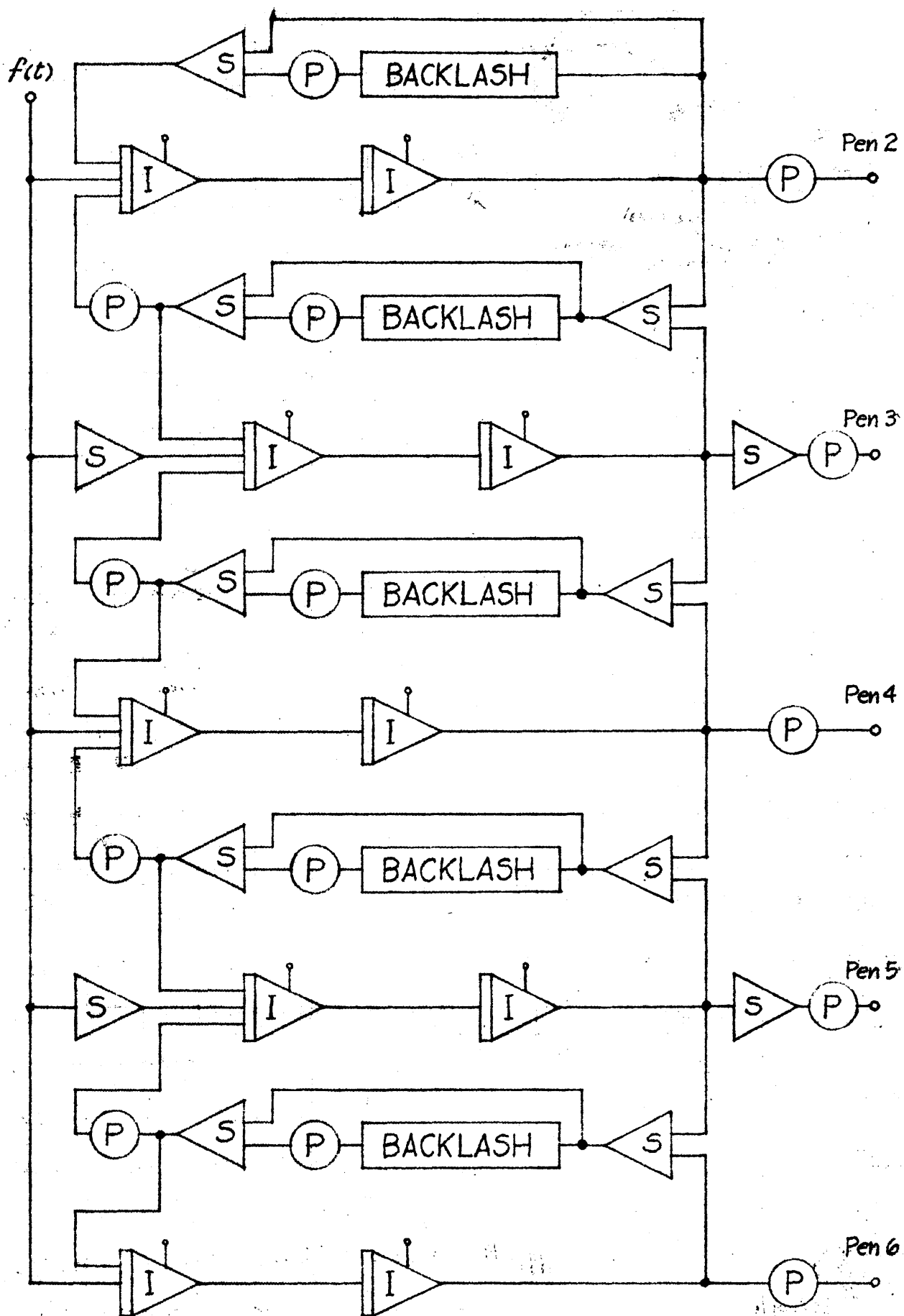


x_1



地動加速度

第 6 · 2 · 30 図



第 6 · 2 · 31 圖

第3章 Digital 型電子計算機の耐震工学への応用

6.3.1 その歴史的な回顧ならびに考察

建築構造物の地震応答を求めるために digital computer が用いられたのは E. C. Robison が最初であるといつてよい。Maurice A. Biot が 1942 年に Helena 地震 (1935 年) の余震記録と Fernandale, California, において記録された中震に基づいて、振れ振子の原理と応用した mechanical analyzer によつて単振子振動系の地震応答 spectrum を求め、これを彼の "standard acceleration spectrum" と名付けたことはすでに述べたがこれと同様な立場から、Columbia University, New York, の Watson Scientific Computing Laboratory で Robison が El Centro, California, で 1940 年 5 月 18 日に記録された地動波形と 1 自由度振動系に与え、その response と digital computer によつて求めたのである (6.16)。その解析に用いられた digital computer は性能、容量、計算速度などの点において今日広汎に用いられている機械に比べてはるかに劣るものであつたけれども Robison の解析はとに角、構造物の複雑な地震応答と計算機によつて能率よく求め得ることとを示し、それ以後の多くの研究者が digital computer の耐震工学への応用を要剣に考えようとする刺激を与えたものとして高く評価されるのである。

Robison や Biot の研究とさらに併進せざるに、計算機を用いて構造物の運動の時間的な移り変わりを求めようとする機運は、その後電子計算機自身の発達と相俟つて段々と円熟して来たように見受けられ、1956 年にはオノ回世界地震工学会議において T. P. Tung および N. M. Newmark 両博士が強震時の高層建築物に働くせん断力の大きさをばらばらに分布と求めた研究 (6.17) は建築物の耐震研究における近代 digital 計算機の応用の pioneer 的な役割をなしたものであるといつてよい (6.18) ともいわれている。その研究は 10 階の模型復元力をもつ建物の response と Newmark 博士の β 法を用いて直接数値計算したものであるが、このように自由度の多い振動系の問題に取り組むことのできたのは優秀な ILLIAC (University of Illinois Automatic Computer の略) をもつてしてはじめて可能であつたのである。

構造物の動的解析は一般に静的な外力に対する構造物の挙動を求める場合よりも問題が著しく複雑であるから、計算機は最近特に有効に利用される。広義の構造物の動的解析に含まれる、振動系の固有周数、固有値を求める問題や定常振動解を求める問題と全年列に考えられて

いる“外力による構造物の運動と時間との関係を求める問題”にあつては、線型の振動系に於いてその固有振動型と利用したいいわゆる modal analysis による場合もあるけれども、振動系が非線型復元力と外力（地動）が複雑な一般の場合には step-by-step 演算によるなければならぬ。そしてこの step-by-step 演算がその性質上 digital computer が有効に利用される計算の一つなのである。

この場合の step-by-step 演算は phase-plane-delta method における step-by-step graphical construction とは趣意を異にして、現象の時間と極めで細かく等間隔に分割し、

各分割時間における response を計算して行くものを指す。それは digital computer の演算原理から当然派生されて来たものであつて、実際の応用面ではこの step-by-step method が実用上の必要性から出発したために、当初は数学的に厳密に検討されないままに使用された場合も少なくなかつたようである。しかし、digital computer による数値計算に対する興味とその必要性が増すにつれて、digital computer に最も適した形式の step-by-step 数値計算法自体の研究も行なわれて来た(6.19), (6.20) ことも決して見逃し得ない事柄である。それは構造物の地震応答を手動計算機で人為的に求めようとする差分法の適用(6.21)に於いては“計算に要する労力”を最少にするために、時間間隔の幅と許し得る限り広くとつて、しかもかなり精度を得ようという要求から出発しているのに対して、digital computer に適用する場合には計算に要する労力は問題とせず、むしろ“計算の精度”を向上することに重点が置かれるからである。

Step-by-step method による場合に、計算誤差を生ずる原因としてつぎの二つが考えられる。一つは関数の近似により各 step で生ずるものであり、他方は丸め(round up)および近似によつて正解からはずれることがその step 以後の全段階に影響するものでこれを propagation error と呼んでいる。前者は時間間隔を小さくすればとらほど小さくなり、また後者は step の数が増せば増すほど大きくなる。したがつてある定められた時間内の数値積分を step-by-step 演算によつて行なう場合にはこれら二つの相反する傾向、すなわち一つの step 幅を小さくとつて関数を近似する場合の丸めの誤差を小さくすることは結果として step 数を増し、そして propagation error を増大せしめることを十分考慮して、誤差の面からは結果の誤差が最小になるように step 数と定めなければならないことになる。この問題は計算

方法、微分方程式の形、外力の形、programmingの方法などによって異なるものであつて、卓上計算機による計算の程度では独立変数たる時間の分割数を増すほど精度は向上すると考えてよいが、digital computerで計算する場合、従つて時間間隔を小さくすることは計算時間を増すのみならず、誤差の間からも好ましくないことなどが数学的誤差、収斂性、および安定性などについての考察から明らかにされている。

数値積分法については現象の物理的考察から出発したもの、さらに厳密な数学的考察から出発したものとに分類することができよう。すなわち前者には (a) Constant-Acceleration Procedure, (b) Linear Acceleration Procedure, (c) Constant Velocity Procedure, (d) Middle-Acceleration Procedure, (e) Newmark's β method などがあり、また後者に属するものとしては (a) Taylor 級数による方法 (b) Milne の方法, (c) Runge Kutta 法, (d) Euler 法 (e) Central Difference Formulae その他が挙げられる(6.22)。つまり digital computer を如何に上手に利用し、短かい計算時間で精度の良い結果を得ることが出来るかということは、その基礎となる数値積分法について習熟し、使用し得る computer の特色と十分に發揮せしめるために、上のような方法が考案され、実際に試みられてきたのである。

地震動を受けに建築物の response の解析に digital computer を利用することが米国の研究者によつて創始されたが、この方面の研究はその後米国内において盛であつて、1960年7月にわが国で開催された第2回世界地震工学会議にも digital computer の利用に関連した多くの論文が発表された。この会議で発表された構造物の地震応答と求める解析関係の論文では問題の特殊性から、わが国および New Zealand の研究者による研究はむしろ analog computer を使用したものの方が多かったが、ひとり米国の研究者のやが優秀な digital computer を駆使して、貴重な解析結果を発表したことは注目すべきであらう。構造物の地震応答の解の精度、計算方法の一般性、また計算の容易さ、非線型問題への適用性などと考慮すれば、この方面の研究も今後ますます digital computer を用いるものが多くなることが予想される。そして最近とくに注目すべきことは、米国内においては実際の地動加速度を digital 計算用に便利のように punch しておき、これに対する response を求めていることである。この場合、地震動はかなり短かい周期の振動であるので、これを用いる場合、時間間隔を充分小さ

くとも必要が生じてくる。

こゝでこの会議に提出された論文の中、構造物の地震応答を digital computer で求める研究の中比較的重要なものと挙げて、簡単な考察を施して見よう。

1) Jennings, Newmark の研究 (6.23)

(ILLIAC)

N. M. Newmark 教授と R. L. Jennings 氏は前述の Tung Newmark の研究したものと同様の問題を modal analysis を用いて解いた。すなわち、直線型分布質量および剛性を有する多質点系に置換された 4 階、8 階および 16 階の構造物に地動として U. S. Coast and Geodetic Survey で得られた 12 個の強震記録によるものとをえ、そのときの構造物の response を Newmark の iterative β method によつて求め、併せて modal analysis による計算結果から、後者の適用性を検定している。Digital computer の計算には地動記録を ILLIAC の input routine に適するよう直している。そして計算ではこれらの構造物にその静止座標を規準とした絶対減衰分布が一様に働く場合と考えて、その減衰係数がいろいろと異なる場合と取扱つた。この場合、線型振動系の過渡的な response を求めるために、この研究で採り上げられた modal analysis はある種の減衰分布でのみ可能であらうことが suggest されたが、しかし、一様分布の減衰を有する場合 modal analysis はできなかった。したがつてこの論文では modal analysis との比較は専ら無減衰系に対して論議されている。そしてその結論としては、無減衰に近い構造物が地震動のような複雑な外力を受ける場合、各 mode について行なつた計算値を加え合せる場合に、位相差を考慮せずに各 mode の絶対値の 4 から response の最大値を概算することが出来ることを述べている。

いずれにしてもこの研究は従来、企てられながらも実現されなかつた問題の解析を高速の ILLIAC 計算機で行ない得たところに特色があり、digital computer の有用性を示すものとして評価されている。

2) Veletsos, Newmark の研究 (6.24)

(ILLIAC)

米国の現行規準による設計用水平力係数(震度に相当する)は、構造物振動の弾性範囲で得られる spectrum から、かなりの減衰を考慮して得られるものに比べてはるかに低い値にとられているが、それでもなお実際の構造物の耐震安全性は保たれていると考えられる。その解明のためには構造物の弾塑性域における地震応答解析が不可欠であり、事実鉄筋 concrete 構造

や鉄骨造ではその全弾塑性変形の弾性限界変位に対する比として定義される ductility factor が4程度までは安全とされている。

Veletsos, Newmark 両教授は簡単な粘性減衰を含む完全弾塑性の1自由度系が1940年の El Centro 地震および1933年の Vernon 地震を受けに与る response の解析と digital computer (ILLIAC) によって行なった。解には Newmark の β 法を用いているが、まず構造物の振動特性と種々の parameter によって表すし、それらの組合わせによってこの1自由度系の地震時の最大弾塑性変形量 U_m と、同一弾性周期をもつ線型振動系の最大変位の比 U_m/U_e ならびに ductility factor μ の値を計算した。これからは graphical interpolation によって与えられた粘性減衰の量に対して、比 U_m/U_e が μ と parameter として系の周期と横軸とする spectrum が求められる。全係に振動系に生ずる最大剪断力と重量の比 (Q/W) が全く μ と parameter として、spectrum 表示される。このような spectrum を4軸座標座標表示で示しにものから、構造物の耐震設計に際して考慮すべき問題が示唆され、また構造物のもつ hysteresis 特性までも考慮に入れた耐震解析が設計上非常に重要であり、且つ、有利なものであることが強調されている。

3) Berg, Thomaides の研究 (6.25)

低い設計用水平力に基づいて建設せられた構造物が過去の二、三の強震を受けてもなおその安全性を示している事實は構造物の弾性応力域にかける粘性減衰のみでは説明できないものであつて、この事實の解明には構造物の弾塑性力学的特性によって定められるところの弾塑性応力領域での全 energy 傳達特性、および energy の特性、および粘性と非弾性変形に基づく hysteresis による energy 消散などからなる減衰特性を評価する必要がある。

このため、Berg 教授と Thomaides 氏は前に示した Veletsos, Newmark 両教授が取扱つたと同様の完全弾塑性特性と粘性減衰を有する1自由度系を考へ、hysteresis を考慮に入れて計算と Michigan 大学の高速 digital computer によって行なった。この研究で用いた入力は1940年5月18日の El Centro 地震記録の他に、El Centro 1934年、Olympia 1949年、Taft 1952年の強震計記録が用いられた。そしてそれらの作用による振動系の全傳達 energy E (Total input energy) および弾塑性変位の spectrum を計算した。

この場合の digital computer analysis には Runge-Kutta の Third order procedure

が用いられている。

1940年5月18日に El Centro で記録された地震は最大加速度 $0.32g$ のものであり、最近の米国における耐震研究では digital computer によるものに限らず analog computer によるものもこの El Centro 地震に対する response spectrum を計算しているものが多く、米国における standard earthquake のように考えられている。

つぎに述べる Penzien の研究にもこの El Centro 地震の記録が用いられる。Berg 教授は digital computer による計算の精度と慣用の analog computer で求めた結果と比較してその差異が 10% ないし 15% 以内に収まることと、punched card accelerogram と積分することによって得られる地動速度や地動変位の値がそれ以前に analog computer で求めた値と良く一致することから、地震記録を digital computer で整理し、構造物の response を求めることの有用性を論じている。

4) Penzien の研究 (6.26)

(IBM 701)

いさゝで述べた 2) 3) の研究がいずれも 1 自由度の弾塑性、hysteresis 特性をもつた振動系を対象としたものであったが、Penzien 教授は構造物の安全性ないし耐震性は構造物のもつ減衰性、とくに応力の塑性域における energy 逸散の減衰に負う所多大であるとの立場からせん断型の変形を行なう多質点系の弾塑性 response を 1940 年 5 月 18 日の El Centro 地震記録を入力として digital computer (IBM 701) を使用してその無次元最大変位を spectrum 表示している。この場合 IBM 701 による step-by-step analysis の結果は振動中の構造物の maximum dynamic response と、個々の response の時間的経過とが知れるように program がなされたが、演算結果の記録時間 (printing time) と節約するため、結果は主に前者により、後者は時々 program を check する意味で用いられた。Penzien は El Centro の強震記録が 30 秒の継続時間と示しているのに対し、演算時間間隔を 0.01086 sec に採り、また積分演算には mid-acceleration 法を用いてゐる。この方法は構造物の各層のある時刻における変位、速度、加速度の値 u_i , \dot{u}_i かよび \ddot{u}_i が既知であると微小な時間間隔 τ の中間 (mid interval) における u , \dot{u} の値、 \bar{u} , $\bar{\dot{u}}$ はそれぞれ

$$\bar{u} = u_i + \dot{u}_i (\tau/2) \quad (6.3.1)$$

かよび

$$\bar{u} = \dot{u}_i + \ddot{u}_i (T/2) \quad (6.3.2)$$

で与えられ、したがって、その時間間隔の終りでは

$$u_e = u_i + \dot{u}_i \cdot T + \bar{u} (T/2) \quad (6.3.3)$$

$$u_e = \dot{u}_i + \bar{u} T \quad (6.3.4)$$

となることが示される。ただし \bar{u} は各時間間隔の中間における加速度の値であつて、これを用いるゆゑに mid-acceleration の名が付けられている。

Penzien 教授は digital computer によつて多自由度系の広汎な弾塑性解析を企てた最初の研究者であるが、その超大な結果の整理法は response の無次元化表示によつて極めて簡括なものとなつてゐる。この研究においても弾性振動系に対して modal analysis が試みられてはいるが、弾塑性系に対してはその結果と transient は response spectrum の結果とが容易に結びつかない奥が、このような手段による response の量的評価の困難さが存在する。しかしこの研究によつて digital computer の耐震工学への有用性が如実に示されたものとして非常に注目されているのである。

以上の若干の例に挙げた各研究によつて、構造物の地震 response を求める分野において digital computer が広汎に活用せられ、そしてその結果が従来の手動計算機による step-by-step 演算の結果と比較せられるならば、精度、計算量、所要時間などあらゆる点において極めて優れた digital computer が広く耐震工学の分野において占める重要性が容易に認識されるであらう。そしてこの computer は単に構造物の地震応答を求めることのみには用いられるのみならず、また結果の解析や、総合的な集計においても威力を發揮することになるのであるから、将来の耐震工学において analog および digital computer の利用はもはや欠くことのできないものとなつて行くことは疑がう余地もない。その段階においては研究者は問題の提示と、假設の現実性、解析手段の検討、そして結果の考察の段階における一連の工学的判断と要求されるのみとなるであらう。そして、これからは過去の研究のように計算にその研究時間の大半を費すようなことはほとんど皆無という時代に入つて行くものと考えられる。

解析手段の検討という問題に関連して、こゝで少し触れておきたいことがある。それは、いふまでに述べた Jennings および Newmark の研究、そして Penzien の研究においては弾性、あるいは弾塑性の多自由度振動系が対象となつてゐるが、その解析に modal analysis

が試みられていることである。この解析法はまた analog computer による解析にも見られた。たとえば D. E. Hudson は 1957 年 3 月 22 日に起つた San Francisco 地震 (中震) によつて同市内の Alexander Building で強震計で記録された response の解析を California Institute of Technology の electric analog response spectrum analyzer で計算し、そしてこの建物の各次の振動 mode についての解明を試みている (6.27)。一般に外力による構造物の運動の時間的変動を調べる場合に、線型理論によつて弾性振動系の固有振動系を求め、それらの各次振動系に各単独に地動が作用した場合の解を求め、そしてその解をすべての次数について加え合わせて行くいわゆる modal analysis は構造物の復元力特性が完全弾性で、しかも構造物の振動減衰要素の分布がある定まつた形状となる場合においてのみ正確な解をわれわれに与えるが、さもないとまはこの analysis によつて得られた解の妥当性は極めて疑わしくなる。それはもし構造物が何らかの非線型復元力特性を示す場合には principle of superposition が成立せず、したがつて 厳密には各次の mode の response と加え合わせても構造物の正しい response は得られないからである。そして、特に各次の mode の位相関係を考慮に入れる場合にはこの様相はますます複雑である。

前述の各研究はこのような事柄と既に了解した上で、尚且つ実用的な簡便性と、そして 1 自由度振動系に対して与えられる standard velocity response spectrum の多自由度系に対する拡張とを目的としたものであるから、その研究の意図には肯づけるものはあつても、たとえば D. E. Hudson が対象とした中程度の地震に対して modal analysis と実測値との一致は、その構造物の強震 response に対する modal analysis の妥当性を必ずしも予断しないから、別に強震記録との比較を望むという批判も少なくない。

6.3.2 Digital computer の特徴ならびに構成の概要

Digital 型電子計算機の特徴としては

- a) digital 型の精度が良好で、万能型として使い易い、
- b) program を内蔵する方式をとるとは演算速度が速い、
- c) 判定回路によつて命令の変更ができ、自動演算が可能である。

ことが挙げられる。

digital 型というのは analog 型のように物理的な dimension をもつた量を直接扱うの

ではなく同じ次元の物理量と比較して *non-dimension* の数値や状態として判別する方法であるから、したがって *digital* 型の計算機は桁数の増加に因して *analog computer* のように工作上からの本質的な制限や建設上の経済的負担からの制約がなく、また取扱う数値の大きさに不同があつてもよいことになる。すなわち *analog computer* では計算機のもつ演算要素の数によつて、その計算機のはし得る演算の規模に自ら限界が劃されるのに対して *digital computer* にはこの制約は存在しない。たゞ現状では1台の *digital computer* を備えることは、われわれが必要とする規模の *analog computer* と数台備える程の軽量を要するので、

このため、設置されるべき *digital* 型計算機は勢い万能型でしかも計算速度の速いものが要求され、なるべく多くの研究者の共同利用が図られなければならない。

この形式の近代電子計算機の大まな特徴は、その動作のためのあらゆる指令とあらかじめ人間によつて入力装置 (*input unit*) から記憶装置 (*memory storage*) に入れ、この内蔵された *program* に従つて自動的に高速に計算を行ない、そして算出された結果をもつゞつゞに利用されて行くことであつて、その都度速度の速い入力指令によつて制御されないことである。さらに計算結果と判定し、その正負、大小、回数如何によつて行なう動作を変更することゝでき、更に演算に関係する数値や命令をも自動的に修正することが可能である。これらのことは既に多くの著書や解説書に述べられているが (6.05, 6.06, 6.28, 6.29)、

こゝでは a) の特徴となる *digital* 型の高速演算素子、b) の特徴となる記憶素子、ならびに c) の特徴となる *register* 相互間の動作に重点を置いて簡単な説明を加えて見よう。

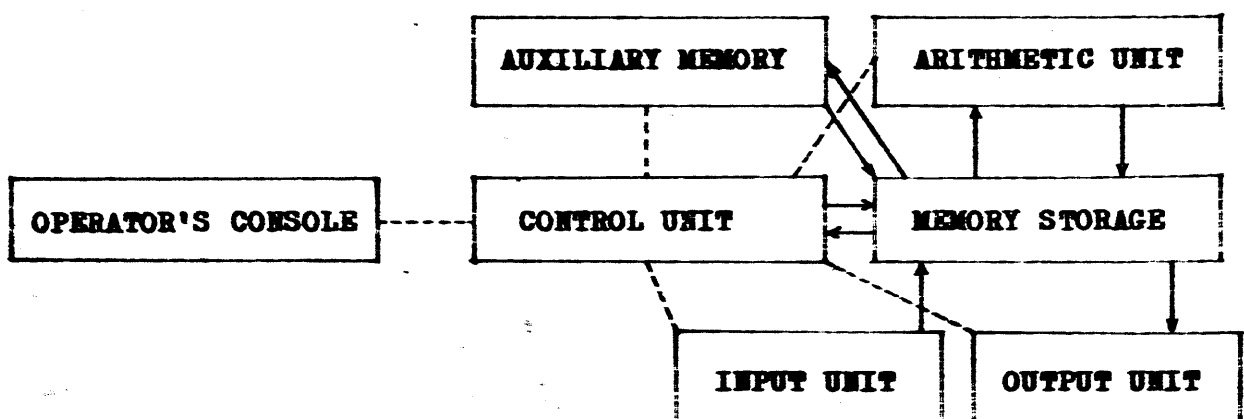


表 6.3-1 図. 電子計算機の block diagram

第 6.3.1 図には代表的な電子計算機の block diagram が示される。入力装置 (input unit) としては analog-digital 変換器 (A-D 変換機)、磁気 Tape, punched card あるいは punched tape の機械的読取器、あるいは光電式 Tape 読取器などがあり、また出力装置 (output unit) としては card あるいは tape の穿孔器、印刷器 (printer)、電字写速 (電字写速) などが用いられている。電子的に高速に動作するものには記憶装置 (memory storage)、演算装置 (arithmetic unit) ならびに制御装置 (control unit) がある。図で実線は digital (2 価的) に表示された情報 (information, 数値, 命令など) の流れを示し、点線は制御信号の通路を示す。計算に必要な数値、計算すべき命令の種類や計算に用いる数値の address、また現在行なっている演算の program 中での番号などもすべて定められた時刻における pulse の出力の有無として表わされる。演算の番号などの記憶は補助記憶装置 (auxiliary memory) で行なわれるのが普通である。

計算機の手動による制御は主として operator's console (操作卓) を通して行なわれる。この console にはつぎのような各種の機能が与えられているのが普通である。

i) 各種の記憶装置や演算、制御装置 (registers, memory storage) の内容を lamp array によって表示する。

ii) 計算の進行状態、停止、終了、選取、overflow などの計算機の状態が console 上の lamp によって表示される。

iii) 計算の開始、停止、や/段階づつの計算を行なわせるための button 操作を行なうことができる。

演算は数の表現法 (2 進、10 進、bi-quinary, excess 3, 2 out of 5, 8 進、16 進など) によって相違する。一般にわれわれが日常の計算を行なう場合には 10 進法が用いられているが、多くの電子計算機で採用されている binary system (2 進法) の優勢は、演算の単純なこと、電子装置で表現し易いこと、構成要素の数が少なく済むことである。すなわち、binary system においては数字は 0 と 1 とで表わされ、これが論理演算の基本的な概念と密接に結びついている。論理演算というのはある事実が真か偽かという二者択一の意思のもとに成り立つ一つの等価体系に対応して、これを物理的な素子を用いて実現させる操作を意味している。たとえば switch が ON か OFF か、真空管が導通か不導通かなどは第 6.

5表 のようにすべて“1”か“0” かで表わすことができて、この系列や組合わせに関する数学は論理数学といわれている。これら“1”か“0” かと実現する素子として室内電灯の switch と考えると、これの状態は ON か OFF かで、ON でなければ OFF であり、OFF でなければ ON である。また ON と OFF とは簡単に切換えられ、それらの状態はそれぞれ安定で小型で寿命も永い。

オ 6.5 表 論理演算素子

論 理 素 子	表 示	
	0 (または 1)	1 (または 0)
表 示 灯	消 灯	点 灯
真 空 管	導 通 な し	導 通 あ り
接 点	開	閉
穿孔 tape	孔 な し	孔 あ り
電 気 的 pulse	pulse な し	pulse あ り
蓄 電 器	電 荷 な し	電 荷 あ り
強 磁 性 体	磁 化 な し	磁 化 あ り

Switch や relay などの機械的な素子は動作速度が遅いので、より早い transistor, 真空管 などを用いてオ 6.5 表のように安定状態と実現することによってよい。これらは電子現象を利用するので動作が早く、小型でしかも消費電力も少ないなどいろいろな長所があり、総称して電子的 switching 素子とよばれる。この電子的 switching 素子の実現が、思想的には古くから存在した自動計算機の発達を可能ならしめたものといえる。

内部記憶の電子計算機ではその方式によって表現の仕方に相異はあるが、電子計算機に、つぎにどのような演算動作をよせよかの情報 (information) を表示するものを命令語と呼び、これに対し、具体的な計算の対象となる数値の表現形式を数値語と呼んでいる。すなわち高速計算機には命令語と数値語という二つのものがあり、これの表現の仕方は“1”か“0”の2種類の文字しか使わない2進法表現である。われわれの日常計算における10進法の数字

はそれが card あるいは tape に punch されたときにすでにこの 2 進法に直し易い形に改められ、そして計算機がこれを読み込んで後は自動的に 2 進法の表示に直して計算が行われる。計算結果は逆に 2 進法から 10 進法に直し易い形にして取り出されるから、2 進法による演算は結局計算機内部で処理されてしまうのである。しかし、計算に必要な数値だけではなく命令も同じく "1" の "0" を使って計算機内部では表わしておいて、たゞ順序よく交互に使いわけることにより計算機に自動演算とさせることができると考えたのが本論の冒頭に述べた von Neumann の卓見であつた。

digital 型電子計算機において計算と行はう機構は一般の四則演算、とくに加算、乗算が主体とされているもので、その計算法は逐次近似によるものが多いため、計算法の採用に対しては収斂の早い公式を用いる必要がある。計算された逐次近似値が所定の精度まで到達したときは、電子計算機内にかかる判定機能 (正 負, zero など) によつて、つぎに計算機が実行する演算 program の選択が行なわれるので、われわれは計算機外部から適当な時間を見計つて判断する必要はなく、計算機が人間の頭脳の判断機能の一部を実行していることになる。

電子計算機を使用する立場からすれば、一つの目的に対して計算機に与える program の step が少なくすむように、また同じ program を何度も利用すると、その回数が少なくすむものを選ぶことが計算機を能率的に利用することになる。また実質的に処理し得る計算の範囲は計算機にかいつている時間、換言すれば、program の長さ、program loop (後述) の使用回数、計算機の演算速度も問題であることはもちろんであるが、記憶装置の容量が重大な影響を及ぼすものである。記憶容量の重要さは現在電子計算機を用いる計算例の中で一番頻度の多い連立方程式の解法について考えれば明らかである。多元連立方程式の係数と matrix 形式で与えたとすると、これらの係数が一度に全部記憶容量内に入れば便利であつて、これと何度かに分けて入れなければならないことは計算機の program step として桁連いの繁雑さを意味することになる。同様なことは浮動小数点方式をもっているか、固定小数点のみしかないかということについてもいえるし、倍長精度計算と頻度多く利用しなければならないほど倍長の短い計算機も性能上重大な問題があるといえる (6.29)。

以上の例は、ある時間内に計算を完了しなければならないという制約が本質的にあるわけはないが、これを本質的な要求としてもつ性格のものと実時間 (real time) の問題といふ。

予報などはその例である。すなわち気象の予報は、ある時刻において得られた data と諸元として計算した結果が、目的とする時間以内に終了していなければならないことは明らかであって、電子計算機の性能が論議される問題の代表的なものである。

電子計算機は算術計算を主目的とする以外にも種々の用途がある。たとえば統計の集計、分類、頻度分布や遷移確率の計算とか、交通状況の digital simulation と始めとして言語の機械翻訳など種々の利用面が存在している。

6.3.3 Digital computer の programming について

与えられた問題を電子計算機によつて解を得る形に解析することにより、あるいは問題の数学的解析によつて見出された計算の手順を、計算機の言葉 (machine language) を用いて、計算機が 1 step づいて実行し得る instruction (命令語) の系列に書き下すことと、'programming' という (6.29)。次にこのようにして作成された instruction の系列は総称して 'program' とよぶ。ある明確な目的をもつ program (またはその部分) を "routine" といふ。一般に完結した program はいくつかの routine から成っている。たとえば積分

$$I = \int_0^{2\pi} f(x) \sin x \, dx \quad (6.3.5)$$

の値を求め、その結果を print するという問題が与えられたとき、これを区分求積法で計算

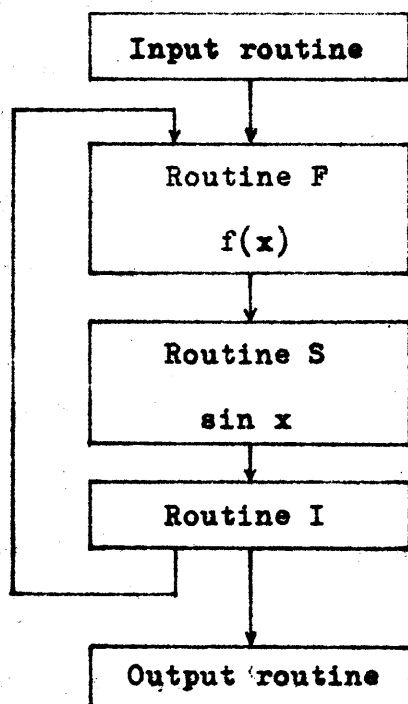
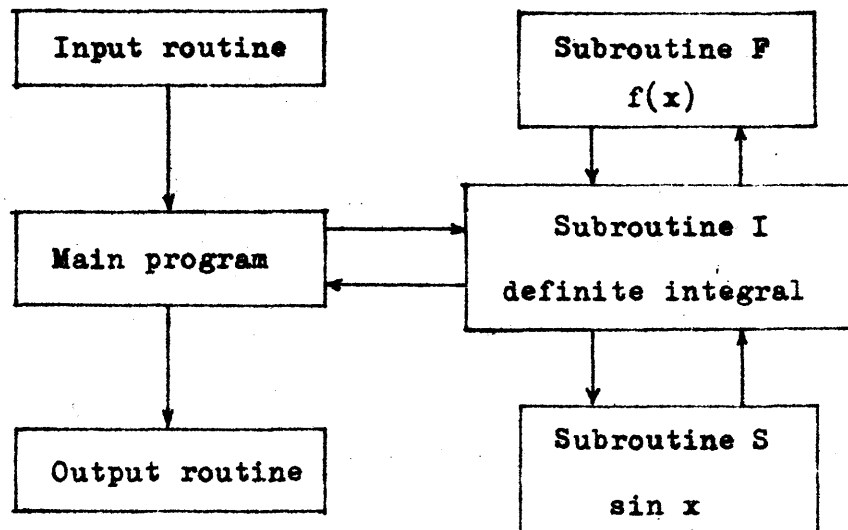


図 6.3.2

するための program を図式的に表現すれば図 6.3.2 図のようになる。すなわち program の全体は所要の計算を行なうために 3 種類の routine (F, S, I) および結果を print するための output routine から成り立っており、計算のための 3 routine は各区間の積分を行なうごとに 1 回づいて loop を構成している。

しかし実際にはこの program は図 6.3.3 図のように構成されることが多い。図において routine I, F および S はそれぞれ単一の目的をもち、しかも他の routine の役割の一部を担当し

ている。このように他の routine に link し、あるいは他の routine の中に含まれて、その routine の目的とする計算の一部を担当する routine を "subroutine" という。Program に含まれる subroutine 以外の部分と "main program" (または main routine) という。



第 6.3.3 図

subroutine の多くは明確な単一の目的をもち、しかも一般的性質を具えているので、種々の program に共通に利用されている。通常このような subroutine は、たとえば punched tape の形で "library" (subroutine library) に収められ、いつでも programmer の利用に供し得るように整理せられている。この種の subroutine を特に "library subroutine" というが単に subroutine といえば library subroutine のことを指す場合も少なくない。

また input routine か否か output routine の基本的なものも一般性をもち、programmer によつてしばしば利用されるので、やはり library に収められている。

以上の事柄をもう少し具体的に示すために京都大学高速電子計算機 (Kyoto University High-Speed Digital Computer - Type I, 通称 KDC-I) について触れて見よう。

この計算機は京都大学工学部電子工学教室と株式会社日立製作所研究部との共同研究により、京都大学学内施設として昭和 34 年より製作を開始し昭和 36 年 1 月に完成、同年 4 月より大学内の一般計算者の利用に供せられた。この計算機のは様はつぎのようである。

型式 : Program 内蔵型電子計算機
 記憶装置 : 中速磁気 drum (別に磁気 tape unit)
 回路方式 : transistor および diode による同期制御方式
 数値の取扱方式 : 内部 10 進法, 固定小数点および浮動小数点方式
 数値の桁数 : 直列 10 進 12 桁 (符号 1 桁および浮動小数点の場合の指数部 2 桁を含む)
 命令方式 : $1\frac{1}{2}$ address 方式, 命令の種類は約 90
 計算速度 : 加減算 $300 \sim 600 \mu s$, 乗除算 $600 \sim \mu s$ (経時間を含みはい)
 入出力装置 : 万能入出力装置および光電式 tape reader, 紙 tape は 8 単位方式

そしてこの計算機はつぎの装置によつて構成されている。

- (i) 計算機本体
- (ii) 操作卓 (Operator's console)
- (iii) 万能入出力装置 (Universal Input / output Unit)
- (iv) 光電式 tape reader (Photo electric Tape Reader)
- (v) 磁気 tape unit (Magnetic Tape Unit)
- (vi) その他の付属装置

KDC-I の主記憶装置は 4,200 word の記憶容量をもつ中速の磁気 drum であつて、この中 200 word 分は quick access band に組入れられている。この磁気 drum は 6,000 rpm で回転するから、必要な数値語や命令語などの一つの情報ととりあふに要する待時間 (access time) は最大 10 ms, 平均 5 ms で、quick access band ではその $\frac{1}{4}$ となる。drum の直径は約 200 mm で、その円周上に 200 word づつの 20 band の normal band と、50 word の 4 band からなる quick access band に分かれている。各 band は 1 個または 1 組の head を備え、それを通じて information の書き込みおよび読み出しが行なわれる。各 storage location は band の番号と band 内での円周に沿う座標とで locate されるが、normal band と quick access band を通じて 0 から 4,199 までの通し番号がつけられていて、program の上ではこの番号によつて任意の location を指定する

ようになっている。この意味で各 location のことを address (番地) といわれている。

すべての演算回路はこの磁気 drum に書き込まれた 230 KC の clock pulse に同期して制御されている。KDC-1 は内部 10 進方式の計算機であつて、すべての memory storage あるいは register および counter は binary coded decimal system (BCD 方式) による 10 進数のみを取扱う。この BCD 方式とは前に述べた 2 進法による数の表現法を拡張改良したものであつて、表 6.6 表に示すように、weight 1, 2, 4, 8, の 4 channel にかかれた 2 進数 (binary digit = bit) 0 および 1 の組合わせによつて 0 ないし 9 の 10 進数 (decimal digit) を表現する方式である。

表 6.6

decimal digit	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
weight 1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
weight 2	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
weight 4	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
weight 8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1

計算機には演算をするための数値を引出しにり、演算の結果をしまつにりする address の所在は多数あつて、この address だけが後述の命令語によつて指定せられる。ところが機械は磁気 drum に対応する絶対番地ではなければ働かないので、しにらつて program 作成上へ々通し番号をつけるのでは前からある出現頻度の多い program (すなわち subroutine) を自由に使えるので、後に相対的につけられに番地と自動的に絶対番地に修正できるよになることが望ましい。このにり index register と呼ばれるものがあつて、これとらつに計算機では index register の使用の有無、あるいはその番号の指定も必要となるので 1/2 address 方式と呼ばれる。すなわち KDC-1 の命令方式も 1/2 address 方式であつて、これ

は簡単にいえば index によつて address 変更のできる単一 address 方式であると定義される。

KDC-I の命令語は約 90 あり、それは表 6・7 表に示すようなものである (6・29)。これらはいずれも加、減、乗、除などの一つの単純な operation のみを司るものであつて、これらを組合わせはじめてわれわれの要求する複雑な計算がその規定せられた順序に従つて完成されて行くのであるから、その複雑な計算と機械に実行させるために、これらの命令語を用いて計算の順序を示すことすなわち programming がなされることが必要となる。い、換へれば digital 型電子計算機を使用して構造物の地震応答を求めることも結局はわれわれがそのための program と作成することに他ならないのである。したがつて計算機で問題を解く手順はおよそつぎのような段階に分けられるであらう。

- (i) 問題の設定
- (ii) 数値解法の計画
- (iii) program ならびにその flow chart の作製
- (iv) input および output routine の準備
- (v) input tape の作成 (punching)
- (vi) program test
- (vii) 計算の実行 (production run)

二の中、(i) から (iv) までの手続を通常 programming といつてゐるが、基本的には計算機は加減乗除の四則演算、数の大小、正負、zero の判定および幾種類かの論理演算などを実行し得るに過ぎないから、設定された問題を、それらの基本演算の組合ひせて解き得るような方法を計画しなければならぬ。数値解法の選定に當つては、従来の卓上計算機に適した方法が必ずしも電子計算機に適しているとは限らないという事も考慮すべきである。

KDC-I の利用者のために表 6・8 表に示すような library subroutine が用意されている (6・30)。その基本的 subroutine に関してはすでに京都大学電子計算機 programming 研究小委員会が昭和 34 年夏から準備を進め、昭和 36 年初めまでに相当数の subroutine が検査され、順次完成されたものが蓄積されてきた。そして今日までに登録整理された subroutine の数は 80 を超え、現在検査中のものと加へれば library としてや、形態を整へた程度

にまでこぎつけられている。KDC-I の library の中にある subrouline の一例と表 6.9 表に示すが、これは n 元連立常微分方程式と Newmark の β 法で解く subrouline であつて、これは上記の programming 研究小委員会の member の 1 人である筆者の協力を得て京都大学土木工学教室山田善一助教授が作製したものである。

KDC-I INSTRUCTION

DEC. CODE	SYM. CODE	TITLE	DEC. CODE	SYM. CODE	TITLE
100	ADD	Add	512	CHS	Change Sign
102	ADA	Add Absolute	514	NOP	No Operation
104	SUB	Subtract	516	NOT	NOT
106	SBA	Subtract Absolute	518	SCT	Shift and Count
110	ADM	Add MD	520	AND	AND
114	SBM	Subtract MD	522	IOR	Inclusive OR
120	MPA	Multiply and Add	530	SLS	Short Left Shift
122	MPS	Multiply and Subtract	532	LLS	Long Left Shift
130	RAA	Raise Address	534	LCS	Long Cyclic Shift
134	LWA	Lower Address	536	SRS	Short Right Shift
138	RND	Round	538	LRS	Long Right Shift
140	ADR	Add, Divide and Round or Halt	550	WAN	Weighted AND
150	DVJ	Divide or Jump	552	WOR	Weighted OR
152	DRJ	Divide and Round or Jump	630	SEL	Select Component
160	ADL	Add to LA	632	RIN	Read In
162	AAL	Add Absolute to LA	634	WRT	Write
164	SBL	Subtract from LA	636	WSP	Write Special
166	SAL	Subtract Absolute from LA	638	FWR	Floating Write
200	FAD	Floating Add	710	HJM	Halt and Jump
202	FAA	Floating Add Absolute	712	JSW	Jump by Switch
204	FSB	Floating Subtract	714	JMP	Jump
206	FSA	Floating Subtract Absolute	750	JMI	Jump on Minus
210	FAM	Floating Add MD	752	JUN	Jump on UA No Zero
214	FSM	Floating Subtract MD	754	JNZ	Jump on No Zero
221	FMP	Clear and Floating Multiply	756	JOV	Jump on Overflow
223	FMC	Clear, Fl. Multiply and Change Sign	758	JEO	Jump on Exponent Overflow
238	FRD	Floating Round	820	LXA	Load Index from Address
240	FAV	Fl. Add, Divide and Round or Halt	822	STX	Store Index
250	FDJ	Floating Divide or Jump	830	SEX	Set Index
252	FDR	Fl. Divide and Round or Jump	832	RAX	Raise Index
300	STO	Store	834	LWX	Lower Index
302	SLA	Store LA	850	JXL	Jump with Index Lowered
304	STM	Store MD	852	JXR	Jump with Index Raised
306	STA	Store Address	854	JXU	Jump on Index Unequal
308	STL	Store Location	856	JSX	Jump and Set Index from LC
310	PAM	Place AC to MD	860	PSX	Set Pseudo Index
320	LDM	Load MD	910	BTP	Buffer to Tape
322	LDA	Load Address	912	TPB	Tape to Buffer
324	CMP	Compare	914	BLS	Block Search
340	FSL	Floating Store LA	920	DMB	Drum to Buffer
360	TLU	Table Look Up	922	BDM	Buffer to Drum
364	LDQ	Load Quick Access	930	RWD	Rewind
366	STQ	Store Quick Access	932	BST	Back Space Tape
410	FFL	Fixed to Floating	934	TTP	Test Tape
450	FFX	Floating to Fixed or Jump	936	ETP	Erase Tape
500	EAD	Extract and Add	950	JTG	Jump on Tape Good
502	ERE	Extract and Replace	952	JTE	Jump by Tape End
510	SSP	Set Sign Plus			

第 6.7 表 — (2)

DEC. CODE	INSTRUCTION	MEAN OPER. TIME	OPERATION
162	AAL IJA	$0.55 + A_1 + A_2$	$c(LA) \rightarrow c(\neq IJA) \rightarrow c(LA)$
102	ADA IJA	$0.50 + A_1 + A_2$	$c(AC) + c(\neq IJA) \rightarrow c(AC)$
100	ADD IJA	$0.50 + A_1 + A_2$	$c(AC) + c(\neq IJA) \rightarrow c(AC)$
160	ADL IJA	$0.55 + A_1 + A_2$	$c(LA) + c(\neq IJA) \rightarrow c(LA)$
110	ADM . . .	$0.50 + A_1$	$c(AC) + c(MD) \rightarrow c(AC)$
140	ADR IJA	$6.9_{AV} + A_1 + A_2$	$(c(AC) + c(\neq IJA)) / c(MD) \rightarrow c(UA)_{ind}$, or halt
520	AND IJA	$0.35 + A_1 + A_2$	$(c(UA) \cap c(\neq IJA)) \cap c(MD) + c(UA) \cap c(MD) \rightarrow c(UA)$; $0 \rightarrow c(UA, 8)$
922	BDM .IA		$c(CB) \rightarrow c(DM; \neq IA)$
914	BLS NIA		$c(MT, N; \neq IA) \rightarrow c(CB)$, [T]
932	BST N . . .		space 1 block of (MT, N) in backward direction, [T]
910	BTP NIA		$c(CB) \rightarrow c(MT, N; \neq IA)$
512	CHS . . .	$0.30 + A_1$	$\rightarrow c(AC) \rightarrow c(AC)$
324	CMP IJA	$0.55 + A_1 + A_2$	$c(LC) + 1, 2, 3 \rightarrow c(LC)$, if $c(MD) \neq c(\neq IJA)$
920	DMB .IA		$c(DM; \neq IA) \rightarrow c(CB)$
152	DRJ IJA	$6.6_{AV} + A_1$	$c(AC) / c(MD) \rightarrow c(UA)_{ind}$, or $\neq IJA \rightarrow c(LC)$
150	DVJ IJA	$6.0_{AV} + A_1$	$c(AC) / c(MD) \rightarrow c(UA)$; rem $\rightarrow c(LA)$, or $\neq IJA \rightarrow c(LC)$, [R]
500	EAD IJA	$0.55 + A_1 + A_2$	$c(AC) + c(\neq IJA) \& c(MD) \rightarrow c(AC)$
502	ERE IJA	$0.35 + A_1 + A_2$	$c(\neq IJA) \& c(MD) \rightarrow c(UA) \& c(MD) \rightarrow c(UA)$
932	ETP N . . .		erase 1 block of (MT, N)
202	FAA IJA	$1.3 + A_1 + A_2$	$c(AC) + c(\neq IJA) \rightarrow c(AC)$
200	FAD IJA	$1.3 + A_1 + A_2$	$c(AC) + c(\neq IJA) \rightarrow c(AC)$
210	FAM . . .	$1.3 + A_1$	$c(AC) + c(MD) \rightarrow c(AC)$
240	FAV IJA	$6.7_{AV} + A_1 + A_2$	$(c(AC) + c(\neq IJA)) / c(MD) \rightarrow c(UA)_{ind}$, or halt
250	FDJ IJA	$5.1_{AV} + A_1$	$c(AC) / c(MD) \rightarrow c(UA)$; rem $\rightarrow c(LA)$, or $\neq IJA \rightarrow c(LC)$, [R]
252	FDR IJA	$5.6_{AV} + A_1$	$c(AC) / c(MD) \rightarrow c(UA)_{ind}$, or $\neq IJA \rightarrow c(LC)$
410	FFL . . .	$0.80 + A_1$	$fx(c(AC))$ to $fl(c(AC))$
450	FFX IJA	$0.55 + A_1$	$fl(c(AC))$ to $fx(c(AC))$, or $\neq IJA \rightarrow c(LC)$
223	FMC IJA	$5.2_{AV} + A_1 + A_2$	$\rightarrow c(MD) + c(\neq IJA) \rightarrow c(AC)$
221	FMP IJA	$5.2_{AV} + A_1 + A_2$	$c(MD) + c(\neq IJA) \rightarrow c(AC)$
238	FRD IJA	$0.55 + A_1$	$c(AC)_{ind} \rightarrow c(AC)$
206	FSA IJA	$1.3 + A_1 + A_2$	$c(AC) - c(\neq IJA) \rightarrow c(AC)$
204	FSB IJA	$1.3 + A_1 + A_2$	$c(AC) - c(\neq IJA) \rightarrow c(AC)$
340	FSL IJA	$0.95_{AV} + A_1 + A_2$	$c(LA) \rightarrow c(\neq IJA)$
214	FSM . . .	$1.3 + A_1$	$c(AC) - c(MD) \rightarrow c(AC)$
638	FWR . . .		print or/and punch $fl(c(UA))$
710	HJM IJA	$0.35 + A_1$	halt and $\neq IJA \rightarrow c(LC)$
522	IOR IJA	$0.35 + A_1 + A_2$	$(c(\neq IJA) \cap c(MD)) \cap c(UA) \rightarrow c(UA)$; $0 \rightarrow c(UA, 8)$
758	JEO IJA	$0.35 + A_1$	$\neq IJA \rightarrow c(LC)$ if $c(UA) \geq 2$
750	JMI IJA	$0.35 + A_1$	$\neq IJA \rightarrow c(LC)$ if $c(AC) \leq -0$
714	JMP IJA	$0.35 + A_1$	$\neq IJA \rightarrow c(LC)$
754	JNZ IJA	$0.35 + A_1$	$\neq IJA \rightarrow c(LC)$ if $c(AC) \neq 0$
756	JOV IJA	$0.35 + A_1$	$\neq IJA \rightarrow c(LC)$ if $c(UA) \neq 0$
712	JSW SIA	$0.35 + A_1$	$\neq IA \rightarrow c(LC)$ if SW-S is on
856	JSX IJA	$0.35 + A_1$	$c(LC) \rightarrow c(I)$ and $\neq JA \rightarrow c(LC)$
952	JTE NIA		$\neq IA \rightarrow c(LC)$ if (MT, N) is positioned at tape end
950	JTG .IA		$\neq IA \rightarrow c(LC)$ if T-indicator is off
752	JUN IJA	$0.35 + A_1$	$\neq IA \rightarrow c(LC)$ if $c(UA) \neq 0$
850	JXL IJA	$0.35 + A_1$	$\neq JA \rightarrow c(LC)$ and $c(I) = 1 - c(I)$, if $c(I) \neq 0$
852	JXR IJA	$0.35 + A_1$	$\neq JA \rightarrow c(LC)$ and $c(I) = 1 - c(I)$, if $c(I) \neq 0$
854	JXC IJA	$0.35 + A_1$	$\neq JA \rightarrow c(LC)$ and $c(I) = 1 - c(I)$, if $c(I) \neq 0$

第 6.7 表 — (3)

DEC. CODE	INSTRUCTION	MEAN OPER. TIME	OPERATION
534	LCS IJ n	$0.55 + A_1$	rotate left c(AC) (#IJn) _{2,1} places
322	LDA IJ A	$0.35 + A_1 + A_n$	$c(\#IJA)_{nd} \rightarrow c(UA)_{nd}$
320	LDM IJ A	$0.35 + A_1 + A_n$	$c(\#IJA) \rightarrow c(MD)$
364	LDQ QIA	$2.90 + A_1 + A_n$	$c(DM; \#IA) \rightarrow c(DM; Q)$
532	LLS IJ n	$0.55 + A_1$	shift left c(AC) (#IJn) _{2,1} places
538	LRS IJ n	$0.55 + A_1$	shift right c(AC) (#IJn) _{2,1} places
134	LWA IJ n	$0.50 + A_1$	$c(UA)_{nd} \rightarrow \#IJn \rightarrow c(UA)_{nd}$
834	LWX IJ n	$0.35 + A_1$	$c(I) \rightarrow \#Jn \rightarrow c(I)$
820	LXA IJ A	$0.35 + A_1 + A_n$	$c(\#JA)_{nd} \rightarrow c(I)$
120	MPA IJ A	$5.8_{av} + A_1 + A_n$	$c(AC) + c(MD) * c(\#IJA) \rightarrow c(AC)$
122	MPS IJ A	$5.8_{av} + A_1 + A_n$	$c(AC) - c(MD) * c(\#IJA) \rightarrow c(AC)$
514	NOP .. -	$0.30 + A_1$	no operation
516	NOT .. -	$0.35 + A_1$	$\overline{c(UA)} \cap c(MD) + c(UA) \cap \overline{c(MD)} \rightarrow c(UA); 0 \rightarrow c(UA, 8)$
310	PAM .. -	$0.70 + A_1$	$c(UA) \rightarrow c(MD)$
860	PSX IJ A	$0.35 + A_1 + A_n$	$c(\#IJA)_{nd} \rightarrow c(OR)_{nd}, [P]$
130	RAA IJ n	$0.50 + A_1$	$c(UA)_{nd} + \#IJn \rightarrow c(UA)_{nd}$
832	RAX IJ n	$0.35 + A_1$	$c(I) + \#Jn \rightarrow c(I)$
632	RIN IJ n		read in (#IJn) _{2,1} characters in mode specified by (#IJn),
138	RND IJ n	$0.50 + A_1$	$c(AC)_{rnd} \rightarrow c(AC)$
930	RWD N .. -		rewind (MT, N) to load point
166	SAL IJ A	$0.55 + A_1 + A_n$	$c(LA) - c(\#IJA) \rightarrow c(LA)$
106	SBA IJ A	$0.50 + A_1 + A_n$	$c(AC) - c(\#IJA) \rightarrow c(AC)$
164	SBL IJ A	$0.55 + A_1 + A_n$	$c(LA) \rightarrow c(\#IJA) \rightarrow c(LA)$
114	SBM .. -	$0.50 + A_1$	$c(AC) - c(MD) \rightarrow c(AC)$
518	SCT .. -	$1.4_{av} + A_1$	shift left c(AC) until 1st nonzero digit is in m-position, and put the number of places shifted in (OR) _{nd} , [P]
630	SEL IJ n	$0.35 + A_1$	select I/O component designated by #IJn
830	SEX IJ n	$0.35 + A_1$	$\#Jn \rightarrow c(I)$
302	SLA IJ A	$0.35 + A_1 + A_n$	$c(LA) \rightarrow c(\#IJA),$ (after [R], $\text{rem} \rightarrow c(\#IJA)$ for fx. and fl.)
530	SLS IJ n	$0.55 + A_1$	shift left c(UA) (#IJn) _{2,1} places
536	SRS IJ n	$0.55 + A_1$	shift right c(UA) (#IJn) _{2,1} places
510	SSP .. -	$0.30 + A_1$	$c(AC) \rightarrow c(AC)$
306	STA IJ A	$0.35 + A_1 + A_n$	$c(UA)_{nd} \rightarrow c(\#IJA)_{nd}$
308	STL IJ A	$0.35 + A_1 + A_n$	$c(LC) \rightarrow c(\#IJA)_{nd}$
304	STM IJ A	$0.35 + A_1 + A_n$	$c(MD) \rightarrow c(\#IJA)$
300	STO IJ A	$0.35 + A_1 + A_n$	$c(UA) \rightarrow c(\#IJA)$
366	STQ QIA	$2.90 + A_1 + A_n$	$c(DM; Q) \rightarrow c(DM; \#IA)$
822	STX IJ A	$0.35 + A_1 + A_n$	$c(I) \rightarrow c(\#JA)_{nd}$
104	SUB IJ A	$0.50 + A_1 + A_n$	$c(AC) - c(\#IJA) \rightarrow c(AC)$
360	TLU IJ A	$5.5_{av} + A_1 + A_n$	$\text{loc}(c(MD)) \rightarrow c(OR)_{nd}, \text{ or } c(I) \rightarrow c(LC), [P]$
912	TPB NIA		1 block of c(MT, N) \rightarrow c(CB), or c(LC) + 2 \rightarrow c(LC), [T]
934	TTP N .. -		test 1 block of (MT, N) in forward direction, [T]
550	WAN IJ n	$0.35 + A_1$	$c(UA, 1) \cap c(UA, \#IJn) \rightarrow c(UA, 1); 0 \rightarrow c(UA, 2, 4, 8)$
552	WOR IJ n	$0.35 + A_1$	$c(UA, 1) \cup c(UA, \#IJn) \rightarrow c(UA, 1); 0 \rightarrow c(UA, 2, 4, 8)$
634	WRT IJ n		print or/and punch (#IJn) _{2,1} characters in mode specified by (#IJn),
636	WSP IJ m		print or/and punch (#IJm) _{2,1} characters designated by (#IJm) _{1,3}

A_1 : mean access time for instruction, A_n : mean access time for addressed data; A_1 or $A_n \sim 5$ ms in normal band, 1.25 ms in quick access band, 0.05 ms in core buffer. [P]: P-type instruction, [R]: R-type instruction, [T]: tape-check instruction.
(DM; Q): quick access band designated by Q; (DM; #IA): block (in normal band) which contains #IA,
 $c(DM; \#IA) = c(\#IA), c(\#IA - 1), \dots, c(\text{loc. of block end})$.
(MT, N): magnetic tape designated by N. (MT, N; #IA): block specified by #IA on magnetic tape designated by N.
(UA, n): channel of weight n of UA. rnd: round off, rem: remainder.

第 6.7 表 — (4)

CHARACTER (KEY)	ALPHANUM. MODE	NUMER. MODE	CHARACTER (KEY)	ALPHANUM. MODE	NUMER. MODE	CHARACTER (KEY)	ALPHANUM. MODE	NUMER. MODE
0	00	0	D	21	5	Y	42	0
1	01	1	E	22	6	Z	43	1
2	02	2	F	23	7	?	44	2
3	03	3	G	24	8	!	45	3
4	04	4	H	25	9	*	46	4
5	05	5	I	26	0	ER	47	5
6	06	6	J	27	1	NE	48	0
7	07	7	K	28	2	SP.	49	1
8	08	8	L	29	3	CR.	50	2
9	09	9	M	30	4		51	3
+	10	0	N	31	5	#	52	4
-	11	1	O	32	0	=	53	5
LF	12	2	P	33	1	.	54	6
SP	13	3	Q	34	2	/	55	7
CR	14	4	R	35	3	(56	8
(ER)	15	5	S	36	4)	57	9
,	16	0	T	37	5	ω	58	0
/	17	1	U	38	6	α	59	1
A	18	2	V	39	7	β	60	2
B	19	3	W	40	8	γ	61	3
C	20	4	X	41	9	δ	62	4

LF (12): "line feed", ignored by tape reader, SP (13): "space", ignored by tape reader, CR (14): "carriage return and line feed", ignored by tape reader, (ER) (15): "erase" for 6-unit tape, ER (47): "erase", NE (48): "sprocket hole or space", ignored by tape reader, SP. (49): "space", CR. (50): "carriage return and line feed".

I/O COMPONENT	SYMBOL	DECIMAL CODE
Keyboard	KB	1111
Mechanical Tape Reader	MTR	1112
Photoelectric Tape Reader No. 1	PTR 1	1210
Photoelectric Tape Reader No. 2	PTR 2	1220
Printer	PR	0111
Punch	PU	0112
Printer and Punch	PP	0113

INSTRUCTION TO TRANSMIT AN INTEGER

FROM SR TO JA	LDA 00 A	$c(A)_{nd} \rightarrow c(UA)_{nd}$	FROM LC TO IR	JSX 14 1	$c(LC) \rightarrow c(I)$
FROM UA TO SR	STA 00 A	$c(UA)_{nd} \rightarrow c(A)_{nd}$		SEX 14 0	$c(LC) \rightarrow c(I)$
FROM SR TO IR	LXA 10 A	$c(A)_{nd} \rightarrow c(I)$		LDA 00 *	$c(LC) \rightarrow c(UA)_{nd}$; *=location of this instruction
FROM IR TO SR	STX 10 A	$c(I) \rightarrow c(A)_{nd}$	FROM LC TO UA	RAA/ 04 0	$c(LC) \rightarrow c(UA)_{nd}$; $0 \rightarrow c(UA)_{7-8}$
FROM UA TO IR	STA 04 1 SEX 10 0	$c(UA)_{nd} \rightarrow c(I)$		SEX 1J 0	$c(J) \rightarrow c(I)$
FROM IR TO UA	STX 10 A LDA 00 A	$c(I) \rightarrow c(A)_{nd}$ $\rightarrow c(UA)_{nd}$	FROM IR TO IR	STX 14 2 SEX 1J 0 SEX 10 0	$c(I) \rightarrow c(J)$
FROM LC TO SR	RAA/ 10 0 STL 00 A	$c(I) \rightarrow c(UA)_{nd}$; $0 \rightarrow c(UA)_{7-8}$ $c(LC) \rightarrow c(A)_{nd}$			

KDC-I LIBRARY ROUTINES

STANDARD ROUTINES

F1	Elementary Functions
F2	Special Functions
M1	Matrices
M2	Set of Linear Equations
M3	Determinants
E1	Solution of Algebraic Equations
E2	Solution of Transcendental Equations
E3	Inverse Interpolation
I1	Integration
I2	Differentiation
I3	Differential Equations
I4	Partial Differential Equations
P1	Print Out (AC)
P2	Print Out (drum)
P3	Special Output
X1	Random Numbers
X2	Interpolation, Curve Fitting
X3	Programmed Arithmetic, Unit Conversion
X4	Miscellaneous

SPECIAL ROUTINES

ST	Probability, Statistics
LP	Linear Programming, Operations Research
SX	Miscellaneous

UTILITY ROUTINES

RDIN	Initial Input Program
SYCS	Symbolic Coding System
TABL	Routine to Print Table of Functions
DEBG	Debugging Routines
DIAG	Machine Diagnostics
DEMO	Demonstration Programs
UTLX	Miscellaneous

第 6.9 表 — (1)

SOLUTION OF SECOND ORDER DIFFERENTIAL EQUATIONS BY NEWMARK'S β -METHOD		NEWM
		I3-003 (KCC 086)
分 類	closed subroutine	コーディング: 1960. 2. 山 田 善 一
コ ー デ ィ ン グ	machine code	
ア ド レ ス	line-relative/absolute	査 読: 1960. 2.
数 値 の モ ー ド	floating point	金 多 深
数 値 の 長 さ	single-precision	検 査: 1961. 1.17
語 数	84+W(AUX)+W(PRINT)	山 田 善 一
パ ラ メ ー タ	AUX, Y0, n, δ , PPINT	登 録: 1961. 1.28
補助サブルーティン	AUX, PRINT	馬 嶋 武 子

時 間 $T \approx (400 + T(\text{AUX}))I + T(\text{PRINT})$ (normal+Q-band)

ただし I は iteration の回数 (本文参照).

機 能 つぎの形の n 元連立 2 階常微分方程式を解き, 変数の 1 step ごとに結果を print する.

$$y_i'' = f_i(y_0, y_1, y_2, \dots, y_{n-1}; y_0', y_1', \dots, y_{n-1}') \quad (1)$$

ただし初期条件として, y_i および y_i' の初期値が与えられているものとする.

なお, 独立変数が explicit な形で (1) に含まれる場合には, 従属変数 y_i の一つを独立変数とみなして取り扱う.

結 合

...
M-1 STX	300 M+6	save c(IR3) if necessary
← M JSX	300 NEWM	enter subroutine
M+1 INT	AUX	origin of aux. routine I
M+2 INT	Y0	
M+3 INT	n	number of differential equations
M+4 fl(δ)		error criterion
M+5 INT	PRINT	origin of aux. routine II
→ M+6 SEX	300 ()	return here
...
...

ここに Y0 は n word ずつの block にわかれた working space の origin であって初期値または中間結果が store される.

$$c(Y0+i) = y_i, \quad (i=0, 1, 2, \dots, n-1)$$

$$c(Y0+n+i) = h^2 y_i'',$$

$$c(Y0+2n+i) = h^2 y_i'' \quad (\text{found by "AUX"}),$$

$$c(Y0+3n+i) = h y_i'$$

このほかに $Y0+4n$ から $Y0+6n-1$ までが temporary storage として使用される.

なお h は独立変数の step の大きさであって, これを指定する parameter は上記の linkage には含まれてい

第 6.9 表 — (2)

ないが、これは補助 routine “AUX” の中に与えられているものとする。

programmer が用意すべき補助 routine の機能はつぎの通りである。

Aux. Routine I “AUX” $c(Y0+i)=y_i$ と $c(Y0+3n+i)=ky_i'$ をとり出し、式 (1) に従って h^2y_i'' の値を計算し、結果を $Y0+2n+i$ 番地に store して主 subroutine に帰る。NEWM と AUX との結合は標準方式に従うものとする。

Aux. Routine II “PRINT” 一つの step に対して iteration が終るたびに、結果を print する output routine である。NEWM と PRINT との結合は標準方式に従うものとする。

精 度 δ と h に依存する。

方 法 つぎの式によって iteration を行う。

$$y'_{i,j,k} = y'_{i,j-1} + (h/2)f_{i,j-1} + (h/2)f_{i,j,k-1} \quad (2)$$

$$y_{i,j,k} = y_{i,j-1} + h y'_{i,j-1} + (h^2/3)f_{i,j-1} + (h^2/6)f_{i,j,k-1} \quad (3)$$

ここに、

i : 変数の番号 ($i=0, 1, 2, \dots, n-1$),

j : 積分の step の番号,

k : 繰り返しの回数

であって、条件

$$h^2|f_{i,j,k} - f_{i,j,k-1}| < \delta \quad (4)$$

が満足されたとき、iteration を終り、

$$y_{i,j} = y_{i,j,k}, \quad y'_{i,j} = y'_{i,j,k}, \quad f_{i,j} = f_{i,j,k} \quad (5)$$

とおく。

なお、式(2), (3)における $f_{i,j,k-1}$ の出発値としては、前回の step で求められた $f_{i,j-1}$ を使用する。

注 意 (i) この subroutine の iteration の部分は、読み込みの際、自動的に Q-band の 4000~4036 番地に store されるから、この範囲を他の目的に使ってはならない。

(ii) $Y0$ から $Y0+6n-1$ までは working space として使われるから、他の routine と重ならないように注意すべきである。

(iii) 最初にこの subroutine にはいる前に、上記の space に store しておくべき data はつぎの 3 組である。
 $c(Y0+i)=y_i$ (初期値), $c(Y0+3n+i)=ky_i'$ (初期値), $c(Y0+n+i)=h^2y_i''$ (初期値を式(1)に入れて求めた値)。

(iv) 計算時間のうち、補助 routine “AUX” で費される時間が大きな部分を占めるから、この補助 routine は Q-band (4037 番地以降) および core を利用して、できるだけ時間の節約をはかるべきである。また繰返しはなるべく数回で終るように δ および h を選ぶことが望ましい。

第4章 結 論

前の二つの章で述べた事柄は、現在および将来の耐震工学において、構造物の地震応答を求めるための極めて有力な手段として活用されている2種の電気計算機についてそのおのふの機能、構成、特徴および使用上の注意事項について略述したものである、本論はしたがって、ある一つの問題を想定した研究の解析結果について論じたものというより、むしろわれわれが実際問題に直面した際に採用すべき解析手段に関する知識を高めようとするものといわなければならぬ。それは 1960年7月に開催された第2回世界地震工学会議において提出された論文の多くが analog computer あるいは digital computer を駆使して求められに解析結果に基づいて重要な考察と行なっている現状と見れば、われわれがこれら計算機の耐震工学への応用に関連して基本的な知識と、ある程度整理された形で、身につけておくことが不可欠と考えられるからである。

analog 型および digital 型の計算機は、実際の使用面においてそれぞれ相違なつた特徴をもっている。いわば、それぞれが一長一短を有するものであるから、われわれは取扱う問題の性質によつて、これらの計算機を適宜使い分けることが望ましいものと思われる。計算のための programming や諸条件の setting up に要する人的な労力、時間、そして得られた結果の精度などの点から比較すると、一般に、digital computer は programming に多大の経費と 時間とを要求されるが、計算機によつて求められに精度は、数値積分などにおける近似化の誤差を除けば、極めて高いものであり、そして、analog computer はそれが有する機能、容量によつて解を得る問題が限定される場合もあるけれども、計算機の set up は通常、前者に比べて簡単であり、短時間の中に多くの解が得られる場合が多い。けれども analog computer は後述するように計算機内の各演算要素自体から発生する誤差のために、一般に精度が低下することが考えられるから、結論的には定量的な地震応答の問題の解析で、解の精度を著しく重んずる場合は digital computer が適用され、また、簡単にその結果を check したり、あるいは現象の定性的な傾向のみを論ずる場合には analog computer が簡便でかつその目的に答を得るものということができる。とくに analog 型計算機で結果を ink 書き oscillograph で導くものは、われわれの求める任意の response 量が response - 時間曲線として記録されるから、現象の即時解明が可能という点においては誠に望ましいものといわ

なければならぬ。

元来、計算機には計算精度の限界があり、実際の使用に当っては、その限界と充分に認識し、誤まつた拍論を下さないことが必要である。しかるに電子管式 analog computer の場合、その計算精度は、各演算要素個々の精度、とくに部品の精度によつて大きくたわふことはいふまでもないが、使用の方法や保存の長否などによつても思いがけない大きな誤差を生ずる場合がある。しにがつて analog computer の使用者はその誤差の原因をよく認識し、計算機の使用法や保存を誤るることなく、computer がその真価を発揮することができるようにならねばならぬ。

電子管式 analog computer の演算精度をたわする最も基本的な要因は演算用回路部品すなわち演算において impedance として用いる抵抗、condenser, potentiometer などの精度である。これについては、ほゞ 0.1% の誤差の範囲に収まり、すでに一応の限界に達したかの感があるともいわれている。すなわち analog computer が今日の隆盛を見るに至つたのは、このような部品の開発が基礎となつてゐる事実を見逃すわけには行かない。

これらの部品によつて構成せられる analog computer の演算増幅器の誤差は上記の各成分部品の誤差以外に、つぎのような要因に基づく誤差の発生が考えられる。それは

- i) その利得 (gain) の絶対値は無限大ではなく有限の値であること、
- ii) 増幅器自身の入力 impedance が有限であること
- iii) drift の存在すること
- iv) grid 電流の存在すること

などであらう。これらはいずれも演算増幅器を用いて線型演算要素を構成する場合の機能原理を示す方程式の誤差として現われてくるものであつて、しにがつて、この誤差の値はたとえば一つの演算増幅器を加算器に用いた場合と、積分器に用いた場合とでは相異なり、それぞれについて式の上から検定することがなされてゐる。増幅器に発生し、時間と共に増大する drift 電圧は自動平衡型演算回路と作製して、drift 電圧を feed back して演算増幅器の入力の所で打消す方法も考えられてゐる。

非線型演算要素の誤差は線型演算要素が生ずる誤差よりも一般に大きい。たとえば掛算器で 0.2 ~ 0.5 %、また飽和、不動作、backlash など 2 極管を用いた非線型特性 simulator は

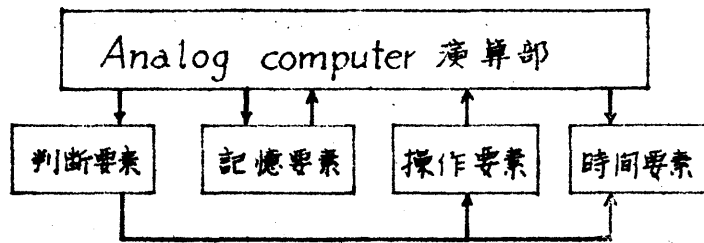
0.2% 程度、また同数発生機としての photo former は 1% ~ 5% の誤差を伴はうといわれている。一般的にいつて非線型要素の精度があることは、今後の開発が待たれる所である。

以上にかいては各演算要素を単独に働かせたとの誤差について論じたが、これらの要素を用いて微分方程式を解く場合に発生する誤差は通常、挿合演算誤差と呼ばれ、これは同一の精度を有する演算要素を用いても微分方程式の性質やそれと解く演算回路の構成法によつて変わり、場合によつては各要素の誤差が累積し、思わぬ大きな誤差を生ずることがあるので注意を要する。

最近の analog computer 関係の研究の発展によつてこの種計算機の特徴に欠けた一つの機能が付け加えられたことと、こゝで付言しておきたい。それは electrical analogue における記憶 memory and storage の機能である。いままで electrical analogue によつてわれわれの興味ある問題を解いた代表的な幾つかの論文(6.31, 6.32, 6.33)に見られる計算機には、演算に必要な数値あるいは演算によつて得られた結果とある必要な時間計算機内に貯え、あるいは記憶しておく要素は存在しなかつた。このために最近までの analog 計算機が digital 計算機に比べて時に劣る点は精度の欠と除外すると、判断機能、操作機能とを欠いたことによる機能の不足であるとされていたのである。しかし最近では analog computer の automatic programming が基礎に研究され、この機能の欠如が十分補われるようになつてきた(6.34)。

analog computer において、演算中のある要素があらかじめ指定された状態に達すると、この情報と判断要素が促え、そして操作要素を働かせて、前もつて指定された回路状態に切り換えて演算を行なわせたり、また演算を一時停止して、演算回路中のある要素のその時刻にかける値と他の要素の初期値として導入することができれば、analog computer で解き得る問題はさらに広範囲になる筈である。ゆゑに、判断要素、操作要素に加えて、さらに記憶要素、

時間要素を導入して analog 計算機の機能と充実し、これら各要素と相互に関連させて計算機の演算を自動的に制御しようとするのが analog computer における自動 programming の目的である。この種の自動 programming の一般論構成と block diagram を示すと次 6.4.1 図のようになる。



第 6・4・1 図 Automatic Programming の Block Diagram

かゝる自動 programming 装置と在来の analog computer に付加して、従来非常に煩雑な手算と要した境界値問題、固有値問題、極値問題、不連続問題などと解いた例も一部発表され、また定差方程式の解、しにがって偏微分方程式も容易に解が得られるようになる。自動制御系における damping 定数の決定などと自動的に行なうことも可能である(6・34)。一般に解くべき方程式に初期値あるいは未定係数として未知の parameter が含まれる場合には、

この自動 programming によって未知 parameter の試行法による決定がなされるから、このことは analog computer の適用範囲を広汎ならしめるものとして著るしく重要性をもち、しにがって、現在もなお、電子工学における興味ある研究課題の一つになっている。

以上述べた型式以外に自動 programming には、演算結果とは全く独立に行なわれる、いわゆる開回路方式 (open circuit system) があり、これにはつぎのようなものが考えられている。

- (i) 係数設定用 potentiometer と punch card 読取機などによって制御される servo 機構で自動設定するもの、
- (ii) Direct oscillograph 型式の記録装置を用いるものに対して演算前後における零線校正電圧の記録、演算番号記録などの自動 recorder 校正を行なうもの、
- (iii) hold 状態と利用して演算結果の digital 表示や scale factor の変更と自動的に行なうもの、
- (iv) 自動換算を行なうもの、

このような開回路方式の自動 programming も前述のいわゆる開回路方式 (closed circuit system) の自動 programming も analog computer の機能と充実する意味で analog 計算機の発展方向となるものと考えられる。

第Ⅵ編の文献

- 6.01) A. A. Andronow and C. E. Chaikin, "Theory of Oscillations", English Language Edition, Edited under the Direction of Solomon Lefschetz, Princeton University Press, pp. 5-6, pp. 37-43 and pp. 272-331, 1949.
- 6.02) N. Kryloff and N. Bogoliuboff, "Introduction to Non-linear Mechanics", A Free Translation by Solomon Lefschetz of Excerpts from Two Russian Monographs, Princeton University Press, pp. 1-5 and pp. 63-73, 1947.
- 6.03) G. A. Korn and T. M. Korn, "Electric Analog Computers", Second Edition, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, N.Y., 1956.
- 6.04) William Thomson (Lord Kelvin), "On Graphic Solution of Dynamical Problems", Phil. Mag., Vol. 32, 1892.
- 6.05) Franz L. Alt, "Electronic Digital Computers, Their Use in Science and Engineering", Academic Press, Inc., New York, N.Y., p. 17, 1958.
- 6.06) 前田 憲一, 「デジタルコンピュータの概要」, 電気学会・電気通信学会・照明学会各関西支部専門講習会講演論文集, 「電気計算機」, p. 79, 昭和34年3月
- 6.07) K. W. Wagner, "Operatorenrechnung", 「演算子法」, 早田保美他4氏共譯, 電気日本社, pp. 1~418, 昭和19年5月.
- 6.08) Nelson M. Isada, "Design and Analysis of Tall Tapered Reinforced Concrete Chimneys Subjected to Earthquake", Proc. First World Conference on Earthquake Engineering, Berkeley, California, pp. 14-1-21, June 1956.
- 6.09) G. N. Bycroft, M. J. Murphy and K. J. Brown, "Electrical Analog for Earthquake Yield Spectra", Jour. of the Engineering Mechanics Division, Proc. A. S. C. E., No. 85, pp. 43-64, Oct. 1959.

- 6.10) 金多 淳, 奥村敏久, 「橋脚の振動性状の演算に関する研究」, 土木学会第14回年次学術講演会梗概集, PP. 33~34, 昭和34年6月.
- 6.11) 小坂輝二, 金多 淳, 南井喜一郎, 水畑耕治, 「構造物の耐震解析とアナログ・コンピュータ(アナログ・コンピュータによる非線型過渡振動解析)」, 日本建築学会論文報告集第63号, PP. 297~304, 昭和34年10月.
- 6.12) Ryo Tanabashi, "Nonlinear Transient Vibration of Structures", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 1223-1238, July 1960.
- 6.13) G. N. Bycroft, "Analog Computer Techniques in Aseismic Design", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 669-680, July 1960.
- 6.14) 近藤文治, 「電子管式アナログ計算機の概要と最近の進歩」, 電気学会, 電気通信学会, 照明学会, 関西支部専門講習会論文集「電気計算機」, PP. 1~16, 昭和34年3月.
- 6.15) 林 千博, 「低速度型電子管式アナログ計算機およびその応用」, 電気学会, 電気通信学会, 照明学会, 関西支部専門講習会論文集「電気計算機」, PP. 17~37, 昭和34年3月.
- 6.16) Edward C. Robison, "Computations on the Response of One-mass Undamped Structures to the El Centro Accelerograph Record", Watson Scientific Computing Laboratory, Columbia University, New York, N.Y.
- 6.17) T. P. Tung and N. M. Newmark, "Shears in a Tall Building Subjected to Strong Motion Earthquakes", Proc. First World Conference on Earthquake Engineering, Berkeley, California, pp. 10-1-11, June 1956.
- 6.18) 山田善一, 「構造物動的解析への応用」, 土木学会関西支部編昭和35年度講習テキスト, 「高速度計算機の土木工学への応用」, PP. 74~90, 昭和36年2月.
- 6.19) L. Fox and R. T. Goodwin, "Some New Methods for the Numerical Integration of Ordinary Differential Equations", Proceedings of the Cambridge Physical Society, Vol. 45, Part 3, p. 373, 1949.

- 6.20) C. S. Whitney, B. G. Anderson and M. G. Salvadori, "A Comprehensive Numerical Methods for the Analysis of Earthquake Resisting Structures", Jour. of the American Concrete Institute, Vol. 23, No. 1, Sept. 1951.
- 6.21) 石崎澤雄, 「構造物の振動計算に於ける差分法の適用について」, 日本建築学会研究報告 30号 (近畿支部), 昭和 30 年 1 月.
- 6.22) William E. Milne, "Numerical Solution of Differential Equations", John Wiley & Sons, Inc., New York, N.Y., Jan. 1953.
- 6.23) R. L. Jennings and N. M. Newmark, "Elastic Response of Multi-Story Shear Beam Type Structures Subjected to Strong Ground Motion", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 699-718, July 1960.
- 6.24) A. S. Veletsos and N. M. Newmark, "Effect of Inelastic Behavior on the Response of Simple Systems to Earthquake Motions", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 895-912, July 1960.
- 6.25) Glen V. Berg and S. S. Thomaides, "Energy Consumption by Structures in Strong-Motion Earthquakes", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 681-698, July 1960.
- 6.26) Joseph Penzien, "Elasto-plastic Response of Idealized Multi-Story Structures Subjected to a Strong Motion Earthquake", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 739-760, July 1960.
- 6.27) Donald E. Hudson, "A Comparison of Theoretical and Experimental Determinations of Building Response to Earthquakes", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan,

pp. 1105-1120, July 1960.

- 6.28) 京都大学プログラミング研究小委員会, KDC-1 マニュアル1巻, 「KDC-1の命令語」, pp. 1~95, 1959年10月.
- 6.29) 京都大学プログラミング研究小委員会, KDC-1 マニュアル2巻, 「KDC-1のプログラミング」, pp. 1~144, 1960年2月.
- 6.30) 京都大学電気計算教室, KDC-1 マニュアル3巻, 「KDC-1のライブラリ」, pp. 1~154, 1961年3月.
- 6.31) M. J. Murphy, G. M. Bycroft and L. W. Harrison, "Electrical Analog for Earthquake Shear Stresses in Multi-Story Building", Proc. First World Conference on Earthquake Engineering, Berkeley, California, pp. 9-1-19, June 1956.
- 6.32) Response Analyzer Committee, "Non-linear Response Analyzer and Application to Earthquake Resistant Design", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 649-668, July 1960.
- 6.33) R. I. Skinner, K. M. Adams and K. J. Brown, "Earthquake Response of Building Structures Derived from a Mixed Mechanical and Electrical Analogue", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 719-738, July 1960.
- 6.34) 三木亮爾, 「アナログ・コンピューターの自動プログラミング」, 京都大学工学部電子工学科特別研究論文, pp. 1~46, 昭和35年3月.

第 VII 編 構造物の地震応答に及ぼす地盤の影響

要 約

第 VII 編では構造物の地震応答に及ぼす地盤の影響について論じ、構造物の振動性状は地盤の力学的性質によつて大きく左右される。すなわち地盤そのものが一つの弾塑性振動系であり、地震動は地盤を傳つて構造物に作用するものであるからである。第 VII 編では軟弱な地盤内の剛体の rocking 振動に注目し、これより得られた結論から一般的な構造物の地震応答の問題を検討されている。

第 1 章 序 論

地震時の構造物の挙動はその構造物と支持する地盤の性質によつて多分に趣きと異にする。ことはすでに第 I 編で述べたところである。すなわち過去の地震による構造物の被害調査からは梁構の損傷は沖積層が厚ければ厚いほど増大し、そしてその場合に土壌自体の力学的性質如何によつて多少の変動が見られることは衆知の事柄であつて、このことはわれわれの関心とするに構造物自身のみならず地盤の特性とも含めて総合的な振動系についての挙動解析に何けるべきことと強く示すとともに、その研究の結果が構造物の耐震設計に如実に反映されなければならないことと指摘するのである。(7.01), (7.02)。

地盤の性状が地震時の構造物の挙動に及ぼす影響については第 I 編第 3 章に挙げて諸研究によつて主に擇一的に論じられているが、問題とさらに深く掘り下げて、たとえばある一つの Type の地盤の pattern による特定の構造物の response を議論する場合には、單に構造物と地盤に關する概略的な性質の評価のみならず、もつと前段階的な、地盤そのものの力学的性状の認識が必要とされる。何となれば、地震時の構造物の挙動はその構造物と、それと支持する地盤とで構成した振動系の動きであり、それは上部構造と下部構造(地盤)が各單独で振動する場合に示す特性に相関連するものであるからである。従来多くの研究においては構造物の振動はそれと支持する地盤を剛体と考へて、構造物の力学的性状の如何を問題にした解析が多くなされ、したがつてこゝでいう上部構造体の振動性状に關してはかなりの知識が蓄積されている。このような見方からすれば、下部構造自身についても、單にその力学的な性質の解明をもつて、動的な現象を推論するのでなしに、やはりこれと一つの振動系として、

その振動性状を把握しようとすることも同様に重要性を帯びてくるものである。

このような意味をもつて、地盤土壌自体の振動特性を実験的に明らかにしようとする試みは遠く 1900 年代に遡る。すなわち 1906 年 4 月 18 日の San Francisco 地震に関する California State Earthquake Investigation Commission の報告書の中には E. J. Rogers 教授の「振動台による実験」と題する論文があり、この論文で土壌の振動性状がとり上げられている。1930 年には L. S. Jacobsen 教授によって地動を受ける土壌の挙動が定常および非定常の交番的な disturbance に対して実験的に求められ、地盤の深さと振動 mode との関連、土壌の含水率による変形量の变化、disturbance の振動数の変化による土壌表面の振幅などといった問題が定量的に解析された(7.03)。このように、現実には地盤と構造物とが一体となつて、連成振動を行なうことを認識しながら、その解明のための前段階として、地盤、ないし土壌そのものの動的性状と問題にした研究も、その後、非常に多く数えられるが、かゝる系列の研究として、過去に大きな被害を受けた地方の地盤について弾性波試験によつてその性状を明らかにし、そして、その結果と、被害の模様との相関性について論じた棚橋、石崎両博士の論文(7.04)はそれ以後の耐震構造学の分野において応用さるべき重要な結論の幾つかを導いている。

一方、この問題に関する理論的な研究としては、実際に構造物の地震時の被害の大きい軟弱地盤を採り上げにものが多いが、1941 年には東京大学地震研究所の高橋龍太郎博士らは軟弱地盤における地震動の問題と、密度および波動の傳播速度の異なる弾性表面層がある場合の弾性波の問題として取扱つている(7.05)。しかし、現実の沖積層地盤に波動が傳播するときには、地盤の塑性機構に基づいて波動の吸収と分散の現象が見られることは理論的にも証明され(7.06)、(7.07)また実験的にも明らかであつて、したがつて、筆者らは軟弱地盤が密度および傳播速度と異にする表面層と有する場合と想定し、地盤表面の動きが、地盤の塑性機構および表面層の厚さによつて如何なる影響を受けるかという問題を取扱つてにことがある(7.08)。その場合の波動の運動方程式は形式上は弾性地盤内と傳播する波動のそれと同じ形式に書くことができるけれども、式の中に含まれる常数表示、あるいは波動の傳播速度を規定する量は弾性波の問題ではたとえば Lamé の常数 λ および μ として定義されても、塑性地盤を対象とする場合には、これらとともに複素数表示をとり、かつ振動

数特性をもつものと考えなければならない。そこで理論式の取扱いを *reological* な立場において、地盤の応力の緩和関数を導入すれば、地盤内の波動の傳播速度の表示には波動の振動数特性によつて規定せられる位相差の介入することも理論的に示される。かゝる地盤内でのせん断応力波に対しては時間的な遅れをもつせん断ひずみに対応すること、またその応力波の 1 cycle 当りにばたはすは事量、あるいは 1 cycle 当りに地盤内で吸収せられる *energy* 量も計算されることが示される。また厚さの一樣な表面層がある場合、これに対して波動が鉛直下方から傳播してくるときには入射波と反射波の間に起る相互干渉の結果も、弾性波の場合よりもさらに著しい複雑性が示される。しかしこの場合に、表面層内で反射と透過す波の減衰は大きく、また地層表面の波動の振幅は地盤の塑性條件によつて支配されることが、そして、特定の振動数に対して表面波動振幅の極大値が存在することが確認せられ、このような根拠から筆者らの解析では軟弱地盤に卓越周期が存在すること、そしてその値は地盤の塑性性状と表面層の厚さから求め得ることを結論としたのである。

いままでに述べた一つの振動体としての地盤の性状が構造物と連成すると考えた場合の振動系全体の振動性状に定量的に如何なる影響をもつかという問題がづきに議論されなければならないものとして重要性をもつことは疑いないことである。具体的にいえば、たとえば地盤の剛性の大小が構造物-地盤の振動系の固有振動周期の長短に、あるいは地盤の塑性機構がこの連成振動系の振動の間に吸収、あるいは逸散される振動 *energy* の多少にどの程度影響をもつかということとをわれわれは知りにかからなくてはならない。

これに関連して、16 層の建物模型の動的せん断力に関して行はつた L. S. Jacobsen, R. S. Ayre 両教授の實驗的研究は非常に貴重な結論と提供している(7.09)。この研究は San Francisco 市内にある 15 層建の Alexander Building を *prototype* として想定した機械的 *model* の動的性状について考察したものであるが、両教授は架構の固有周期、水平剛性ならびに減衰性など、地盤をも含めた振動系としての動力学的性質が既知のこの office building の水平方向の剛性と質量と相似せしめ、さらに、その地盤の性状ととり入れるべく、最下層に地盤を模擬した一つの振動要素を加えて 16 層の *model* と作製し、これに Vibration Research Laboratory, Stanford University, にある大型振動台によつて一種の *transient* な抽象化された地動と作用させるときの模型の挙動

と観察した。実験においては抽象化された地盤の振幅および周期と種々変化せしめ

対に model 各層の質量および剛性の分布も相異なる場合が数例対象とされているが、とくに構造物の基礎地盤の剛性が rigid なもの (現実の prototype に対応するもの) と

その約 $1/50$ に当る Very flexible な場合について比較されていることは注目されてよい。そしてこの軟弱地盤を対象とする Very flexible な地盤系の場合には rigid な地盤の場合よりも、その自由振動時の energy dissipation の割合が約 36% 大きく、(fundamental mode) そして振動系自体の固有振動周期は最低次のものに対して約 17% 大きくなっていることが記されているが、とくにこの論文中に掲げられた rigid な地盤と Very flexible な地盤ともつ場合の解、time-displacement curve, に見られるいろいろな傾向の相異は極めて顕著である。この結果、各振動系の振動中の最大層せん断力分布と比較すれば first mode に関して、Very flexible な地盤ともつ振動系のせん断力分布は rigid な地盤系のそれに比べて約 $2/3$ に過ぎず、高次振動系に関しては、この差異はさらに著しい。

Jacobsen, Ayre 両教授によつて指摘されたこの実験的事実は定量的にわれわれに地盤の性状が構造物の dynamic response に及ぼす影響についての判定の資料と与えるものであつて、このことが本論において行なわれる考察の根拠となすものである。といつても差支えない。激震時における軟弱地盤は塑性降伏となし、その結果は上の実験の観測事実とさらに顕著なものとする方向に向かわしめるものであることも当然予想せられよう。

このような地盤の地震時の降伏は上部構造の挙動にどんな影響をもつかという問題を一般的に論じ、解析することは、極めて難かしいことであるが、その理論的説明が近年小堀博士と南井良一郎氏によつて手掛けられ、その成果が各方面から注目せられている (7.10)。特に地盤性状そのものの説明には、そして特に地盤が超大な破壊 energy 源によつて振動せしめられる場合、たとえば原子核反応が地中で急激に行なわれらるゝ地盤の動きなどが現在米国の地震学者の手によつて研究され、その結果の一部はすでに第2回世界地震工学会議において報告されている (7.11)。

次章以下に詳述される解析は、いままでに論じて来た地盤の性状と、その静力学的は単軸圧縮試験結果から、現実の土壌の示す荷重-変形の関係と一般的に表しして、これより地震時に示す地盤の圧力の模様と reconcile することから始められる。しかし、実際の土壌の動的

な性状を明らかにした実験結果は未だ比較的全くしい現状にあるために、復元力特性の *reconciliation* にはあらゆる場合を包含することは不可能であるが、以下の解析はその代表的な一の場合の様相を示すものと見做してよいものと思われる。本編で振動系の過渡振動 *response* を求めるために電算管式低速度型 *analog computer* を使用したが、その模擬演算の詳細に關しては第 VI 編第 2 章を参照されたい。

第 2 章 弾塑性地盤内における剛体の非定常振動

7.2.1 概説

本章においては軟弱な弾塑性地盤によつて支持せられる一つの剛体（たとえば橋脚井筒）が、抽象化された地震動によつて生ずる過渡的な動的挙動が明らかにされる。実際の橋梁下部構造の耐震設計は單に地震動の加速度値のみに関連して設計震度にして検討されているのが現状であるが（7.12），いままで述べてきた動力学的な解析からはその妥当性が極めて疑わしいことが結論され、しながって橋脚の合理的な耐震設計と行なうには、いままでの静力学的な取扱いは全く異なつた立場からの解析結果に基づくことが必要となるのである。

橋脚の振動の特性は第一に水平方向の地震動によつて橋脚自身が水平に振動する以外に、橋脚がある一つの水平軸の周りで *rocking* 振動と行なうということにある。すなわち、橋脚の重心位置と、軟弱地盤が地震時に橋脚に及ぼす全布復元力の合力の作用位置が異なつた深さにあるために、地盤全体が純粹に水平に動いても、それによつて橋脚の *rolling* 運動が誘発される。そして地盤が弾塑性の性状を示す場合には地震時の橋脚の運動は非線型微分方程式に支配される極めて複雑なものとなる。

一般に非線型の運動微分方程式の数学的取扱いが困難で、厳正解が得られないところから、採られるべき解析法としては、いままで *step-by-step* 数値積分法、または図解法が用いられ、あるいは機械的な *model analysis* が試みられてきたが、本章では抽象化された橋脚-地盤振動系が一定の *Type* の地震動と受ける場合の *response* を京都大学工学部電子工学教室にある *analog computer* を用いて求めた（7.13）。橋脚の地震応答からはその振動時の最大振幅および振動系が振動中に塑性仕事として消散される *energy* 量が注目せられたが、その解析は以下順を追つて示される。

7.2.2 橋脚の振動の基礎微分方程式

いま弾塑性地盤に支持される橋脚に地震の水平動のみが作用する場合と考える。振動中の橋脚井筒の變形は軟弱な基礎地盤の變形に比べて小さく、また橋脚の rolling 振動に伴う重力の影響も、通常われわれが問題にする程度の振幅の範囲では極めて小さいから、橋脚は1方向の水平地震動と想定した場合には2自由度の剛体と見做すことができる。すなわち、橋脚断面の主軸方向に起る水平地震動に対して、橋脚の運動は橋脚の任意の点の水平変位と、その点を通る水平軸の周りの回転角とで完全に記述される。

この場合、基礎地盤が完全弾性体であれば、橋脚の一部に、地盤との相対変位が起らず、たゞ回転のみを生ずるような点、すなわち“瞬間的な回転中心”ともいうべき点が必要と存在し、

その位置は橋脚の形状寸法がわかれば求まることである。そして物師長徳博士はかかる点（たとえ橋脚の回転角（回転振幅）が増大してもその位置と変えることがない）と述べている。

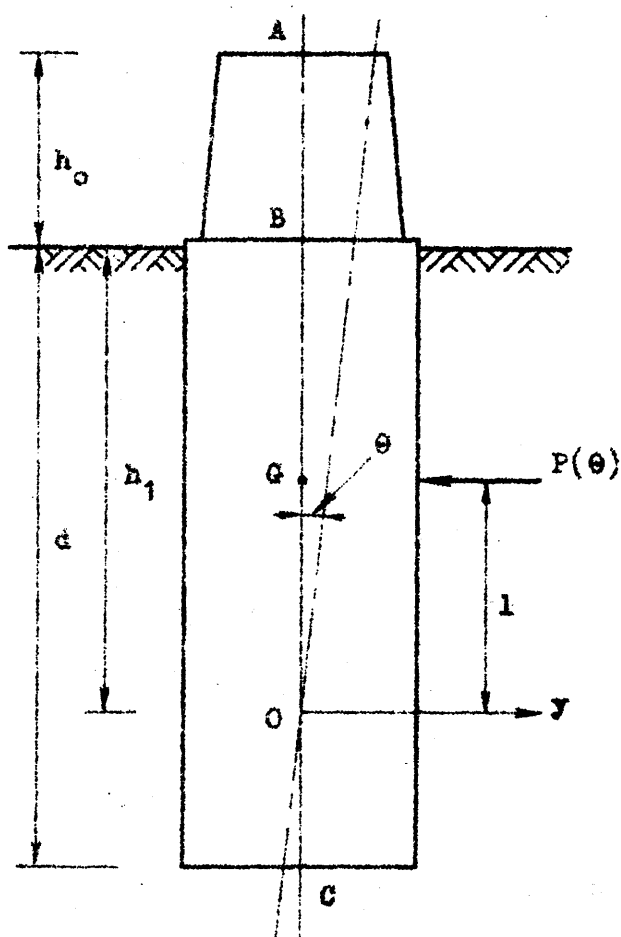
(7.14)。しかし、基礎地盤が弾塑性性質を示す場合には、橋脚と基礎との相対的な運動によつて生ずる復元力は相対変形量の大きさによつて、その分布形状と変えるから、“瞬間回転中心”は厳密には橋脚の回転角の大きさによつてその位置を変えざるを得ない。たゞ問題は橋脚の振幅（回転振幅）の大きさによつて、この瞬間回転中心の移動がどの位の order になるかということであつて、この点について乾燥砂のごとき塑性性質を十分に具備した媒体内で剛体と運動させた模型実験(7.15)を行なつて瞬間回転中心の移動量を測定した結果は、その量が実際には相当微小であつて、塑性体内で rolling 運動とする橋脚は弾性地盤内と同様にほとんど一定点の周りで回転が行なわれると仮定しても良いことを明らかにしたのである。

ゆゑに第7.2.1図に示すことき一つの橋脚の重心を通る鉛直線とZ軸、そしてほゞ定点と見做し得る橋脚の瞬間回転中心と原点にとれば、原点Oは水平方向に地震動と同じ動きをなすものと見られるから、地震時の橋脚の動きは相対座標系で回転角 θ のみの1自由度系として、つぎの運動方程式で記述される。

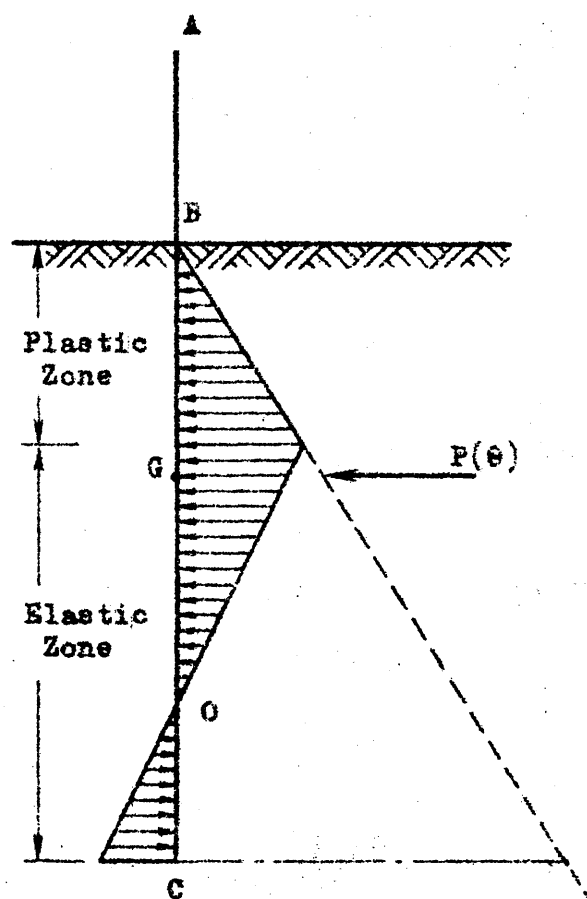
$$I_0 \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \ell P(\theta) = -M \ell \frac{d^2 y_g}{dt^2} \quad (7.2.1)$$

こゝに I_0 : 橋脚のO点に関する慣性 moment

M : 橋脚の全質量



第 7・2・1 図 Schematic Diagram
of a Bridge Pier



第 7・2・2 図 抽象化された
地盤反力の分布

θ : 橋脚の角変位, として

y_g : 地動変位

である。上式の右辺の第 1 項は慣性力の moment (or couple) であり、第 2 項すなわち関数 $P(\theta)$ は全体として基礎地盤反力によつて生ずる復元力の moment とみし、厚さ l と橋脚の重心 G との距離を l とすれば、これは等価的に橋脚の重心に作用する基礎地盤反力の合力 $P(\theta)$ と同様の形で表現される。地盤が弾塑性性質を示すときは $P(\theta)$ と変位 θ とは正比例せず、通常この関数の形は主として土壌の力学的特性に左右される。そしてもし土壌が完全弾塑性 (ideally plastic) な力学的特性を示すときは、地盤の復元力分布は第 7・2・2 図 に示すような形に抽象してよいと思われる。

橋脚の地表面に於ける相対水平変位 y といふ $y = h, 0$ とおけば (7.2.1) 式は

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + G(y) = -a \frac{d^2 y}{dt^2} \quad (7.2.2)$$

と書き直すことが出来る。ただし

$$G(y) = \frac{h h_1}{I_0} P(\theta) \quad \text{および} \quad a = \frac{M h h_1}{I_0} \quad (7.2.3)$$

である。

この式は剛体に抽象せられた橋脚が静止の状態から任意の地動変位 y_g を受けて rocking 振動と行なうときの運動微分方程式であつて、橋脚の傾斜角 θ がある程度大きくなれば $P(\theta)$ は θ に比例しないから、(7.2.3) 式の $G(y)$ は一般に θ すなわち y の非 1 次関数となる。つまり (7.2.2) 式は y を従属変数とする 2 階の非線型定微分方程式であつて、その particular solution はオズ本編で述べた方法で求められる。(7.2.2) 式と誘導する際に地盤土壌の粘性や内部摩擦、あるいは橋脚と地盤の接触面に働く摩擦力の影響は無視した。また、橋脚地盤上の河水が橋脚の振動に及ぼす効果や、流水の動水力学的な項も省略した。すなわち、

これは、たゞ地盤の弾塑性回復力の履歴特性のみによつて生ずる減衰効果、あるいは振動の各 cycle ごとに失はれる energy 量を評価することに最大の関心が寄せられているからである。

7.2.3 基礎地盤の復元力-変形曲線の想定

橋脚の運動方程式 (7.2.2) を用いて、地震時の橋脚の response を求めるために、この式中の復元力の項 $G(y)$ を特定づけることが必要である。そしてこれは橋脚のすばと地盤土壌の力学的性質から定められるべきものである。

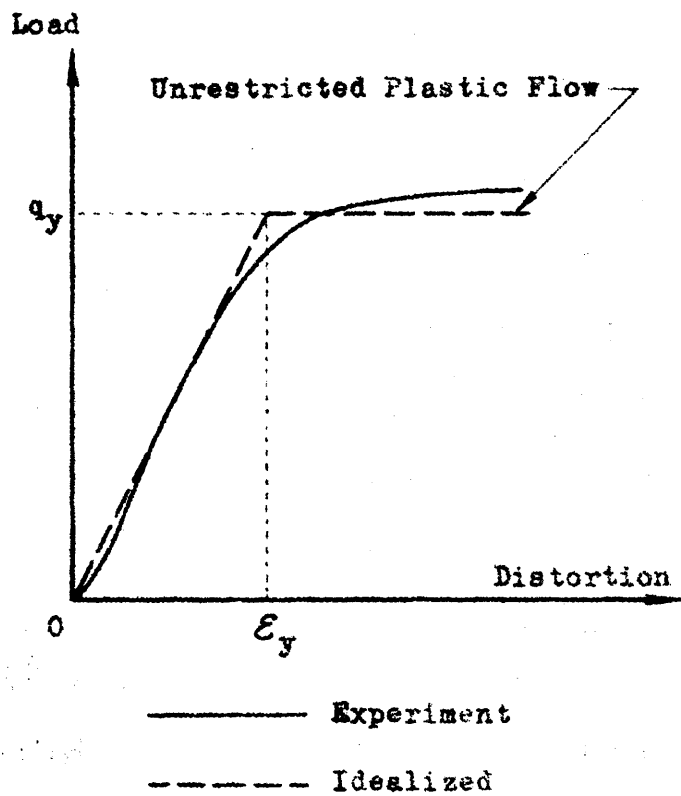
一般に軟弱な沖積層の土壌の 1 軸圧縮試験からは、オ 7.2.3 図に実線で示すような荷重-変形曲線が得られ、そしてこの曲線はかなり高い近似度で完全弾塑性 (ideally elastoplastic) なものと考えて差支えないと思われる。よつて、橋脚井筒の傾斜が地盤に塑性変形と生ぜしめるような大きさであれば、橋脚に接触せる地盤の若干の部分ではこの大きい変形のためにその応力-ひずみの関係は unrestricted plastic flow の段階にあるものと見做し

て差支えない。

そして通常この地盤土壌の降伏応力度は地表面からの深さに比例して増大する傾向が認められるから、こゝでもそのような仮定をなすことによつて、オ 7.2.2 図に示した地盤の復元力分布は妥当性が与えられるのである。すなわち、オ 7.2.2 図で橋脚井筒がその回転中心 O の周りに角 θ だけ回転したとすれば、地表面近くでの橋脚の水平変位は大きく、ために地表面の土壌はたとえ角 θ が微小であつても *unrestricted plastic flow* の状態に入る。図で *plastic zone* と *elastic zone* と区別した部分の境界面の深さでは、その部分の橋脚の水平変位は地表面ほど大きくなく、また、その深さにおける土壌の降伏応力度はこの境界面より上部の土壌のそれに比べて大きいから、ある傾斜角 θ にはして、ちやうどこの境界面の土壌が降伏応力度に達することになる。これより深い位置にある部分は橋脚の水平変位量がより小さく、そして土壌の降伏応力度は大きいから、すべて応力の弾性限界内にあることは明らかである。角 θ が更に増大すれば、橋脚の水平変位はより大きくなるから *elastic zone* と *plastic zone* の境界面は下降し、地盤反力の分布は変化することは容易にわかるであらう。たとえば角 θ が2倍になれば弾性応力の領域の各反力は2倍となり、そして塑性応力域はオ 7.2.2 図の奥線と、そして O 点を通り2倍の傾斜をもつ直線とが交わる位置まで拡大される。

したがつて、橋脚の傾斜角 θ の変化に対応して、基礎反力の大きさをばらばに分布と知る事ができるが、それによつて、この分布した地盤反力が O 点に対してはす復元 *moment* $lP(\theta)$ を図式積分などから計算することも可能である。 l は一定の値であるから、このようにして得られた $P(\theta)$ と θ との関係を示す曲線は定性的に書くことができるが、いゝ具体的に一つの *prototype* (原型) についてこの $P(\theta) \sim \theta$ 曲線を定量的におおむねには、*Prototype* に対して行なつた微小振幅振動実験の結果が利用される。すなわち橋脚振動系の *Prototype* の微小振動時の固有周期が知られれば、それより $P(\theta) \sim \theta$ 曲線の初期勾配の値がわかり、そして、弾性線型振動の限界の領域における加振力の大きさと振幅とを測定して、 $P(\theta) \sim \theta$ を定量的に正しく特性づけられるのである。

いまこゝで橋脚の一つの *prototype* として、1径間が 32.1 m の *span* 鉄道橋の橋脚ととり上げる。その *prototype* の寸法その他量はオ 7.1 表に挙げられているが、



第 7. 2. 3 図 土壌の荷重—変形曲線

第 7. 1 表 橋脚の proto type

記 号	寸 法
h_0	7.3 m
h_1	19.5 m
d	24.0 m
l	11.9 m
a : 橋脚井筒の厚さ	3.6 m
b : 橋脚井筒の幅	8.3 m
A : 橋脚井筒の断面積	27.1 m ²
W_0 : 積載荷重	354 ton
W_1 : 固定荷重	1,163 ton
W : 全荷重	1,517 ton
M : 質量	155 ton·sec ² /cm
I_0 : 慣性 moment	54,000 ton·m·sec ²

これらの諸量を用いて(7.2.3)式中の値と計算するとつぎのようになる。

$$\frac{lh_1}{I_1} = 0.0043 \text{ m/ton} \cdot \text{sec}^2 \quad \text{および} \quad a = \frac{Mlh_1}{I_1} = 0.67 \quad (7.2.4)$$

この橋脚の橋軸直角方向に関して微小振幅の定常強制振動試験を行なつて、この橋脚と地盤の振動系の固有振動周期と求めた実験から固有周期 $T_1 = 0.15 \text{ sec.}$ が得られる。ゆえに、

この proto type の $P(\theta) \sim \theta$ 曲線の初期勾配は

$$\tan \beta = \frac{4\pi^2}{T_1^2} \cdot \frac{I_1}{l} = 8.0 \times 10^6 \text{ ton/rad} \quad (7.2.5)$$

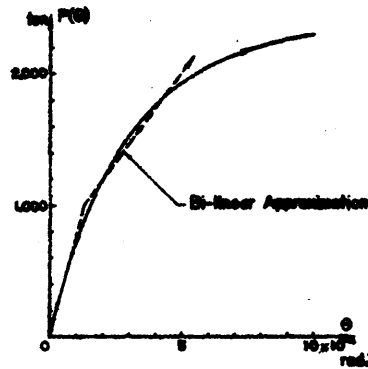
のごとく求められる。

このようにして、この振動系に関して reconcile され $P(\theta) \sim \theta$ 曲線がオ7.2.4図に示されるが、この softening type の曲線は θ の増大に伴はうこの系の1方向の変形に対応するものであつて、それはまた θ のかなり微小な範囲においては同図中で直線で示されるような bi-linear な特性に近似することもできる。

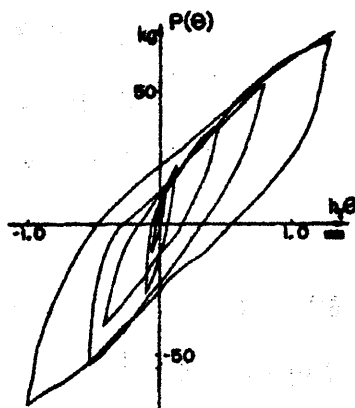
しかしながら、この系の復元力—変位曲線は一般に、交替的な変位となす場合にはある特定の type の履歴特性を示すのが常であつて、このような橋脚と地盤系に関する一つの模型実験(7.16)はその模型に水平方向の cyclic な交替載荷となしに降の典型的な荷重—変位曲線を与えている(オ7.2.5 図)。このような事実を準拠するならば、この橋脚と地盤の振動系に特有な復元力—変位の関係を示すものとしてわれわれはオ7.2.6 図に示すごとく履歴性を有する bi-linear な特性を想定するのが妥当と考えられる。

7.2.4 Analog computer によつて求められた橋脚の地震応答

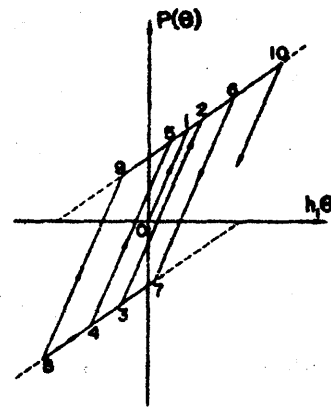
これまで考えられてきた機械系はらうと、1個の質量と履歴性のある bi-linear な復元力特性をもつたばねからなる1自由度振動系に似たものであつて、この場合復元力はその降伏点までは変位量に正比例し、そして復元力が降伏点を超えて後は変位の増大とともにいさよでもりむちい増加率で増大する。そして、質点の速度が符号を変えるとき復元力—変位特性は振動の初期の部分に平行な直線に沿つて減少する。したがつてこの履歴 loop はオ7.2.6 図に示すような直線的な部分によつて構成せられ、かゝる特性をもつ振動系が地震によつて大きな



第 7・2・4 図 *Reconcile* された振動系の
復元力-変位曲線とその *bi-linear* 近似



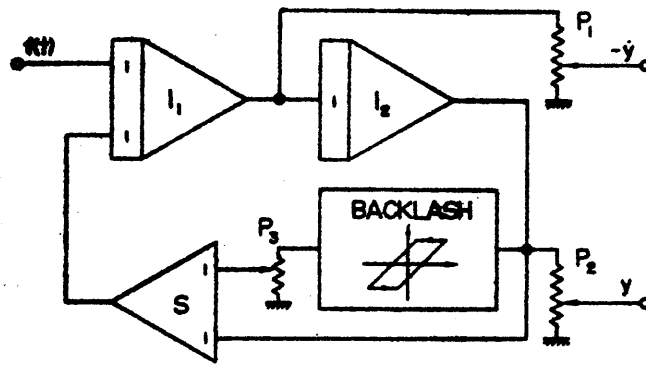
第 7・2・5 図 橋脚-地盤振動系
の模型の荷重-変位履歴曲線



第 7・2・6 図 抽象化された
復元力-変位特性

衝動 (impulse) を受ける際、このばねは弾性域より塑性域に遷位せしめられ、そしてその結果、振動系は新しい釣合位置の周りで振動することになる。それ以後さらに impulse が系に加えられると、この釣合位置はそれによつて変動し、振動系の変位の "permanent set" の値は変化せられる。しに、これに伴はつて復元力の降伏変も釣合位置の如何によつてその値を変える。

このような機械的振動系はその運動が (7・2・3) 式に示された微分方程式によつて支配されるが、この非線型微分方程式は非線型 backlash 要素をもつ低速度型 同接電子管式 analog computer によつて解が求められる。すなわち、われわれは非線型 backlash ele-



第 7.2.7 図 電子管式 analog computer 回路

ment と操型要素を並列につなぐことによつて、上に述べた振動系の復元力特性と電気的に模擬、代表とせることが出来るから、方程式 (7.2.3) は直接積分されて、振動系の変位 y とその速度 \dot{y} がともに時間の関数としてつぎのように求められる。

$$\dot{y} = -p^2 \int_0^t \{ a \ddot{y}_g / p^2 + g(\dot{y}) \} dt \quad (7.2.6)$$

$$y = -p^2 \int_0^t \int_0^t \{ a \ddot{y}_g / p^2 + g(\dot{y}) \} dt \quad (7.2.7)$$

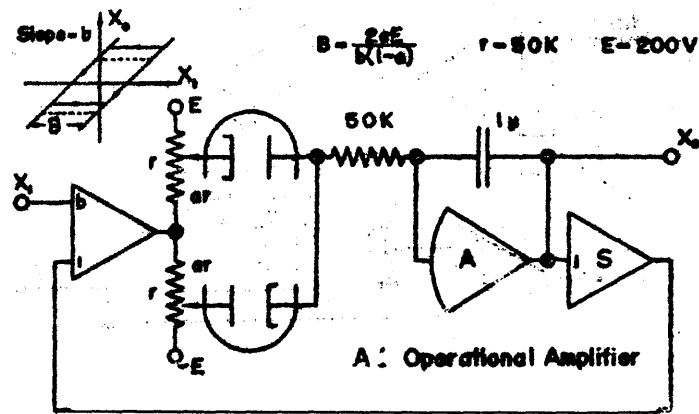
こゝに $G(\dot{y}) = p^2 g(\dot{y})$ で、これは $g(\dot{y}) = \dot{y} - k(\dot{y})$ とおけば

関数 $k(\dot{y})$ は \dot{y} の 2 次以上の幂関数で表わされた linearity difference すなわち操型復元力特性からの距にりと示し、そして p はこの振動系が微小振幅で振動する際の系の固有円振動数と表わす。

(7.2.6), (7.2.7) 式の演算を行はうための電子管式 analog computer の block diagram は第 7.2.7 図に示される。

この図において P, I , および S はそれぞれ potentiometer, integrating amplifier (積分器), および summing amplifier (加算器) を示す。また第 7.2.8 図には代表的な backlash element の回路構成が示される。これは挿入図のような入力電圧 X_1 と出力電圧 X_2 の間の関係と現出すべき回路であつて、それにはこの機能と司る 2 極真空管と 1 個の積分器が組合わされている。

いまこの電子管式模擬演算回路に入力関数 $f(t)$ として、変換された地動加速度 $a \ddot{y}_g / p^2$ が入力電圧の時間的変動の形で導入されるとき、この回路はその変動電圧を 2 度積分し、非操型



第 7.2.8 図 Backlash element の回路構成

特性を加えて、もとに feed back する。したがって $f(t)$ によって駆動されている回路の各特定の部分においてばわれわれが対象とする振動率の変位 y ならびに速度 $-\dot{y}$ がそれそれその部分の出力電圧の時間的変動という形で求められ、それらは ink 書 *oscillograph* によって記録せられるのである。

地動変位 y_g がたとえば sinusoidal, 矩形加速度波, あるいは指数関数的な波の形状に近似し得る場合には、これら単純な解析的関数形を出力として取り出すことのできる適当な電気回路を作製しておけばよい。そして、地震計によって記録せられた実際の地動のような複雑な形状の波形に対する橋脚振動率の response もまた、その地震計記録地動が何らかの方法で電気量に変換すれば、(たとえば Bycroft, Murphy および Brown 3 氏が行なつたような方法によって (7.17)), 容易に求められるのである。

地震波の想定:

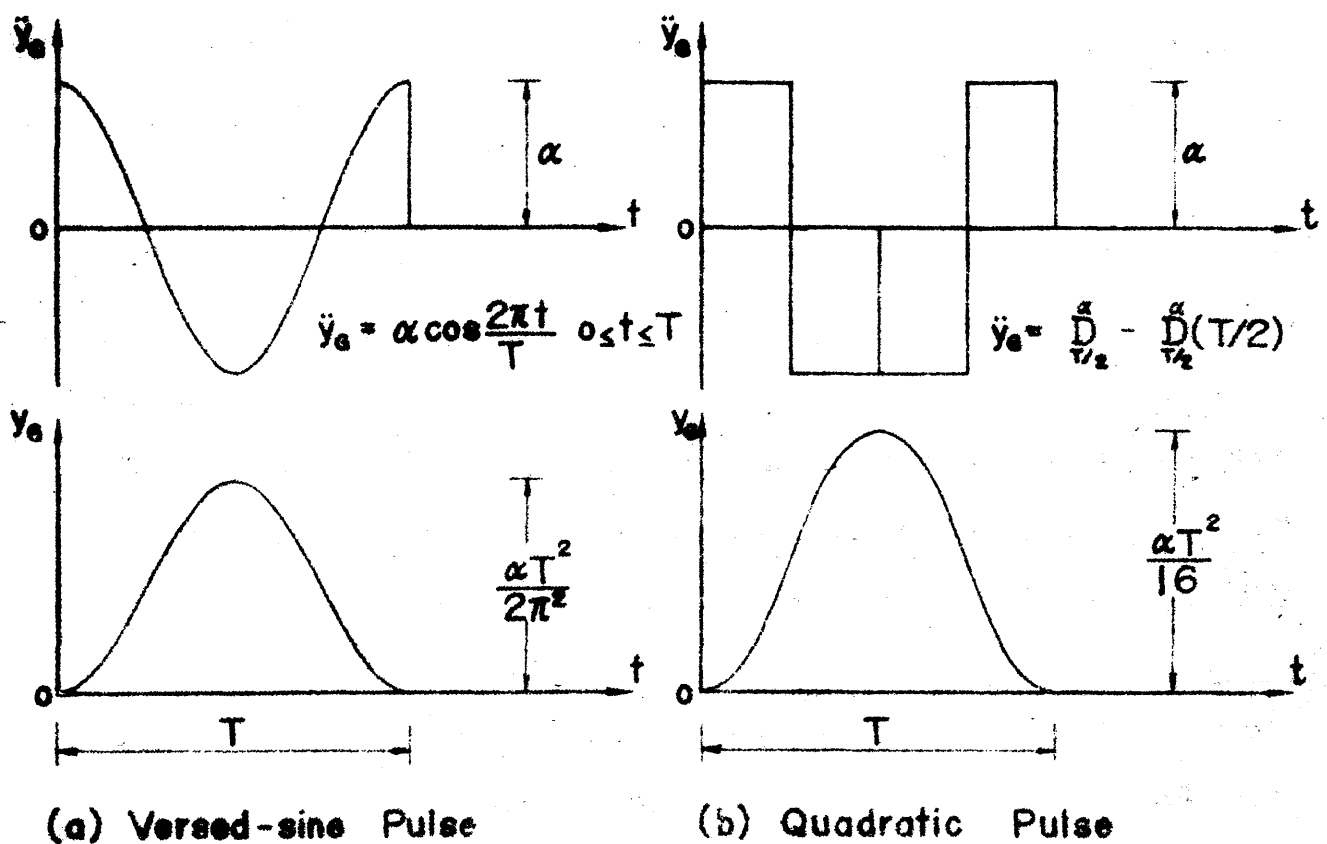
破壊的な地震動の普通的な傾向すなわち強震地動の pattern については定説がなく、そして構造物に及ぼす地震波の影響と解析するに用いられるべき強震時の地震計記録が十分に得られていない今日では起り得ると考えられるすべての地震動の pattern に対して構造物の response を包括的に探究することは、たとえそれが極めて望ましいものではあつても、実際には不可能な事柄である。

一つの地震地動は比較的短い継続時間の微動(通常初期微動と称せられるもの)と、それに続く、振幅の大きい非定常的なしかも不規則な波から構成せられており、その主要部分は恰

かも震源からの強制振動とそれによつて誘發せられた地盤の自由振動とが過渡的に重合せられているように見做される。また通常、相互離れた二つの地点で同時に記録せられた同一地震の pattern を觀察してもそこに何らの規則性、あるいは共通性も見出されず、われわれとして決断に迷わしめるべき現象もしばしば現われるのである。

けれども、巨視的あるいは大局的な見地から、われわれは地震源からのかなり離れた場所にある構造物に注目することになれば、その處の地震動の pattern には僅か數 cycle の比較的振幅の大きな振動が過渡的に生じ、そしてこれらが、構造物の被害の主因となつてゐることが認められる。

このような現実の地震動の主要な部分を代表する最も単純な形は、たとえば第 7.2.9 図



第 7.2.9 図 本編の解析に想定した地動

に示されるような自由度、そして、一定時間の間に並進的に1往復するような地動の pattern であろう。このが7.2.9 図には地動加速度とつぎの2種類、すなわち

$$\ddot{y}_g = \alpha \cos \frac{2\pi t}{T} \quad 0 \leq t \leq T \quad (7.2.8)$$

および

$$\ddot{y}_g = \frac{\alpha}{T/2} - \frac{\alpha}{T/2} \quad (T/2) \quad (7.2.9)$$

なる形に近似したものが画かれているが、(7.2.8)式に対応する地動変位は1 cycleの正矢 pulse (Versed-sine pulse) であり、(7.2.9)式は放物線と連接した1 cycleの quadratic pulse となる。 $\frac{\alpha}{T/2}$ は Lydik S. Jacobsen 教授の定義(7.18)による acceleration doublet を表わす記号である。が7.2.9 図に示した2種類の地動はともに同一の最大加速度値 α と、pulse 継続時間 T とともつから、それに対応して versed-sine 地動 pulse の最大変位量は $\alpha T^2/2\pi^2$ となり、また定値加速度波のそれは $\alpha T^2/16$ となつてこれは前者よりも約 23 % 大きいことがわかる。

われわれは主に地動加速度の最大値 α と、そして地動の継続時間の橋脚振動系の弾性固有周期との比 T/T_n の変動による影響について解析と試みるものであるから、これら2種類の型に抽象化された地動の各々についてその最大加速度値 α といろいろに変え、さらに $T_n = 0.15 \text{ sec}$ に対する地動の継続時間 T を 0.075 sec. より 0.30 sec. に変化せしめた場合の橋脚の response を求めた。地動の最大加速度値は 0.16 g から 0.64 g までの範囲で段階的に変化せしめた。ただし g は重力加速度の値であり、またこの場合の振動系の復元力成分 $P(\phi)$ の初期弾性域はが7.2.4 図に示したように $\pm 1,000 \text{ ton}$ と仮定された。

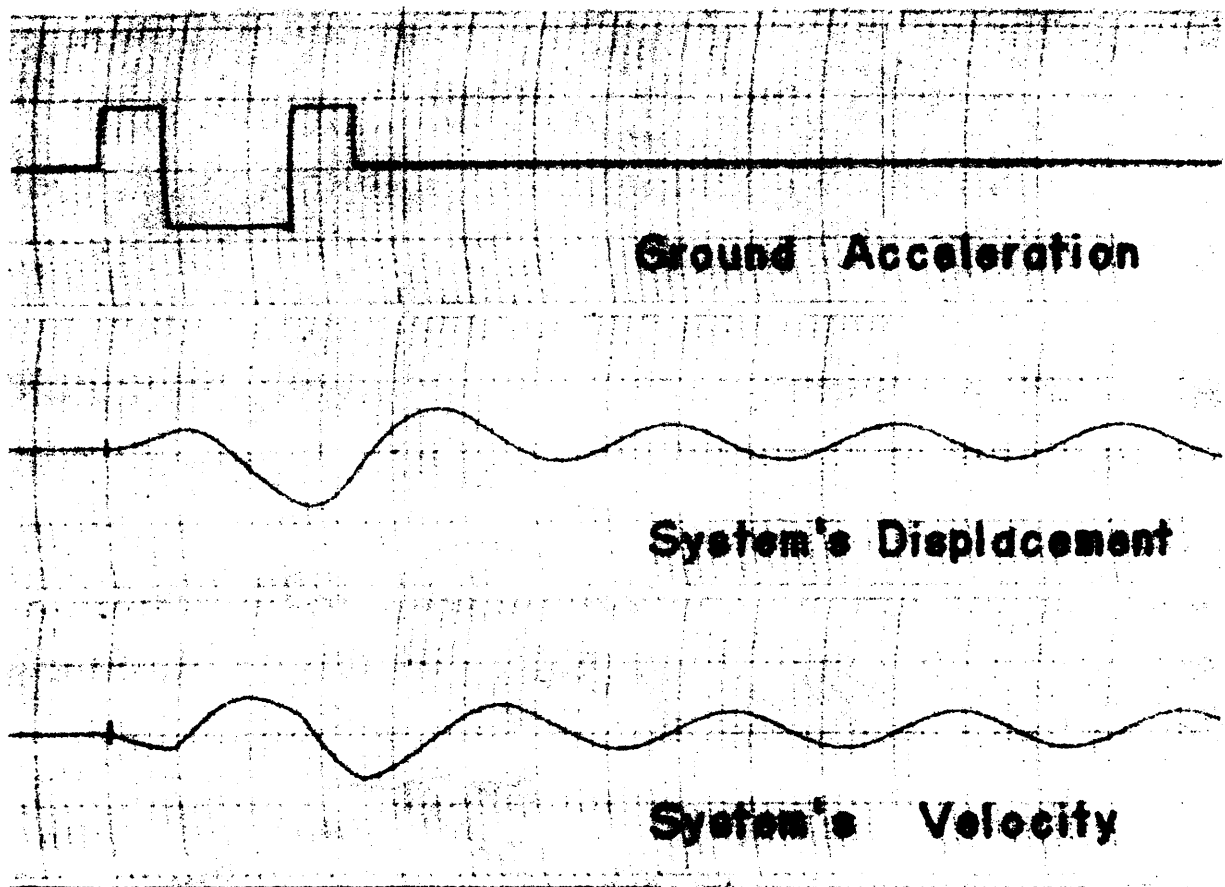
計算結果：

抽象化された地震動と受ける橋脚の response curve が電子管式 analog computer を用いて求められた。 α と T の異なる値に対応する總計225組の解曲線は比較的短時間のうちに得られ、それらはが7.2.10 図に示すように通記式 pen recorder によつて記録紙の上につぎつぎと画かれている。この図は得られた結果の一例を示すものであつて、地動加速度の時間的変動がその図の最上段に画かれ、そしてこの地動の作用と受ける振動系の変位-時間曲線、および速度-時間曲線がそれぞれこの図の中段および下段に示されている。

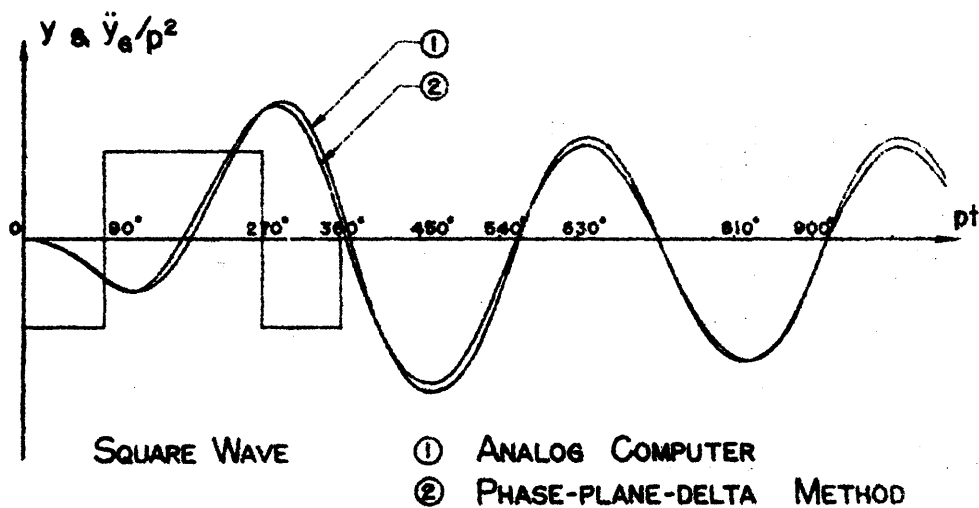
精 度 :

この解析に用いた京都大学工学部電子工学教室の computer の各演算要素は 0.2 % 以下の誤差であり, amplifier の入力-出力電圧の関係と示す graph の直線性は計算機 amplifier を 0.1 ないし 1 cycle/sec なる低速度の範囲で駆動する場合に 0.5 % 以下の誤差に収まるといわれている。しかし、これらをもつて構成した演算回路(オ 7.2.7 図)の総合演算誤差はこれらよりかなり高くなるものと考えられる。

模擬演算回路のもつ総合演算誤差と判定し、もつて analog computer をこの種の解析に利用することの可否を検討する目的である。こゝに得られた模擬演算結果の一つとその解と得るために用いたと同様の α, T などの値を用いて、step-by-step 図式演算である phase -



第 7.2.10 図 Response curve の一例



第 7.2.11 図

plane-delta method (7.19) によつて解を求め、これら二つを同じ scale の変位-時間平面上に plot すれば第 7.2.11 図が得られる。

この図において analog computer による結果と、phase-plane-delta method による結果である二つの response 曲線 ①, ②と比較すれば、各時間的に対応する極大振幅の値の差はいずれの値の数%以下であることが知られ、したがつてこれら二つの曲線の差異は小さく、工学的にはこれらの方法による誤差は許容し得る程度であるといえよう。したがつて解の精度、および所要の労力という二点からは、これらの解析方法がともに工学的には有用な手段であり、そして 電子管式 analogy による方法は一つづつ解を求めらるに要する時間の節約という点において優れたものであることが結論されるであらう。

こゝで求めた解曲線を整理して、いろいろな規準から比較検討することはこの揺動振動系の動的な振動性状を明らかにする意味において極めて重要なことであるから、その解析結果についても次章で詳述される議論に併せ行はわれる。

第3章 地盤内における振動 energy の吸収あるいは地下逸散に関して

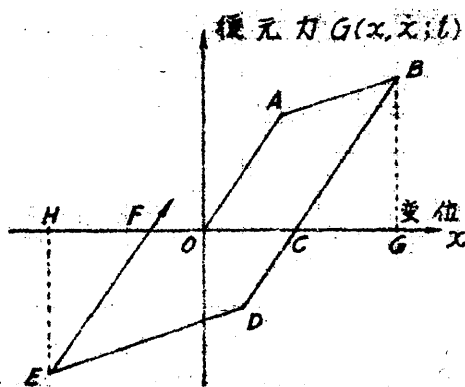
一般にある振動系の復元力特性が履歴特性を示す場合には振動の 1 cycle ごとにその系の有する振動 energy が消散される。その結果、もし系の外部から新たに運動 energy が供給されないとこの振動系の振動は復元力の非線型特性のゆえに減衰してしまう。われわれが取り扱っている剛体の橋脚が軟弱塑性地盤によつて支持されている振動系においてはその非線型の復元力特性が、主としてこの塑性地盤の力学的特性によつて与えられ、そしてその履歴特性によつて振動の 1 cycle ごとに消散される energy は大略主粒の dislocation あるいは微視的な主粒子結合の破壊に量される。通常これは振動 energy の見掛けの地下逸散ということに考えられている。本章では前章で取扱った橋脚-地盤振動系が抽象化された地震動を受ける場合の解と電子管式 analog computer で求めた結果について議論するとともに、それらの解曲線から過渡振動中の橋脚振動系の減衰 energy と算出し、それと振動系の最大振幅とを比較した考察がなされ、そしてその結果から若干の結論が得られている。

7.3.1 振動中に消散される energy

前の各節で述べたように、1 自由度振動系の運動方程式は一般に

$$\ddot{x} + G(x, \dot{x}; t) = f(t) \quad (7.3.1)$$

なる方程式で表わされるが、復元力 $G(x, \dot{x}; t)$ が図 7.3.1 図に示されるような特性をもつものとする。地震動の加速度 $f(t)$ の作用によつて振動系の変位がこの図の O から G まで増大すると、系の復元力-変位曲線は OAB なる経路をとり、点 B において振動



第 7.3.1 図

系には最大 potential energy $W_1 = \square OABG$ が貯えられる。つぎに振動変位が減少して G より H まで変化するときには復元力-変位曲線は OAB とは別の経路 すなわち $BCDE$ と通る。ゆえに $\triangle CBG$ の面積に相当する energy 量は振動系の変位が C まで戻つたときに運動 energy に復元されるが、四辺形 $OABC$ に対応する energy 量 ΔW_1 は振動の最初の半 cycle の間に消散されたことにはなる。振動の次の半 cycle では振動系に貯えられる最大 potential energy は $W_2 = \square CDEH$ となり、また $\Delta W_2 = \square CDEF$ に相当する energy 量がこの半 cycle の間に消散される。いま振動の各半 cycle に吸収される energy の量と $\Delta W_1, \Delta W_2, \dots$ とすれば、これらの大きさは振動系の復元力特性の形状および振幅によつても支配され、振動系の力学的性状に密接なる関連と有するものである。

振動系の減衰性状を示す尺度としてはいろいろな量が考えられているが、その中で specific damping capacity, ψ , は振動の 1 cycle の間に失はれる energy 量 ΔW と振動系の最大ひずみ energy (maximum potential energy) W との比、すなわち

$$\psi = \frac{\Delta W}{W} \quad (7.3.2)$$

として定義される。そして系の減衰が小さくても近似的に系の速度に比例した減衰力を有する場合には、通常の操型減衰運動の際に用いられる対数減衰率 (logarithmic decrement) δ との間に

$$\psi = \Delta W / W = 2\delta \quad (7.3.3)$$

なる関係のあることはすでに知られたところである。しかし、振動が過渡的である場合にはこの specific damping capacity, ψ , は振動の半 cycle 2つと異なる値をもつのが普通であるから、この場合にはむしろ

$$\psi = \frac{\Delta W}{W} = \frac{\Delta W_1 + \Delta W_2}{W_1} \quad \text{or} \quad \frac{\Delta W_1 + \Delta W_2}{W_2} \quad (7.3.4)$$

と書くべきであらう (7.20)。 $\Delta W_1, \Delta W_2$ はそれぞれ振動の第 1, 第 2 半 cycle に消える消散 energy 量であり、 W_1, W_2 はこれらに対応した振動系の最大 potential energy を示す。(7.3.2) 式の定義に基づくならば、(7.3.4) 式右辺の分母としては W_1 か W_2

のいずれか大きい方の値とらなければならぬ。

地震動の不規則性と、それを受ける振動系の過渡振動性状を考慮に入れるならば、上に述べた振動系の各半 cycle における最大 potential energy W_1 と W_2 とはほぼ相等しいというよりはむしろかなり相異なる値とらなければならない。このためにわれわれは、振動系における energy 消散と振動の半 cycle 2° とに別々に検討することとし、specific damping capacity, ψ の定義とは別個に

$$\psi_1 = \frac{\Delta W_1}{W_1}, \quad \psi_2 = \frac{\Delta W_2}{W_2} \quad (7.3.5)$$

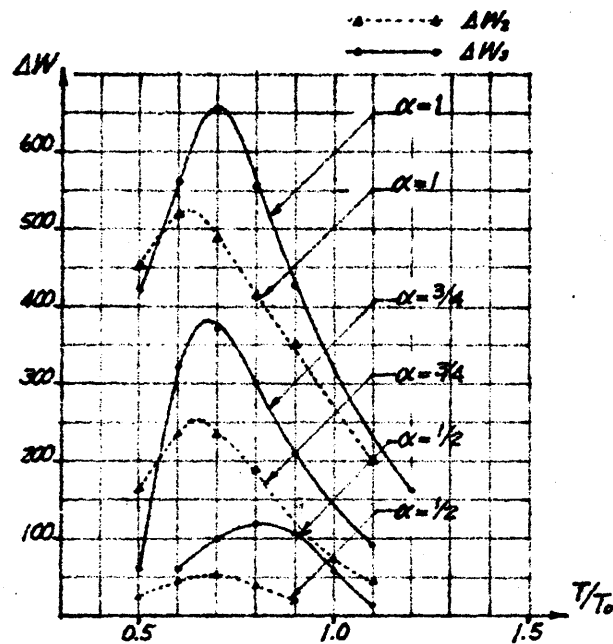
なる量を定義して、これより振動の半 cycle ごとの energy 量の變化の割合を調べる方が

以後の解析にはより便利なように思われる。 ψ_1 および ψ_2 と ψ の関係はもし W_1 と W_2 とがほぼ相等しいときには当然

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 \quad (7.3.6)$$

である。前章で取扱った問題では振動系の復元力特性の形状を hysteretic, bi-linear と想定したから、振動の各半 cycle の energy 損失量 $\Delta W_1, \Delta W_2, \dots$ は前章で求めた振動系の変位-時間曲線と、Fig. 7.3.1 図とを対応させて図式的に算出することが可能である。

橋脚-地盤振動系に作用する地震動として、前章では versed-sine pulse と quadratic pulse の兩種について、それが各 1 cycle 作用する場合の解曲線と求めたが、その中、一例として versed-sine pulse と受ける場合の振動系の response curve から、地震 pulse の最大加速度値 α ならびに地震動継続時間 T と振動系の弾性固有振動周期との比 T/T_0 と parameter として、振動系の各半 cycle 振動間に消散される energy 量 $\Delta W_1, \Delta W_2, \Delta W_3, \dots$ について plot すれば Fig. 7.3.2 図のようになる。



第 7.3.2 図

7.3.2 橋脚の非線型過渡振動解析結果の考察

A) Maximum Distortion Spectra :

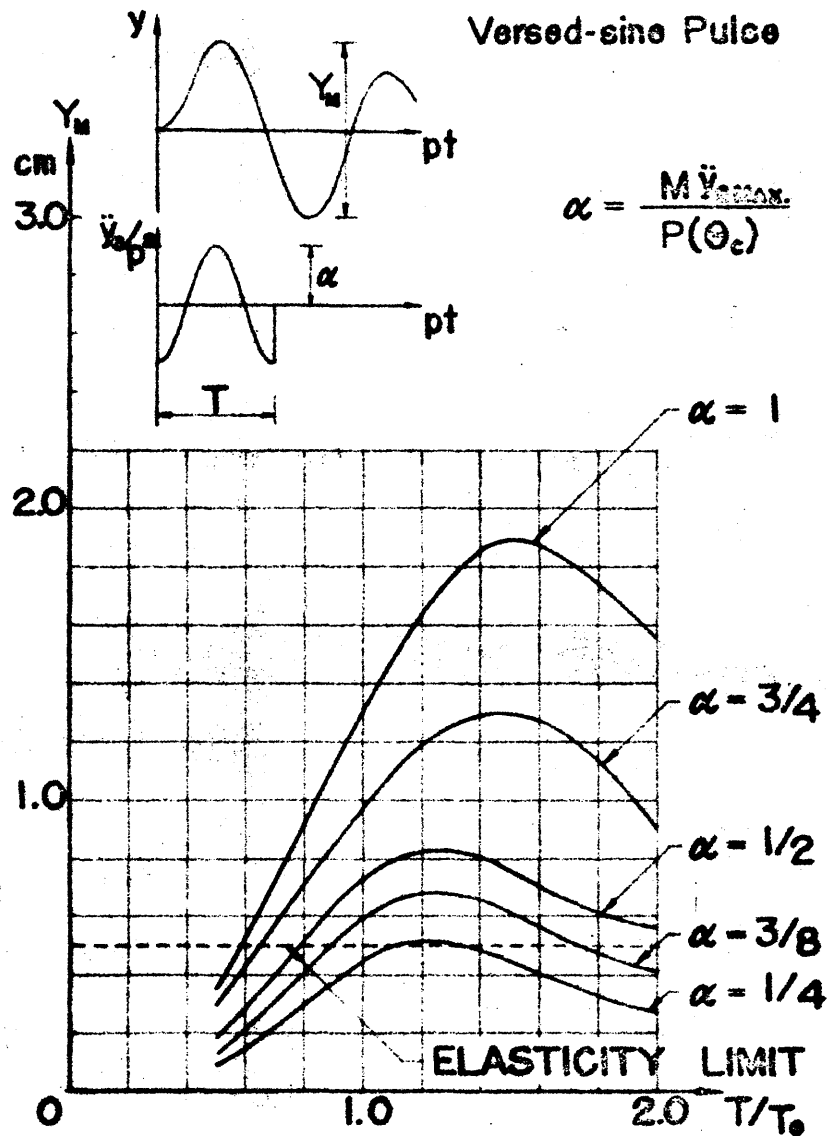
前章に求めた橋脚-地盤振動系の response curve を整理して、その總括的に認められる若干の傾向について論じて見よう。まず、この抽象化された 1 自由度振動系が単純な形の地動を受けて振動するとその最大変形量 Y_m について注目する。第 7.3.3 図および第 7.3.4 図には振動系が一つの地動を受けるときの振幅-時間曲線から、その最大振幅の値と読み取って、

その場合の地動の最大加速度値 α を parameter とし、そして地動の継続時間 T と振動系の弾性固有振動周期 T_0 との比 T/T_0 について plot したものである。第 7.3.3 図は地動が versed-sine pulse の場合、そして第 7.3.4 図は quadratic pulse の作用による response spectra を示すものであるが、抒情的な立場からは、これら兩種の response spectra に見られる一般的傾向にはあまり著しい差異がないことがわかる。ゆえに、

地震波形の差異が構造物に及ぼす影響はほとんど決定的ではないことがい、得られてゐる。

これら両図に示した α の値はこの振動系の質量に加えられた慣性力の最大値として系の

MAXIMUM DISTORTION SPECTRA

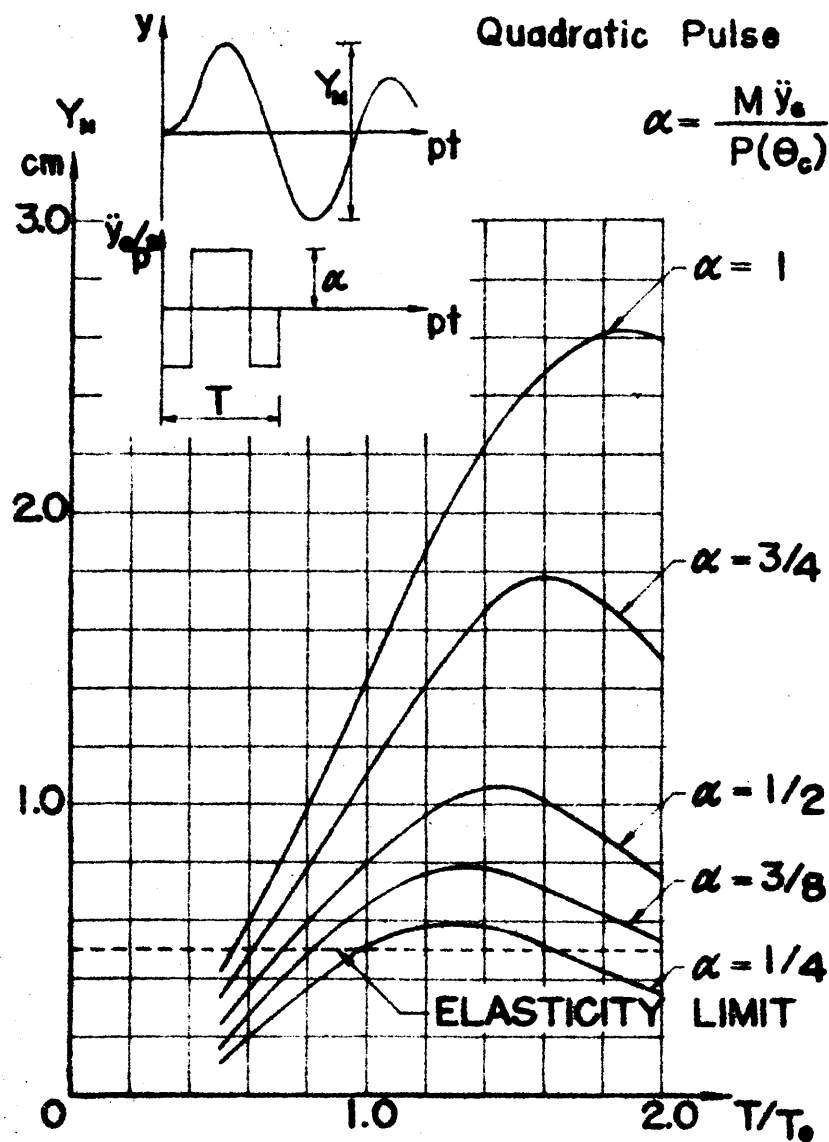


第 7.3.3 図 Maximum Distortion Spectra

—— Versed-sine Pulse

復元力要素の降伏復元力の値との比で与えられており、したがって、橋脚の prototype についていえば $\alpha = 1$ なることは地動加速度の最大値が $0.64g$ であり、また $\alpha = 1/4$ の場合は $0.16g$ の地動加速度が作用しにことを想定しているのである。こゝでわれわれは、もし地動加速度の最大値が同一であれば quadratic pulse の変位振幅は versed-sine pulse のそれの 1.23 倍になることに注意せねばならない。すなわち地動の最大加速度値が相

MAXIMUM DISTORTION SPECTRA



第 7.3.4 図 Maximum Distortion Spectra

—— Quadratic Pulse

等しくても、波形が異なれば、それに対応する地動変位、あるいは地動速度はどのように若干異なってくるが、その影響は第 7.3.3 図と第 7.3.4 図を見れば随分認められるであらう。地震波形の差異によつて response spectra の一般的な傾向は変わらないにしても、対応する 1 組の α , T/T_0 の値に対して quadratic pulse の作用を受けた振動系の最大変形量 Y_m は versed-sine pulse が作用する場合に等しい値よりもかなり大きいことは、とく

に α の値が大きいと云うことで極めて明瞭である。

地動加速度 α が小さい場合、すなわち、たとえば $\alpha = 1/4$ 、または $\alpha = 3/8$ の場合には振動系の最大振幅 Y_M は α の値に比例する、い、換えれば同じ継続時間をもつ地動で、その最大加速度値が2倍になれば、地動変位も2倍となり、そして、その場合振動系の response Y_M の値もまた2倍となる。しかし、 α の値がすつと大きくなって $\alpha = 1/2$ 以上の範囲では Y_M の spectrum はもはや α の値に比例しないことが図から明らかである。とくに T/T_0 の値が 0.8 以上の領域ではこの傾向は地震波形状の如何に拘らず顕著になつてくる。第 7.3.3 図のみについて論ずれば、地動加速度 α がほぼ 1 に近いような大きな値をもつ場合には振動系の復元要素 (stiffness member) には相当大きな塑性変形と生じ、しにがつて地動の作用が終了した後ではかなりの永久いずみ (permanent set) と生じ、系の振動中心はその量だけ移動することは各々の場合の系の振幅-時間とす response curve から容易に知られることができるが、 $\alpha = 1/4$ の場合の spectrum はほとんどすべて図中に弾性限界 (elasticity limit) と記した実線の下側に存在し、そしてこれは、振動系の復元要素には塑性変形が全く起らないことに対応している。この図の各 spectrum 曲線はすべて顕著な peak をもつが、それは $\alpha = 1/4$ の場合には T/T_0 が 1.2 の値をもつところであり、また $\alpha = 1$ に対応する曲線は T/T_0 の値がほぼ 1.5 のところで peak をもつ。しにがつて、 α の値が大きくなれば Y_M の spectrum 曲線の peak は T/T_0 の値の大きい方へ移動する傾向をもつといつてよい。

同様のことは quadratic は ground pulse による第 7.3.4 図の各 spectrum 曲線についても指摘することとができるが、この場合同一の α とす曲線の peak は前の図とは異なり、 T/T_0 のより大きな値のところに存在する。この場合の各 spectrum 曲線の Y_M の値が、対応する第 7.3.3 図の各曲線の概座標に比べて大きいことは、先に述べたように、地震波形状の差異によつて、全し最大加速度値に対する quadratic pulse の Versed-sine pulse の変位振幅の約 23% も大きいことによるけれども、しかしこれら兩國の対応する α 、 T/T_0 の値の組合わせによる振動系の最大変位 Y_M の値は 23% 以上も相違なり、とくに α の値が大きいとす quadratic ground pulse による影響は Versed-sine ground pulse の作用する場合よりも著しくなる。

いままで述べてきた事柄と綜合すれば、この振動系の変形の大小、しにがってこの系の prototype である橋脚が地震時に破壊するかどうかということは単に地震動の最大加速度値のみと問題としたのでは不十分であつて、地震波形にも若干関係することはもちろん、地震波の継続時間あるいは周期といった要素が、振動系の力学的性質とともに極めて密接に関連してくることが結論的に推論される。しにがって、一般に構造物の耐震力、あるいは構造物に対する地震波の破壊的因子なるものはたゞ単に地動加速度の最大値のみによつてたゞされるものではなく、

むしろ地震の強さ (intensity) とその地震の主要動の最大変位、ないしは最大速度の値をもつて表現する方がはるかに合理的な規準と与えて果れるであらう。それは地震波の最大変位あるいは最大速度の値がいまわれわれがこの解析で問題としている α と T/τ の双方の量の関数として表示されるものであるからである。

B) Spectra of Total Energy-loss :

前節において述べたような考案に基づいてわれわれは橋脚-地盤振動系へ単純な波形の地震応答解曲線について検討するのに、振動中に復元要素の塑性変形によつて吸収される energy を採り上げて見たのである。いま問題にしている振動系ではその復元力をもたらしつつは地盤土壌の反力であるから、この要素の塑性変形による energy loss はその α 量 energy が地へ消散することを意味するであらう。

地震波を抽象化せられた一つの pulse と考え、その加速度の最大値 α と、pulse の継続時間 τ の値と種々の組合わせて固有振動周期 T なる振動系に作用せしめ、場合の response の各半 cycle の間に失はれた energy 量を算出して、それを α を parameter とし、 T/τ について plot した結果は前節に挙げた図 7.3.2 図に示されている。 $\Delta W_1, \Delta W_2, \Delta W_3, \dots$ がこの場合、静止より上昇せる振動系に地動が加わつて生ずる振動の $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ 半 cycle の間に消散せられる energy 量であるが、図 7.3.2 図と観察すれば、 α が $1/4$ より大きく同の値に於いて、そして T/τ の値が 0.5 ないし 1.5 の範囲では、つぎに述べる事柄が容易に認められよう。

まず、 α の値の如何に拘らず、振動の最初の半 cycle においては復元要素の塑性変形に伴はう energy 吸収は起らない。これは T/τ の値が 0.5 ~ 1.5 の間にあれば、地動加速度の値は一般に系の振動の最初の半 cycle の間にその値を減じ、そして符号を逆するに至る。

したがって、弾性域を超えるような大振幅は response curve の最初の半 cycle には起らないのが普通である。

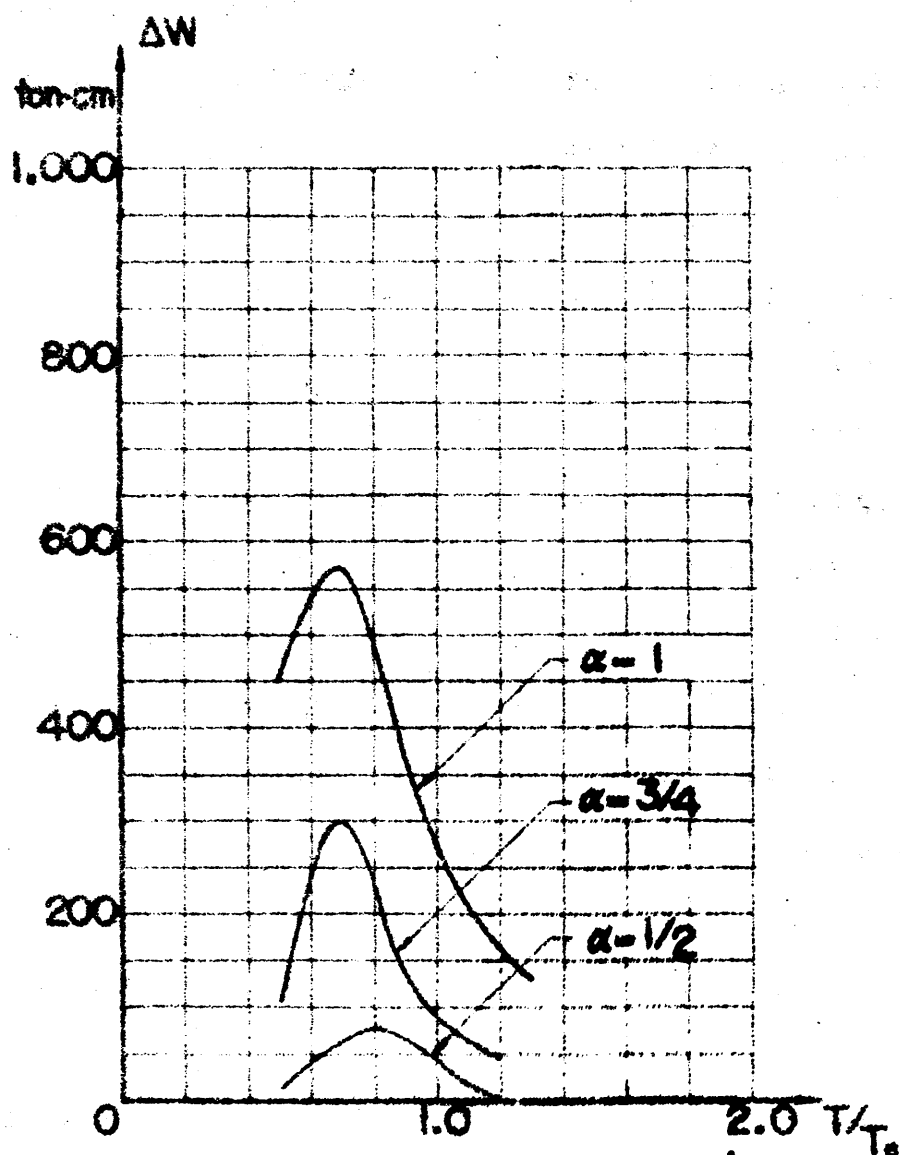
つぎに地動の作用が小さくて、すなわち地動変位、したがって地動加速度がある値以下にかさまる場合には振動系の振幅は一つの地動の作用による強制振動期間と自由振動期間の全過程を通じて常にその復元要素の弾性変位領域内にあつて、このために振動系の energy 吸収は認められない。 $\alpha = 1/4$ あるいは $\alpha = 3/8$ の場合の振動系の復元力-変形の曲線はほとんどわれわれが最初にこの振動系の復元力特性を bi-linear と仮定した際の $\alpha = 1$ 分枝すなわち最初の直線時の復元力-変形の図形と示す領域内にあることが確かめられている。 α の値が $1/2$ 以下でもふたたび振動の各半 cycle にかかる energy loss はかなり少ないことが $\alpha 7.3.2$ 図からは観察されるが、 α が $1/2$ より大になると、振動の $\alpha 2$ ならびに $\alpha 3$ 番目の各 cycle にかかる遠散 energy $\Delta W_2, \Delta W_3$ が極めて顕著であること、そして、それ以後の各半 cycle にかかる energy loss, $\Delta W_4, \Delta W_5, \dots$ が再び zero となることには注目すべきであらう。すなわち T/t_1 の値が $0.5 \sim 1.5$ の範囲にある場合は、振動の $\alpha 2$ あるいは $\alpha 3$ 半 cycle の間に強制振動は終了して、振動系は自由振動に入るが、その辺りでもって、振動中に失われるべき energy の大半が $\alpha 2$ あるいは $\alpha 3$ 半 cycle の間に吸収されてしまうのである。 $\alpha 7.3.2$ 図からは T/t_1 の値が小さい場合 ($T/t_1 = 0.5$) と降いて一般に $\alpha 3$ 半 cycle の間に消散される energy 量 ΔW_3 が $\alpha 2$ 半 cycle の ΔW_2 よりも大きいことがわかる。

地動と振動系の周期比 T/t_1 は energy loss の spectrum に対して極めて重要な役割をもっている。 $\alpha 7.3.2$ 図に示した各 spectrum 曲線はいずれも T/t_1 の値が 0.6 ないし 1.0 の範囲で明確な peak を有し、しかもこの図に示した $\alpha = 1, 3/4, \text{および } 1/2$ なる3組の energy-loss spectra はそれぞれ相異なる T/t_1 の値に対応した位置で peak をもつ。 T/t_1 が 0.6 以下、あるいは 1.2 以上になると、energy-loss の量はそれ以外の場合と比較して著しく減少することが見られるが、これは α の値の如何に拘らず成立する事柄である。

$\alpha 7.3.5$ 図および $\alpha 7.3.6$ 図は振動系の response curve から振動の全過程に渉る期間内に遠散する energy 量 ΔW_{total} を α の parameter として T/t_1 に因して plot したものの

SPECTRA OF TOTAL ENERGY-LOSS

Versed-sine Pulse



第 7.3.5 図 Spectra of Total Energy-loss

—— Versed-sine Pulse

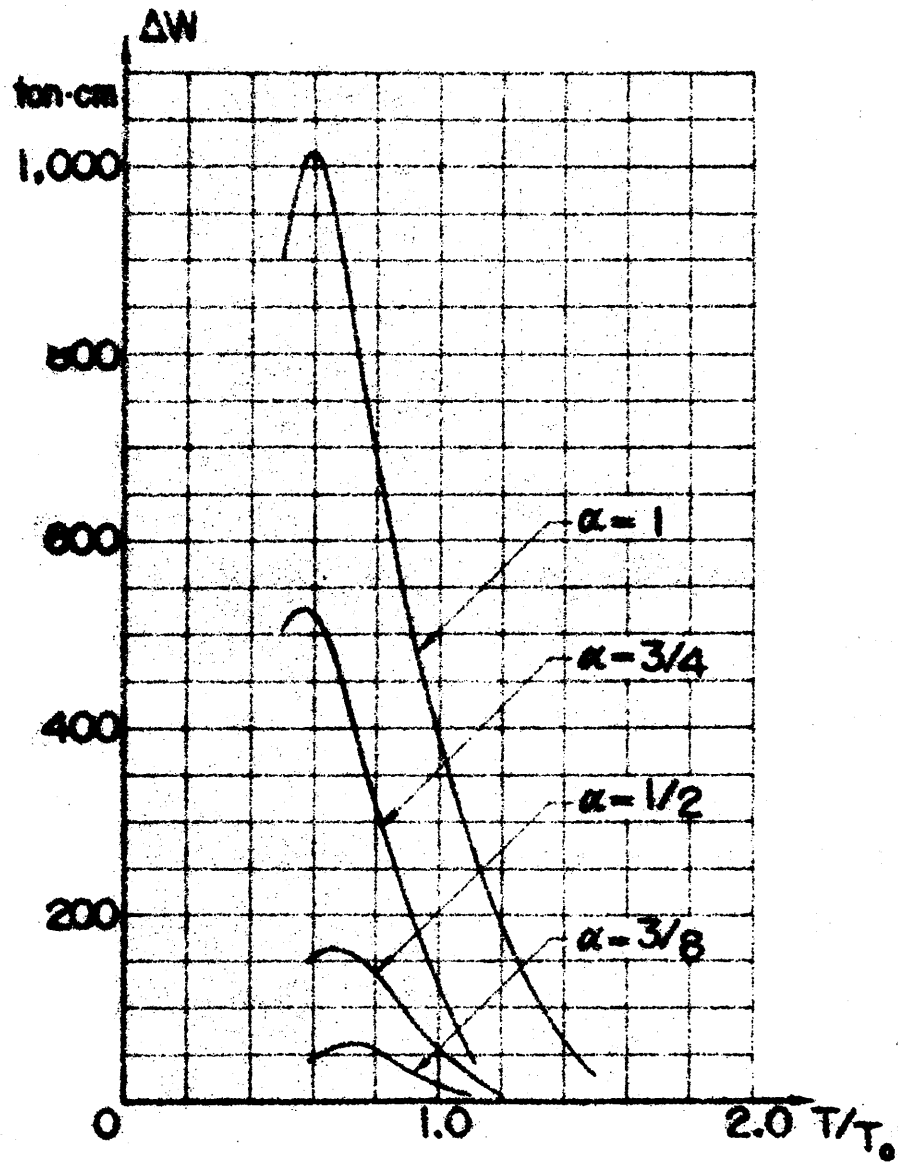
である。すなわち、いままで論じてきた第 7.3.2 図と、新しい第 7.3.5 図との関係は後者の振座標が

$$\Delta W_{TOTAL} = \Delta W_1 + \Delta W_2 + \Delta W_3 + \dots \quad (7.3.7)$$

なるものと解釈すればよい。 ΔW_{TOTAL} の図においては前の ΔW_1 , ΔW_2 がそれぞれもつてい

SPECTRA OF TOTAL ENERGY-LOSS

Quadratic Pulse



第 7.3.6 図 Spectra of Total Energy-loss

— Quadratic Pulse

この spectrum 曲線の特性と superpose したものが示されているから、spectra の傾向はほとんど第 7.3.2 図と類似するものといわれている。

第 7.3.5 図 と第 7.3.6 図 とを比較すれば、同一の α と T/T_0 の値の組合わせでも約 20% 大きな変位振幅をもつ quadratic pulse の作用によって振動率が振動中に異なる。

energy 量は versed-sine pulse が作用する場合に比べてずっと大きいことが容易に示される。たとえば $\alpha=1$, で $T/T_0=0.6$ なる場合には versed-sine pulse が作用する場合の振動系の total energy-loss は quadratic pulse によるものの約 $1/2$ に過ぎない。一般に total energy loss は α の値が増大すれば飛躍的に増加するが、その場合に T/T_0 の値が占める役割は重要である。

図 7.3.5 図および図 7.3.6 図の各 spectrum 曲線は T/T_0 の値が 0.8 ないし 1.2 の範囲で非常に急な勾配をもつ。これは、たとえ α の値が一定でも T/T_0 の値如何によつて total energy loss の量が支配されることを意味するものであるけれども、それぞれの意味はむしろこの energy loss が地動加速度値 α に正比例しないことに集中されるべきであろう。地動の波形には無関係に、各 spectrum は極めて明確な peak をもつが、その位置は α の値の増大と共に段々と T/T_0 の値の小さい方へ移動する。そしてその位置は T/T_0 が 1.0 よりも小さい値をとる範囲に存在する。このことは前に図 7.3.3 図および図 7.3.4 図に述べた振動系の最大変形量 Y_M の spectrum curve に見られた peak の模様とは全く逆の傾向をそれぞれに示すものといつてよい。すなわち Y_M の spectrum 曲線群は一般に T/T_0 の値が 1.0 よりも大なる範囲で明確な peak をもち、そしてその peak の位置は α の値の増大につれて段々と T/T_0 のより大なる値の方へと移動するからである。

この明白な事実を前にして筆者はつぎのような解釈を試みる。地動加速度の値 α が相対的に大きくても T/T_0 が 1.0 よりも小さければ振動系の最大変形量 Y_M の値はそれほど大きくならず、また逆に振動 energy の loss が著しく大きいこと、そして T/T_0 の値が 1.0 よりも大々になるとこれと全く逆の現象が見られることは、振動系の最大変形量 Y_M と total energy-loss ΔW との間に α および T/T_0 を parameter とする極めて重要、かつ密接な関係が存在することと意味している。 T/T_0 の値が 1.0 より小さい場合に振動系の energy 吸収がはいその強制振動 era に起り、一方 Y_M は強制振動が終了して直後に発生する傾向が見られることを考え併せると、当然そにつぎのようなことが考えられる。すなわち、地動の継続時間が短かくて T/T_0 の値が小さい場合には振動系はその固有振動周期よりも早い周期で振動せられる結果、第 2、第 3 半 cycle の間の energy loss, $\Delta W_2, \Delta W_3$ が早期に生じ、このために振動系は比較短時間の中に地動によつて与えられた運動 energy の大半を吸収して

しかし大きな振幅 Y_M は現われない。ところが逆に T/T_0 が 1.0 よりも大きな値をとるときは、系の振動は固有振動周期よりも緩慢に行なわれ、その結果、比較的早期の振動 cycle の間に最大振幅 Y_M が生じてしまう。 Y_M の生ずる半 cycle には energy loss は当然生ずるが、しかしそれはたゞその半 cycle のみに限られ、そして振動の全過程に渉つて失はわれる total energy loss の量はその割に大きくならない。かゝる事実が T/T_0 の 1.0 より大きな範囲で Y_M の値を従うに大きくすることの主要な原因となつてゐることが考えられるのである。

橋脚-地盤振動系の dynamic response を求めることによつてその解析から本節で述べたような事柄が数多く観察される。従来この種の解析においては振動系の dynamic な変形量を地動と振動系の共振の現象と結びつけて議論されることが非常に多かつたのであるが、その場合の系の振動中の energy の振舞については全く考慮されなかつたといつてよい。

本稿で主に取扱つた問題としては高々 1 cycle の地動が、抽象化された地震動と代表するものとして採り上げられているに過ぎないから、非線型振動系の過渡的な共振現象を論ずるものとは自ら立場を異にするのである。したがつて地震動の抽象化の方法によつては非定常共振その他の問題も当然派生するべきものと考えられるけれども、筆者はむしろ、一般的に構造物の耐震安全性、あるいは構造物の耐震力そのものに密接な関係と有する塑性変形によつて吸収される energy の性質の解明に研究の重点を置いた。そして本稿の解析結果が次章において結論的に総括されるのである。

第4章 結 論

構造物の地震応答に及ぼす地盤の影響は地震の発生ごとに極めて顕著な事実として報告されはば、その定性的あるいは定量的な理解の度合が他の問題よりもずっと少ないものといわなければならぬ。地震時の構造物の動的挙動は構造物と支持する地盤とも含みに連成振動系を考えて、その複雑な系全体の過渡的な振動時の上部構造体の動きとして把握されなければならないものであつて、しばしばいわれる建築基礎地盤のもつ地震波の filter 作用、あるいは卓越周波数特性の問題も、構造物と地盤の関連性を上記のように考えることによつて一層容易に理解されるのである。

したがつてその場合の振動系下部構造たる地盤は、本来、無限の自由度をもつ複雑な弾塑性力学的特性を有する連続体であるから、厳密な意味での解析は現在ではおよそ不可能とされているが、それでもなお極度に抽象化された仮定を設けて、現象の一端を捉えようとする努力は比較的少数の研究者によつて続けられてきた。そして最も単純化した仮定は、地盤の復元要素と水平および鉛直方向にそれぞれ独立なばねと回転に対して弾性的な拘束とを与え得るものによつて置換えて問題と取扱つて行こうとするものであつた(7・19)。

一面からいえば問題の取扱いにおいては、われわれの駆使し得る解析武器の優秀さによつて最初に設けられべき仮定の精度、はいしは現実性が支配されるものと考えてよい。すなわち

高等な数学的手段の応用や精密な数値積分と行ない得る計算機の使用が許される場合には、われわれの取扱う対象物とむしろ現実に近い形で抽象することも可能であるが、然らざる場合には解析結果を求めることや、その精度、計算労力および所要時間などの要求によつて対象物の高度の抽象化と必要とせねばならないことも生じて来るのが常である。

本編で行なつた解析には電算計算機の利用によつて、非線型常微分方程式の数値積分における労力は解析の推進の上の支障とはならず、したがつて現実の土壌の単軸圧縮試験結果に基づいて reconcile され得る特性とそのまゝ地盤の復元要素が地震時に示すものと仮定することができた。そして地盤の復元力成分が hysteresis を置く場合でもその挙動は容易に求められたのである。本編第2章では主として、それ自身の変形が地盤の変形に比べて著しく小さく、たゞに一つの剛体と見做し得る橋脚構造物が任意の形の地動を受ける場合の response を求めることに興味が集中せられ、また第3章の前半はむしろ橋脚の response と如何に整理し

結果とどのように解釈するかということに考察の重点が置かれている。われわれが設計するものは構造体と地盤よりなる振動系の中では上部構造が主となるべきものであつて、それが地盤によつて破壊せられるか否かという問題は、対象物によつては、その構造物が直ちに通常の状態で再び使用し得るか、あるいは大規模な修理を必要とするかということに判断の基準が置かれる場合も少なくない。建築構造物の場合には周知のように架構部材の変形量がある限界と起えると各部材に降伏、破壊が起るのであるから、いずれにしても構造物の破壊はいし崩壊は激震による構造物の振動中における最大変形振幅によつて規定せられるものと考えなければならぬ。第7.3.3 図および第7.3.4 図に示した橋脚-地盤振動系の maximum distortion spectra はかような意味における構造物の崩壊の状況を示すものであつて、これが将来の構造物の耐震設計において十分考慮され、設計規準に反映されなければならない要素と確々含んでいるのである。第3章において考察したごとく、この maximum distortion spectra は振動系に作用する外力（地動）の時間的変動の pattern の如何によつては居るべきと要するが、spectrum 曲線の値や形状を大きく左右する要素は地動の加速度の値 α であり、また振動系の固有周期と、地動の継続時間との関連性である。しかも、これら両者は各單獨に振動系の response 量と規定するのではなくて、 α と T/T_0 の値との複雑な相関性が見られるのである。このことは、地震波が構造物に対して与える影響はいしは地震波の破壊力に因りて従来一般にもたれてきた概念とは全く異なつた結論とわれわれに示すものに他ならない。すなわち、わが国の現行の耐震設計規準（たとえば 7.12）では構造物はある規定された水平震度にはして安全であるように設計することとされており、このことは概念的にはたい地震波一つ水平加速度の最大値のみが問題であると考えられているに過ぎないものといへるであらう。つまり、現行の耐震設計基準の根本と置く考え方には T/T_0 の値が構造物の地震応答に及ぼす影響は完全に無視されているといつて差支えない。

けれども本編で行はつた解析結果は、地震動が構造物振動系に及ぼす破壊的な要素としては、地震動の最大加速度値 α よりむしろ、地震波の周知特性と構造物の弾性系固有振動問題との関連の重大性をわれわれに教える。弾性振動理論が明らかにする共振現象はそのまゝに、われわれの問題に該当することはないにしても、われわれが構造物の耐震設計と企てる場合には起り得る地震動の最大加速度値のみを基準としてはならないこと、そして地震波の破壊力と

評価する尺度としてはむしろ、時間的要率と加速度値の両方を加味した地震動の速度ないしは変位の最大値と問題とすべきであらうことが、本論の結論の一つとしてここに提示されよう。

構造物の地震応答 *response* の研究成果を背景として、実際の構造物の設計が行なわれる段階になれば構造計算上の一つの便法として、構造物に対して「起り得る地震動が当該構造物に与えると同じ *response*、変形を生ぜしめる静的水平力」と想定し、それと設計用地震力として仮想するような規定を設けることは、実務技術者の仕事の簡便化と図る意味においては賛同すべき事柄であらうが、その場合に仮想される設計用地震力と与える規準には既往の地震動の最大加速度値ではなくて、最大速度値、あるいは最大変位振幅の値とそしてその時間的要率が明示されることが望ましいものとする。すくともわれわれの要求するところのものは、設計せんとする構造物がある固有振動周期の大小によつて想定すべき設計用地震荷重の値と変えるような耐震設計規準なのである。

第3論の考察より導かれたもう一つの結論は、非線型振動系が過渡振動中に逸散する塑性振動 *energy* の重要性であらう。過渡的な地震波の作用に対して、履歴性復元力と有する振動系はその *hysteretic* な特性の中に、*forced vibration era* の間に振動 *energy* を失はう。

その場合、一般に地動が極めて *impulsive* なものでない限り、振動の先1半 *cycle* 内に吸収される *energy* 量は非常に少なく、多量の *energy* はむしろ振動の先2、先3半 *cycle* で消散されてしまう。地動の作用が終了すれば *energy* 吸収も地動の作用の終了時の半 *cycle* かあるいはつぎの半 *cycle* までで終了し、以後は弾性領域内での振動が継続される。したがつて振動系が *hysteretic* な復元力特性をもつならば、地震の作用が大きくて、一時的に塑性大振動が生じても、その *disturbance* の終了とともに系の振幅はいち早く小さくなることは明らかであつて、粘性減衰などの *Type* の摩擦力と異なつて、履歴性と示す構造減衰はこの意味からも、振動と急速に微少なうちに回復する働きをもつものといえる。一般の構造物は程度の差はあれ、この種の内部構造減衰ないしは局部的微細破壊に伴はう *hysteretic* な復元力特性を有するから、この性質が構造物の耐震安全性に対して寄与して来た効果は非常に大きいものである。一部の研究者を除いては、ここに述べた事実は一般に、ともすれば看過されて来た事柄であらうだけに、この特性の重要性が本論の解析で認められたことを附言して置く。

必要があると考えらる次第である。

種々の条件のもとに、振動中に失なわれる total energy loss の spectrum がもつ傾向について觀察した結果は、この spectrum の主要特性が振動系の maximum distortion spectra と比較して論ぜられなければならないことを指摘し、そしてそこから得られる具体的な結論は次章に詳述した通りであつて、一般に、振動中に多量の energy loss が行なわれる場合の振動系の maximum distortion は然らざる場合に比べて却つて小さく表われるという結果はまことに興味あるものである。しかし、この事實を包括的に裏付け、一般的な結論として提示すべき資料は本稿で求められた解析結果のみにては決して十分とはいえないのであつて、一般に地震動の形状、大きさ、継続時間あるいは繰返し作用する波動の数、および振動系のもつ動力学的特性の如何によつては本解析から得られる定量的な結論もある程度なされ得ることも考えられるから、今後この線に沿つて研究の続行とその発展がさらに要求せられよう。

最後に、しかし最も重要なものとして、附言されるべき事柄は、本稿で考察されてきた問題の解析途次の各過程において抽象化され想定せられたものに対する反省である。それは、複雑な現象の理解のために、繁雑な現状を単純な形に抽象すること、また現在不明な要因に対してある程度妥当と考えられる仮定と設けて解析することは、問題の急速な解決のために常に、そして一般に採らなければならない必要な手段であつても、得られた解析結果の評価にまつては、

それを得るための過程においてなされた単純化、抽象化、仮設などによつて介入する必然的な影響を再検討することが不可欠な事柄であるからである。こゝに述べることは單に本稿に挙げた解析に限らず、本研究全般を通じていえることであり、そしてそれは今後の筆者が興味をもつ問題に対しても汎く遵守されなければならないことに違いない。したがつて、こゝで徒らに、今後考察すべき問題の項目を羅列することは止めて、構造物の地震応答に関する基礎的研究と題する筆者の一連の考察は本論文で終了するものでなく、今後さらに続けられてその内容の充實と発展を期するものであることを記して、本稿の、そして本論文の結論の一つとしておきたい。

第 VII 編 の 文 献

- 7.01) Ryo Tanabashi, "On the Safety of Structures Against Earthquakes", Bull. of the Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University, No. 35, pp. 1-19, Aug. 1960.
- 7.02) Vernon A. Murphy, "The Effect of Ground Characteristics on the Aseismic Design of Structures", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 231-248, July 1960.
- 7.03) Lydik S. Jacobsen, "Motion of a Soil Subjected to a Simple Harmonic Ground Vibration", Bull. of the Seismological Society of America, Vol. 20, No. 3, pp. 160-198, Sept. 1930.
- 7.04) Ryo Tanabashi and Hatsuo Ishizaki, "Earthquake Damages and Elastic Properties of the Ground", Bull. of the Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University, No. 4, pp. 1-69, May 1953.
- 7.05) 高橋龍太郎, 平能金太郎, 「軟弱地盤に於ける地震動」, 東京大学地震研究所彙報第19号, P. 534, 1941.
- 7.06) 小坂鐸二, 「振動力場に於ける軟弱地盤の塑性機構について」, 日本建築学会研究報告第20号, 1952年10月.
- 7.07) 小坂鐸二, 「建築構造系列に於けるレオロジーの問題(その2), 塑性地盤に於ける波動の分散と吸収」, 日本建築学会研究報告第21号(近畿支部), 1953年2月.
- 7.08) 小坂鐸二, 金多 澤, 「軟弱塑性地盤に於ける地震動」, 日本建築学会研究報告第26号(近畿支部), 昭和29年2月.
- 7.09) Lydik S. Jacobsen and Robert S. Ayre, "Experimentally Determined Dynamic Shears in a Sixteen-story Model", Bull. of the Seismological Society of America, Vol. 28, No. 4, pp. 269-311, Oct. 1938.
- 7.10) Takuji Kobori and Ryoichiro Minai, "Study on Unstationary Vibration of Building Structures with Plastic Deformation of Substructure", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and

Kyoto, Japan, pp. 1085-1104, July 1960.

- 7.11) Dean S. Carder and William K. Cloud, "Ground Motions Generated by Underground Nuclear Explosions", U.S. Department of Commerce, Coast and Geodetic Survey, June 15, 1960. A report presented at the Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, July 1960.
- 7.12) The Japan Society of Civil Engineers, "Earthquake Resistant Design for Civil Engineering Structures, Earth Structures and Foundations in Japan", pp. 1-106, 1960.
- 7.13) Hisao Goto and Kiyoshi Kaneta, "Analysis with an Application to Aseismic Design of Bridge Piers", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 1449-1466, July 1960.
- 7.14) Nagaho Mononobe, "Aseismic Design in Civil Engineering", (in Japanese), 1952.
- 7.15) Kiyoshi Kaneta and Toshihisa Okumura, "Nonlinear Vibration of a Bridge Pier in a Transient State", Proc. 9th Japan National Congress for Applied Mechanics, 1959, pp. 387-390, かよひ, 金多 洋, 奥村 敏久, 「橋脚の振動性状の演算に関する研究」, 土木学会第14回年次学術講演会梗概集, PP 33~34, 昭和34年6月.
- 7.16) Hisao Goto, "Fundamental Studies on Earthquake Resistant Design of Bridge Structures", Jour. of the Japan Society of Civil Engineers, Vol. 43, No. 7, pp. 25-31, July 1958.
- 7.17) G. N. Bycroft, M. J. Murphy and K. J. Brown, "Electrical Analog for Earthquake Yield Spectra", Jour. of the Engineering Mechanics Division, Proc. of A.S.C.E., pp. 43-64, Oct. 1959.
- 7.18) Lydik S. Jacobsen, "Dynamics of Structures". A lecture at the

Division of Engineering Mechanics, School of Engineering, Stanford University, Stanford, California, Jan.- March, 1958.

7.19) Lydik S. Jacobsen and Robert S. Ayre, "Engineering Vibrations", McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, N.Y., 1958.

7.20) 金多 澤, 青藤尚久, 「橋脚の非線型過渡振動における減衰エネルギーの考察」, 土木学会関西支部. 昭和34年度関西支部年次学術講演会講演概要, pp. 43 ~ 45, 昭和34年11月.

第 四 編 構造物の地震応答と現行耐震設計規準

要 約

最後に序論ではいままでに得られた構造物の地震応答に関する諸研究の成果と構造物の耐震設計に如何に反映させるべきかという問題について若干の検討を加えたものである。わが国および諸外国における現行の耐震設計規準を簡単に紹介し、さらに現在提案せられている二、三の規準改正案についても考察を加えて見た。

第 一 章 序 論

過去の地震が構造物に及ぼした被害の甚だしさに鑑み、将来設計せられるべき構造物はある一定の規準に従つて構造計画がなされ、同時に予想される地震時の構造物各部の応力を定められた限度内に収めようとする意図から、世界各国ではそれぞれ独自の構造物耐震規定を立法化しているものであるが、これらの規定が、等しく強震時の構造物の崩壊を避け、貴重な人命とこの災害から守ることを一つの目的としているものの、各国の過去の地震の烈しさや、構造物の建設方法の相違、地盤支持力などの立地条件の不均一から、結果として今日施行せられている各国耐震規定はそれぞれ特色をもつたものとなっている。耐震規定が一般の構造技術者に課せられて、その遵守を強いる以上、実際の構造計算の過程では、むしろ簡便かつ明快な形式が望ましいので、どのような type の計算方式を採用しているかということも一つの興味ある問題であるが、本質的に重要なことは、構造物が地震の作用によつてどのような影響をうけるか、

い、換えれば、地震波が構造物に及ぼす破壊力あるいは構造物の破壊力は何によつて規定せられるかという点に十分な認識と理解とが要請せられるということである。

耐震規定の正しいあり方は、したがつて、本研究で採り上げた構造物の地震応答に関する知識あるいは研究成果を土台として、そこに適正なる工学的判断を加え、そして、実際に適用する場合の簡便さを併せ有することが条件となるものであるが、耐震工学全般の研究があまり進歩していなかつた時代においてすでに、耐震規定の必要性の痛感と、そしてその当時の知識に基づいて幾つかの規定が設けられたというのが現状である。ゆえに耐震規定が施行されて後、耐震工学上の研究が進められ発展せしめられるならば、その研究結果によつて得られた新ら

しい知識は、当然過去の規定の条項に対して不満な点を見出すのであり、このような耐震工学の発展に伴って耐震規定は段々と望ましい形に変えられて行くべき宿命にあるといつて差支えない。そして、この耐震工学上の諸研究の促進、発展とともに、それらの結果を総合的に判定して、現行の耐震規定とより望ましい形に改良しようとする考察自身も、広く耐震工学上の重要な研究分野に含まれて然るべきものである。

第2回世界地震工学会議に研究報告として提出された論文の中、耐震規定のみに関するものは、U.S.A. から一つ (8.01), Mexico から二つ (8.02, 8.03), そして日本から一つ (8.04) と少数ではあったが、間接的に耐震規定の改革を目指す新しい知識の探求に関するものは著しく多数に上つたといつて良い。全会議の準備ならびに運営に当つた組織委員会では会議に先立つて、世界各国の耐震規定条項を集め、"Earthquake Resistant Regulations of the World: 1960" と題して 1960年6月に学術文献普及会から出版し、会議中に一般に頒布した (8.05)。したがって、これによつて、世界各国の耐震規定の動向を概観しておくことは以後の議論を進める上に便利であらうと考えられるので、つぎに簡単にその問題点の要約を試みる。

この耐震規定集に網羅されているのは alphabet 順に教えて、

Austria, Canada, France-Algeria, Greece, Italy, Japan, Mexico, New Zealand, Philippines, Portugal, Turkey, U.S.A., Venezuela, の計 13ヶ国に達し、これらはいずれも世界の地震国に数えられるものである。もちろん, Chile, India, U.S.S.R., なども地震国に算えられているが、それらの国の耐震規定はこゝには掲せられていない。

各国の耐震規定を見ると、その内容は国によつて異なり、条文によつて細部まで厳重に規定されたものや、比較的簡単なものがあることがわかるが、その一つ一つについて具体的に説明を加えることは本章の目的ではないので、こゝでは耐震規定の中のいくつかの重要な事項についてその概要を紹介することに留める。

I. 地震荷重の算式について

設計用の地震荷重を静置水平力と考へて、その大きさを

$$F = CW$$

(8.1.1)

ただし、 F は水平力、 W は構造物の全死荷重で、それぞれの単位 (unit) は各国によって異なる、そして、 C は別に定められる定数である。

という式で算出するように定められたものは Austria と除く各国の規準に見られる。 C は通常 Base shear coefficient と呼ばれ、わが国の震度 (K) も定義こそ少し異なるが、その取扱いは方としてはくと全様と考えてよい。

このように構造物を設計する場合に、地震という動的現象が構造物に及ぼす影響を設計用地震荷重という名称のもとに一つの静的水平力に置換えることは、実用計算の場合に著しい簡便性を与え、さらに、その大きさを (8.1.1) 式のように構造物の全死荷重にある係数を掛けて得られるものと定義したことは、地震現象の影響と他の種類の荷重の影響と比較検討する場合に極めて明快な評価がなされる。構造物の死荷重は、地震時に生ずる慣性力の大きさを決定的に支配し、したがって地震時に生ずる構造物の応力の大きさを左右するものであるから、この因子を設計用地震荷重に導入すべきことは当然である。

今日の耐震規定の行方方は、地震時の構造物の response、あるいは各部応力の値を支配する他の要因、すなわち、構造物の力学的、弾塑性性状、地盤の条件、そして地震波動の特性をすべてこの base shear coefficient で代表せようとするものであるから、したがって、この base shear coefficient C は、必然的に上記の性状を含み多え1個関数となるべきものであるが、その値の決定に際して、これら多くの要因を全部考慮することは、結果と従うに繁雑ならしめるのみであつて、したがってこれらの要因を如何なる量で代表せしめ、そしてそれがどのような weight として C の値の内に反映せられているかが各国の耐震規定と特色づけるものとなるであろう。

II. Base shear coefficient, C , の決定

A. C の構造物の固有振動周期の関数として与えられるもの

◎ Recommended Lateral Force Requirements: U.S.A.

$$C = \frac{0.05}{\sqrt{T}} \quad \text{ただし} \quad C = 0.10 \quad (1, 2 \text{ 階の建物}) \quad (8.1.2)$$

$$T = \frac{0.05H}{\sqrt{D}} \quad (8.1.3)$$

◎ San Francisco Building Code, Article 23: U.S.A

$$C = \frac{0.02}{T}, \quad 0.075 > C > 0.025 \quad (8.1.4)$$

$$T = \frac{0.05}{\sqrt{D}} \quad (8.1.5)$$

(8.1.3) および (8.1.5) 式 で与えられる T は構造物の振動周期と算定する式として最初 San Francisco の A. S. C. E. (American Society of Civil Engineers) 支部と北 California の構造技術者とか集まって組織した Joint Committee で検討されたものであった(8.06)。この周期算定式の妥当性については既に本研究の第II編第2章で論じたが、構造物の高さ、 H 、とその考えている振動方向の構造物の幅、 D 、とから設計用の構造物の固有周期が正確に予想せられるならば、それは実際の計算上極めて簡便なるものに違いない。

B. C が標準的な構造物(建物)に対してはその階数によって値が定められるもの

◎ Canada :

$$C = \frac{0.15}{N+4.5} \quad (8.1.6)$$

ただし N は、いま考えている階より上の建物の階数

◎ Los Angeles City Building Code, (1959 年) : U. S. A.

$$C = \frac{4.6(S)}{N+0.9(S-8)} \quad (8.1.7)$$

ただし S は建物の全階数で13階以下の建物では

$S = 13$ ととり、 N は上に全じ。

◎ Uniform Building Code (1958 年) : U. S. A.

$$C = \frac{0.15}{N+4.5} \quad (\text{Canada と全じ}) \quad (8.1.8)$$

◎ Venezuela :

$$C = \frac{0.30}{N+4.5} \quad (8.1.9)$$

C. 係数 C が構造物の建てられる地域の地盤の性状などによって規定されているもの。

France-Algeria (多種), Greece (0.08), Italy (0.1), Japan (0.2),

Mexico (3種), New Zealand (0.08), Philippines (0.1), Portugal (0.05), Turkey (0.01). ただし、孤域内は標準的即ち一般建築構造物に作用せしむべき C の値が与えられる。このような規定は、い、換えれば、地域や地盤の性状が相等しければ、設計上採られるべき係数 C が構造物の固有振動周期の値に、あるいは構造物の規模や、力学的性状に無関係に定められることを意味するものであるが、筆者がいままでに再三述べて来た構造物の地震応答に関する解析の結果は、一言にしていえば上の規定の不合理性を指摘するものに他ならず、この様な見地から、ひとりわが国のみならず各国の耐震規定の反省と改良の必要性が指摘されるのである。

Ⅲ. 地域性の問題について

A. 地域、都市によつて地震荷重の大きさ(または係数(値))を変えているもの

Canada (3種), France-Algeria (2種), Greece (3種), Italy (2種), Japan (3種), Portugal (3種), Venezuela (3種).

B. 地域によつて地震発生の可能性を示した map を載せているもの

① Uniform Building Code : U.S.A.

ただし、U.S.A. では San Francisco, Los Angeles など地震地域にはそれぞれ各都市で別個に耐震規定を施行していることは注目される。

C. 地域による区別をしていないもの

Austria, Mexico, New Zealand, Philippines, Turkey.

Ⅳ. 水平力(震度)の分布形状

① 日本: 地上 16 m まで $(c) = K = 0.2$, それ以上は 4 m 増すごとに 0.01 ずつ増大.

② Recommended Lateral Force Requirements : U.S.A.

$$F_x = F \frac{W_x h_x}{\sum W_k} \quad (8.1.10)$$

ただし、 w は重量、 h は高さを表わし、 x は各層を意味している。

③ Canada, Mexico はこれに準ずる。

④ New Zealand :

規定された C の値と架構に uniformly の連続的に水平分布させる。

● Portugal :

$F = CW$ はる力が建物各部材の重心に作用するものと考えら

わが国をはじめ、Canada, Mexico, Philippine, Turkey などの国においては rigid frame 構造 (いわゆる Rahmen 構造) の架構に対しては $F = CW$ で与えられる大きさの力が各階の床 level に作用するものと考えよう規定している。

V. 地震時に構造材料の許容応力度を増大するよう規定された国

- ◎ 日本 : 短期荷重に対して構造材料は短期許容応力度を採用
- ◎ U.S.A : 地震時には材料の常時の許容応力度を $33 - \frac{1}{3} \%$ 増にする。
- ◎ Canada : U.S.A. と同様
- ◎ Mexico :

鉄筋 concrete 造

concrete	静的荷重に対するものの2倍
Reinforcing steel	降伏点強度の90%まで採用してよい。(mild grade) 降伏点強度の80%まで (その他の鋼)。

Limit Analysis を行なう場合には

曲げに対して	1.2	} の荷重係数をとる。
軸方向圧縮力に対し	1.5	

鉄骨造の場合

静的荷重が作用する場合の 1.67 倍

Limit Analysis を行なう場合

曲げに対して	1.0	} の荷重係数をとる。
軸方向圧縮力に対して	1.3	

masonry wall の場合

圧縮	$0.6 f_m$	} は f_m は煉瓦などの最小圧縮強度
引張	$0.06 f_m$	
せん断	$0.06 f_m$	

② Portugal

Limit analysis と行なう場合

鋼材 (mild steel)	$2,400 \text{ kg/cm}^2$
その他の鋼材	$0.8 \times \text{破断強度}$
Concrete	180 kg/cm^2
PS Concrete	破断強度の $\frac{2}{3}$

弾性設計では

鋼材 (mild steel)	$2,400 \text{ kg/cm}^2$
その他の鋼材	常時許容応力度の 1.7 倍
Concrete	常時許容応力度の 2 倍

② Italy

鉄筋 concrete 構造における鉄筋の許容応力度は地震を対象として設計する場合

mild steel	$1,400 \text{ kg/cm}^2$
medium steel	$2,000 \text{ kg/cm}^2$

と規定されている。

- ② Greece, および Turkey では各種構造物に対して柱、壁その他の最小断面または断面標準寸法などの大きさを具体的に規定している。

VI. 耐震規定の中に drift limitation を設けているもの

ある階がそれに連接する上下の階に対する相対的な水平変位量をすなわち drift の限度と規定せるものには

- ① Recommended Lateral Force Requirements : U.S.A.

- ② Los Angeles City Building Code : U.S.A. がある。また

- ③ Mexico では

$\text{drift} = 0.002 = 0.2\%$ 以内とされている。

Austria, Canada, France - Algeria, Greece, Italy, 日本, New Zealand, Philippines, Portugal, Turkey および Venezuela にはこの drift limitation に関する規定はない。

この他架構の平面的な剛性を命じて建物が地震時に起す torsional vibration と防ぐことを意図せる Mexico の規定や、建物の set back についてとり定めに U. S. A. の規定もあるが、各国の耐震規定に関する重要な事項は大体上に挙げにやうなものであると考える差支えない。

以上の事柄に関連して、主として構造物の地震応答に関する若干の知識に基づいて、次章においては現行の耐震規定に関する批判が試みられる。それはわが国においても遠くない将来において現行の耐震規定の一部を改正すべきであるとする機運は現在においてすら各方面から円熟しているように認められるし、その際に関連的に考慮せられるべき問題点を指摘し、併せて将来の耐震工学における研究の動向と、そこにおける地震応答の研究が占める位置と十分に認識するという目的を併せもつのである。

第二章 現行の耐震設計標準の批判と耐震設計法の諸問題

耐震工学の立場から前章に挙げた世界各国の現行構造物耐震標準と見れば、まず最初に問題にした Base shear coefficient, C , の値と、設計しようとする構造物の固有振動周期の推定値に従って slide させ、そして、固有周期の短い建築物に対しては大きな水平力と、また振動周期の長い建築物には小さい水平力を想定して構造物の設計を行なふとする考え方は、1951 年の San Francisco の Joint Committee (8.06) が動力学的な考察に基づく調査研究から導いた結論と規定の中に反映させたものとして注目されよう。

しかし、地震時の構造物の挙動が、地震動と構造物の動力学的性状によつて左右せられ、構造物の規模や、剛性ならびに質量分布といった動力学的性状を包括的に代表し得るものは、その構造物のもつ弾性振動時の最低次固有振動周期であることには同意し得ても、すでに論じのように、San Francisco の Joint Committee が提案した固有振動周期の算定式にはなお改善すべき余地があるように思われる。また全略に、構造物の振動が激しい地震波の作用によつて弾塑性域に入ると、振動周期が著しく伸びるという事実を考慮に入れに問題の解決にはそのための基礎研究に今後尚暫くの時日が必要とせられよう。Joint committee 案の周期算定式には、單に建築物の高さと幅という幾何学的な量が導入されているに過ぎないで、構造物の質量や剛性の分布といった、振動系の固有周期に支配的な役割をもつ重要な諸量の影響は全く考慮されていないといつてよい。以上の考察からはこの構造物の固有周期算定式としてはむしろ本研究の第二章第二章で詳述された結果が、より合理的なものであり、また実用的な簡便性も十分併せ備へたものであることは疑いないところである。問題は構造物が激震によつて崩壊するか否かの状態においては、その構造物の振動の特性はむしろ架構の塑性性質に大きく支配されるということである。このことは実用的な見地から、弾性計算用の地震荷重にかき換えたとし、構造物の弾性固有振動周期の如何によつて slide せしむべき C の値の想定の方法が、従来の弾性振動理論から得られるものとは、かなり異なるものであろうことは容易に予想される。ゆえに Base shear coefficient C が固有振動周期 T の関数として表示される形は本質的に現行の Recommended Lateral Force Requirements: U.S.A. や、San Francisco Building Code, Article 23, に表示された関数形とは相異なる筈である。将来、この慣用化された C の式を踏襲し続けるか、あるいは別の、更に合理的な表示で置換、改正されるべき

かは、各国の技術者の工学的判断に委ねられるが、われわれは、今後さらに相当の年月を費して、最も合理的と思われるような Base Shear Coefficient の表現を求めらるべく努力すべきことが結論せられるのである。

また数年前からわが国でも広く知られるようになった limit analysis の理論を用いて、従来の弾性計算法とは異なつたやり方で構造物の耐震設計を行なうことを Mexico や Portugal の規定では認めていることも注意せねばならない。Limit analysis が構造物の終局耐力を目途において、理論的な研究が進められ、そして、静的な proportional loading を対象とする限り、この解析によつて設計せられた架構が本質的により合理性と有することは広く認められたとこみである。しかし、地震時の構造物の破壊が、かかる静的な proportional loading によるものとは、時間的な process において著しい相違があることと、limit analysis の想定する ideal plastic は力学的特性は、仮設として、構造物の各塑性節点に無限に大きい回転変形を許しても、なみかつ、その節点に塑性回転接点 (plastic hinge) なる特性を保持するものと考えすることは、現実の構造物を対象とする限り、危険な結果を招き得ることも考慮せねばならない。しかも耐震設計のにらみの limit analysis において採られる荷重係数は、多くの場合、地動の最大加速度に何程かの荷重安全率を乗じたものであるが、構造物の地震応答に関する若干の研究の示唆するところのものは、終局的な塑性振動に入つた構造物の response 量を規定するものは地震波の最大加速度値ではなくて、その地動の最大変位量であるという結論なのである。このことは今後の耐震設計規程に limit analysis の手続を無批判に採り入れることに對する一つの警告にならばとも考えられる。そして今日、この問題に関連してわれわれの最も知りたことは、構造物はどれ程まで変形し得るか、そして実際の構造物に起る (あるいは生ずる) plastic hinge はどの程度の回転変形に安全に耐え得るかということであろう。

したがつて、若干の国の耐震規程の中に設けられた drift limitation は時に力学的に elasto-plastic な構造物を対象とする限り規定とは別の意味において、つまり構造物の永久変形や静力学的な概念から来る安定性といった意義よりもむしろ現実の構造物に對して許し得る—塑性変形量、plastic hinge の回転限界、さらには構造物が破壊までに許し得る potential energy の最大値とみえらるという重要な意味において今後わが国でも問題にされなければなら

らないものと思われる。

広義の drift limitation に関連した幾つかの基礎的研究は以上の要求から近き将来において不可欠なものである。すでに、1961 年の第 2 回世界地震工学会議において、坂静雄博士と大車照氏が地震時に生ずると全じ程度のひずみ増大率でもって、動的荷重を載荷せるときの Plain concrete 柱の試験片の挙動について実験報告と呈示され(8.07)、また glass のような許容変形量の小さい脆性材料を対象とした J. G. Bowkampf 教授と J. F. Meehan 氏の実験(8.08)、あるいは現実の構造物の非弾性的力学的特性と評価し、その構造物の崩壊までに貯えられる energy に関して論じた John A. Blume 氏の研究(8.09)は、いずれもこの線に沿った研究として高く評価されている。

世界の耐震規定と眺めると、日本を除いて、他の国々ではその耐震規定が比較的近年に作られたものが多いので、日本や U. S. A. などの古い耐震規定が参考となつている場合も少なくないが、それにしても各国とも未だ上に述べたような事項に関して色々な問題があり、そして不明の点は現在の耐震工学の成果を次々と取り入れて規定を改良して行こうという風潮が見受けられる。とくに今度の全議において耐震規定に関連した研究報告として発表されたものはいずれもこの線に沿ったものであるから、前章の冒頭に掲げた各論文についてその概要をこいで述べて見よう。

まず "Design Seismic Forces for Reinforced Concrete Buildings", と題した大塚志夫氏の論文(8.04)は鉄筋 concrete 構造物に地震時に働らくせん断力は架構と地盤の振動性状の相関関係によつて定義される等価的な剛性に、建築物の各階の変形量と掛け合わせれば求められる、という一つの新しい提率を行なつたものである。このためにはまた構造物の固有振動周期や耐震壁の存在など種々の設計上の問題を採り上げて、それらの略算式を呈示し、現行の規準との比較もなされている。この提率で重視せられているのは、架構と地盤の弾性振動周期の比と、高層建築物の崩壊の要因として振動速度が挙げられていることであるが、構造物の固有周期の算定式に、その高さ、幅、地下室の存在、下部基礎構造などの因子を導入しているにも拘らず、最終的な算定式の誘導せられた根拠は不明瞭であり、さらに、架構の振動周期を精密に求めることを試みている半面地盤の固有振動周期は極めて大まかな値が、土質の相違に基づいて与えられているに過ぎない。

構造物の設計に於て適用されるべき速度の値 (design velocity) の根拠はさらに不明快な印象を与えるものであつて、このことは、つまり、この研究が現行のわが国の耐震規定にはあて足らず、別の見方から改正して行こうとする一つの試みであることは十分納得されるものであるが、しかし、その意図と努力は買われても、その細部の具体的な算定式の表示においては今后なる研究と検討とせねばならない問題も多く含まれているようである。

つぎに R.W. Binder と W.T. Wheeler (U.S.A.) の両氏の論文 (8.01) は現在 California 州で施行せられている Uniform Building Code とさらに合理化するために、Structural Engineers Association of California Seismology Committee が 1957 年から 21 年に渉つて行なつた研究の成果と纏りにものであつて、全規定に揚げられる Base Shear, Shear Distribution, Structural Frame, Diaphragms, Set Back, Drift, および Foundation などの各項目について委員会の member と各いくつかの研究 group に分け、それぞれについて最近の研究によつて得られた知識と経験とを蒐集したものである。これには問題の歴史的な展望から筆を起し、San Francisco 市ならびに Los Angeles 市において過去と現在に施行せられている耐震規定と各項に渉つて検討し、その間に別個に行なわれた耐震工学の諸分野の研究が検討され、考案に加えられて、最終的な一つの規準案として纏められてきたのである。

また Mexico から出された論文 (8.02) は Mexico City の新しい建築法規を作るにあつて、地震時の揺れ振動の問題と取扱ひ、また E. Rosenblueth 教授の論文 (8.03) は 1957 年 7 月に Mexico で起つた地震の経験に基づいて、その年に制定された Emergency Regulations が、1959 年に至つて改正されたときにその建築規準の中に盛り込まれたいくつかの事項に関連して、たとえば地盤土壌の圧縮性状によつて Base shear coefficient と変えること、energy 吸収、建物自身の性状の重要性、揺れの影響を考慮するための倍率 drift limitations、および動力学的な解析に加ふるべき確率的な方法などの諸問題について論じている。

構造物の耐震設計に関連した、上記以外の研究としては、地震時に働くせん断力と転倒 moment について規定することを論じた John E. Rinne 氏の論文 (8.10)、現実の学校建築に関する構造力学の研究計画の実施と重要性について報告した John A. Blume と、

John F. Meehan 氏の共同研究、さらには小規模な構造物の耐震設計に関する Henry J. Degenkolb 氏の論文などは、すべて現行の耐震規定の細部に涉つてこれを望ましい形態に導くための努力の現われであると見做してよい。

いずれにしても各地震国においては現行の耐震規定をさらに合理化するための努力が常に拂われているのであつて、そこには構造物の地震応答に関する研究分野をはじめ、材料、構造、施工法などのいろいろの研究分野の結論を十分に検討して新しい規定にとり入れようとする動きと、そして逆に、耐震規定の欠陥を及ぼすることによって新しく地震工学上の課題を提供しようとするものの二つの動きが活潑に見られることは、耐震構造学の発展の上に喜ばしいものといわなければならない。

かように、各国の耐震規定は今后さらにすべりつ改定され、変遷を繰り返して行くことであろう。そして段々とより合理的なものに近づく規定の goal は、われわれの設計する構造物が安全に、すなわち貴重な人命と換わることなく、そして最も経済的に作られるということである。このためにわれわれは決して現在のこの推移に満足してよいということはない。何となれば、地震波の破壊力と構造物の耐震力という全く本質的な大問題に関しては、現在なお十分に解明され盡くしたとは決して断言できないからである。1960年の地震工学会議で述べられた F. Neumann 教授の論文 (8・13)、あるいは G. W. Housner 教授の研究 (8・14) においてなお、この本質的な問題に関して今後の研究が待たれることが力説せられ、しかもその問題点は今を去る二十数年前に棚橋教授によってすでに指摘されていた事柄 (8・15, 8・16) と何ら変わるところがないからである。そしてこの問題点とは強震時の構造物の挙動と現実の構造物がもつてのまゝの特性に基づいて解析的に取扱った資料とを蓄積することであつて、このように耐震規定が望ましい形に確立せられるために、更に要求せられた構造物の地震応答を対象として、これに関する種々の基礎的な考察を試みた本研究の意義もまた此地に存するといつて差支えないであろう。

最近 Indian Standard Institution がその耐震規定の草案 (8・17) を経て、また New Zealand では公共建築物のみを対象にした耐震規定案 (8・18) が J. A. R. Johnson 氏によって立案されたということが話題となっている。これらの内容は現在、自国のみならず世界各國の耐震工学者の意見をも加えて検討されているので、近い将来においては現在の耐震工学の

立場から見てかなり望ましい形態として施行せられる機運にあるものと考えられるが、これらの場合には原案においてすでにわが国はじめ諸外国の耐震規定を参考にし、その長所と採り入れ、かつその具体的な教訓の採用に自国における過去の地震の激しさの程度が基準となっているため、一応他の諸外国の耐震規定に劣らないものができ上るものと見てよい。しかし反面、これらの原案では自国の研究者による研究、調査の資料が乏しく、それぞれの国の耐震工学の進歩に伴う特色が著ろしく認められないことは惜しまれてならない。

第VIII編の文献

- 8.01) R. W. Binder and W. T. Wheeler, "Building Code Provisions for Aseismic Design", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 1843-1876, July 1960.
- 8.02) Jorge I. Bustamante and Emilio Rosenblueth, "Building Code Provisions on Torsional Oscillations", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 879-894, July 1960.
- 8.03) Emilio Rosenblueth, "Aseismic Provisions for the Federal District, Mexico", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 2009-2026, July 1960.
- 8.04) Yukio Otsuki, "Design Seismic Forces for Reinforced Concrete Buildings", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 1947-1962, July 1960.
- 8.05) Organizing Committee, Second World Conference on Earthquake Engineering, "Earthquake Resistant Regulations of the World: 1960", pp. 1-210, June 1960.
- 8.06) Joint Committee of the San Francisco, California, Section, A. S. C. E., and the Structural Engineers Association of Northern California, "Lateral Forces of Earthquake and Wind", Proc. A. S. C. E., Vol. 77, Separate No. 66, April 1951.
- 8.07) S. Ban and H. Muguruma, "Behavior of Plain Concrete Under Dynamic Loading with Straining Rate Comparable to Earthquake Loading", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 1979-1994, July 1960.
- 8.08) J. G. Bowkampf and J. F. Meehan, "Drift Limitations Imposed by Glass",

Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 1763-1778, July 1960.

- 8.09) John A. Blume, "A Reserve Energy Technique for the Earthquake Design and Rating of Structures in the Inelastic Range", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 1061-1084, July 1960.
- 8.10) John E. Rinne, "Design Criteria for Shear and Overturning Moment", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 1709-1724, July 1960.
- 8.11) John A. Blume and J. F. Meehan, "A Structural-Dynamic Research Program on Actual School Buildings", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 1297-1326, July 1960.
- 8.12) Henry J. Degenkolb, "Earthquake Resistant Design of Small Buildings", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 1901-1916, July 1960.
- 8.13) Frank Neumann, "A Broad Formula for Estimating Earthquake Forces on Oscillators", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 849-862, July 1960.
- 8.14) George W. Housner, "The Plastic Failure of Frames During Earthquakes", Proc. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, Japan, pp. 997-1012, July 1960.
- 8.15) 棚橋 鯨 「水平力の分布係数と建築物の揺れの問題」, 建築と社会, 昭和7年9月.
- 8.16) Ryo Tanabashi, "On the Resistance of Structures to Earthquake Shocks", Memoirs of the College of Engineering, Kyoto Imperial University,

Vol. IX, No. 4, 1937.

- 8.17) Indian Standard Institution, "Draft Indian Standard Code of Practice for Aseismic (Earthquake Resistant) Design of Structures", pp. 1-32, May 1961.
- 8.18) J. A. R. Johnston, "Seismic Design --- Public Buildings", Ministry of Works, Head Office Wellington, New Zealand, pp. 1-7, unpublished, May 1961.

謝 辞

本論文は筆者が昭和28年3月、京都大学工学部建築学科を卒業して以来、引き続き主として京都大学において行なった幾つかの研究結果を纏めたものである。これらの研究には文部省科学試験研究費、同科学研究助成金などの補助が得られたことを記して深く感謝の意を表する。

恩師、京都大学教授 棚橋 諒、金、小堀鐸二両博士からは今日まで終始一貫して懇切なる御指導と御鞭撻を賜わり、しかも研究上幾多の御便宜を与えて戴いたことは筆者にとって筆舌に盡くし難い大きな喜びである。また、第IV編に纏められた研究はおもに筆者が昭和31年9月より二年の間 *Vibration Research Laboratory, Stanford University, Stanford, California* にあって、*Lydik S. Jacobsen* 教授の御指導を得て行なったものであって、そこに挙げられた問題の重要性を指摘し、研究の推進に貴重な助言を惜しみなく給わり、そしてその研究の完成に至るまで深い関心をもって筆者を御鞭撻下さった同教授に深甚の謝意を表したい。

本論文の完成に当っては京都大学の小西一郎、横尾義實、石崎澤雄の三教授をはじめ、京都大学工学部建築学教室、同土木工学教室および京都大学防災研究所の教官、同僚研究者各位の絶大なる御協力と激励を受けた。また本論文の印刷には立命館大学理工学部畠山直隆教授の御支援を得て斯のごとき体裁を保つことができた。

併せて各位の御好意に対して厚く御礼申し上げます。